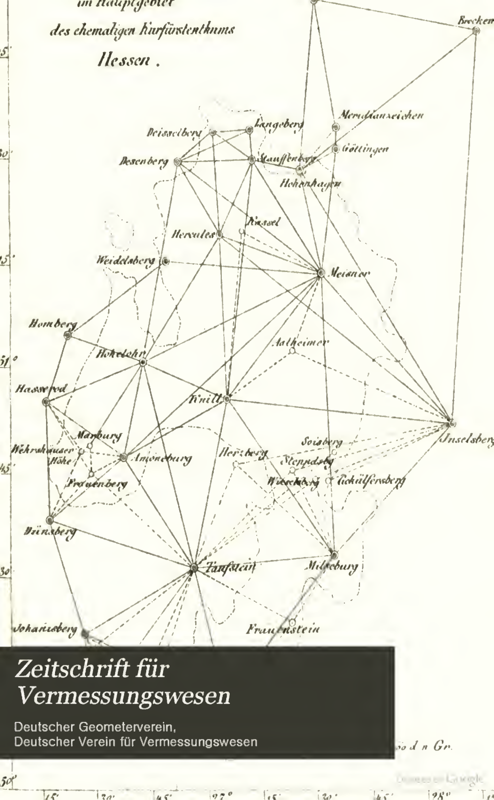
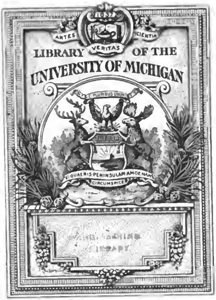


Zeitschrift für Vermessungswesen

Deutscher Geometerverein,
Deutscher Verein für Vermessungswesen


ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

A. N° 363.

ZEITSCHRIFT

FÜR

VERMESSUNGSWESEN

IM AUFTRAG UND ALS ORGAN

DES

DEUTSCHEN GEOMETERVEREINS

UNTER MITWIRKUNG VON

W. JORDAN,
Professor in Carlsruhe,

und

J. H. FRANKE,
Trigonometer in München,

HERAUSGEGEBEN VON

M. DOLL,
Obergeometer, Lehrer am Grossherzoglichen Polytechnicum in Carlsruhe.

III. Band.

(1874.)

Mit 10 lithographischen Beilagen.

STUTTGART.
VERLAG VON K. WITTWER.
1874.

Carlsruhe. Druck von Malsch & Vogel.

Sachregister.

Namenregister.

Ueber einige barometrische Höhenmessungen und deren Berechnung.

Von **C. Koppe**, Geometer der Gotthardbahn.

Die benutzten Instrumente waren die Federbarometer Nr. 1209, 1210, 1211 und 1235 von Naudet. Zur Bestimmung der Temperaturcoefficienten wurden im April 1872 auf der Bonner Sternwarte 30 vergleichende Beobachtungen mit dem dort befindlichen Gefässbarometer (Pistor & Martius 641) bei Temperaturen von 12°—21° C. (bei denen auch später beobachtet wurde) und welche Herr Director Argulander zu diesem Zwecke zu ermöglichen die Güte hatte, beim mittleren Barometerstande von 760^{mm} angestellt und aus ihnen die folgenden Correctionsgleichungen von der Form

$$B_0 - A = a + b\,t$$

in denen B_0 den auf Null reducirten Stand des Quecksilberbarometers, A die gleichzeitige Ablesung am Federbarometer, b den Temperaturcoefficienten und t die Temperatur in Centesimalgraden bezeichnet, abgeleitet und zwar für:

Federbarometer 1209 . . . . $B_0 - A = + 1.16 - 0.181 . t$
» 1210 . . . . » $= - 0.44 - 0.151 . t$
» 1211 . . . . » $= + 0.41 - 0.157 . t$

Die nach diesen Gleichungen berechneten Werthe zeigten mit den unmittelbar beobachteten eine nahe Uebereinstimmung, so dass die wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung wurden für

Federbarometer	1209	1210	1211
	mm	mm	mm
wahrscheinlicher Fehler	0.05	0.03	0.07

wodurch die stillschweigend gemachte Annahme gerechtfertigt erscheint, dass die durch die Temperatur bewirkte Aenderung im Stande des Zeigers innerhalb der

Beobachtungsgrenzen der Temperatur proportional geschieht, oder mit anderen Worten, dass sich die Temperatur-Correction durch eine Gleichung vom ersten Grade darstellen lässt. Die Abweichung a, welche das Federbarometer bei Null Grad gegen das Quecksilberbarometer zeigt, kann bei verschiedenen Barometerständen eine verschiedene sein, da die Scalen der Federbarometer einfach in gleiche Theile getheilt und nicht durch Vergleichung mit dem Quecksilberbarometer erhalten worden sind. Um diese Aenderung, welche der Werth von a mit dem Barometerstande erleidet, zu ermitteln, wurden auf der meteorologischen Station zu Arnsberg im Mai 104 vergleichende Beobachtungen mit dem dort befindlichen Heberbarometer von Greiner bei nahe derselben Temperatur, aber verschiedenen Barometerständen, unter der gütigen Mitwirkung des Herrn Professor Feaux, gemacht. Aus sämmtlichen Beobachtungen wurden Mittelwerthe und 9 Gleichungen von der Form

$$np = n\delta + q.dt$$

gebildet, wo n die Anzahl, p = *partes* (hier Millimeter) des Quecksilberbarometers, δ den Werth der Theilung des Federbarometers, welcher 1 pars entspricht, und $q.dt$ den etwaigen Einfluss der verschiedenen Temperatur bezeichnet. (Das Glied $q.dt$ war nur von sehr geringer Einwirkung, da die Beobachtungen auf Null Grad reducirt, die hierzu benutzten Temperaturcoefficienten kurz zuvor genau bestimmt waren und die grössten Unterschiede in den Temperaturen nur 2° — 3° C. betrugen.) Die erwähnten 9 Gleichungen, nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst, ergaben, dass

1 Theil der Scale des Federbarometers entspricht

bei 1209 nur 0.9626
» 1210 » 0.9610 } partes des Quecksilberbarometers,
» 1211 » 1.0000

während also das Federbarometer 1209 um 10.37 und 1210 um 10.39 partes steigt oder fällt, würde ein Quecksilberbarometer unter gleichen Umständen nur einen Unterschied von 10 Millimetern zeigen. Das Federbaro-

meter 1211 zeigte bei allen Barometerständen die gleiche Abweichung gegen das Quecksilberbarometer. Das Federbarometer 1235 kam erst im Laufe der Arbeiten hinzu; ich hatte daher keine Gelegenheit, dasselbe noch vor dem Gebrauche mit einem Quecksilberbarometer zu vergleichen; aus diesem Grunde diente dasselbe hauptsächlich als Standbarometer zur Ermittlung der Schwankungen des Luftdruckes.

Mit den erwähnten Instrumenten wurden dann im Laufe des Sommers im Auftrage der Rheinischen Eisenbahngesellschaft einige Tausend Höhenbestimmungen gemacht; es handelte sich darum, ein ziemlich ausgedehntes und stark wechselndes Terrain zu beiden Seiten einer Wasserscheide seiner Höhenlage nach so weit aufzunehmen, um einen Schichtenplan desselben zur Ermittelung der günstigsten Bahnlinie anfertigen zu können. In mehreren Richtungen waren bereits durchgehende Nivellements mit Nivellirinstrumenten gemacht worden, wodurch ich stets in der Lage war, jede einzelne Beobachtungsreise durch gleichzeitige Bestimmung einiger einnivellirter Punkte in Betreff der Genauigkeit der Resultate controliren zu können, ein Umstand, der mich die Arbeiten mit solchem Interesse verfolgen liess, dass ich die Mittheilung der Erfahrungen, welche ich im Laufe derselben zu machen Gelegenheit hatte, für gerechtfertigt halte. Die hauptsächlichsten Fehlerquellen bei Höhenmessungen mit Federbarometer sind:

1. Falsches Ablesen,
2. Schwankungen des Luftdrucks,
3. Falsche Bestimmung der Temperatur des Instrumentes,
4. Fehlerhafte Bestimmung der Lufttemperatur.

1. Es liegt in der Construction der Naudet'schen Federbarometer begründet, dass bei einer Neigung desselben die Stellung des Zeigers sich um mehrere Zehntel Millimeter ändert; das Instrument muss daher beim Ablesen möglichst horizontal gehalten werden. Bei einiger Uebung

und vorsichtiger Vermeidung der Parallaxe wird der Ablesungsfehler 0.05mm nicht übersteigen. Um die Trägbeit im Hebelwerke zu überwinden ist es besser, › auf ‹ den Deckel, als › seitlich ‹ an das Instrument zu klopfen, da durch letzteres der Zeiger bald so gelockert werden kann, dass wiederholte Ablesungen sich um mehrere Zehntel Millimeter unterscheiden.

2. Schwankungen des Luftdrucks sind durch correspondirende Ablesungen an einem Standbarometer so gut wie vollständig zu eliminiren, vorausgesetzt, dass die horizontalen Entfernungen nicht zu bedeutend sind und stürmisches Wetter vermieden wird. Messungen mit nur einem einzigen Federbarometer sind stets mit Vorsicht aufzunehmen und leicht dazu angethan, barometrische Höhenmessungen in Misscredit zu bringen, denn wenn in den meisten Fällen auch die Bedingung erfüllt sein wird, dass die Aenderungen des Luftdrucks nahe der Zeit proportional erfolgen, so kommen doch auch mitunter Fälle vor, wo dieses durchaus nicht der Fall ist; ich habe dies im Laufe der Arbeiten mehrere Male zu beobachten Gelegenheit gehabt und führe nur als Beispiel an, dass an einem Nachmittage bei klarem schönen Wetter der Luftdruck innerhalb 10 Minuten sich um mehr als einen Millimeter änderte, während er vor- und nachher stundenlang nahe constant geblieben war, wie zwei Instrumente an verschiedenen Orten übereinstimmend gezeigt hatten. Ich meine, man sollte bei Beobachtungen mit nur einem Federbarometer, die ja sehr häufig geboten sein werden, nie vergessen, dass solche Fälle immer möglich sind. Wesentlich bei correspondirenden Beobachtungen ist, dass derjenige, welcher sie macht, nicht nur mechanisch zu bestimmten Zeiten abliest, sondern die Aenderungen des Luftdrucks aufmerksam verfolgt; ich habe daher nie unterlassen, wenn es die Umstände gestatteten, durch wiederholte Ablesungen an demselben Punkte, den Gehilfen, der die correspondirenden Beobachtungen machte, zu controliren.

3. Die fehlerhafte Bestimmung der Temperatur des In-

strumentes dürfte wohl die hauptsächlichste Fehlerquelle bei Messungen mit Federbarometern sein *).

Es ist hierunter natürlich nicht eine fehlerhafte Ablesung des Thermometers zu verstehen, sondern der Umstand, dass die inneren Theile des Federbarometers keine gleichmässige und nicht dieselbe Temperatur besitzen, welche das im Instrumente angebrachte Thermometer anzeigt. Wenn die Instrumente in einen Raum von anderer Temperatur gebracht wurden, so hatten bisweilen nach mehreren Stunden, wenn der Temperaturunterschied gross war, alle Theile desselben noch nicht die neue Temperatur angenommen, auch wenn das im Gehäuse angebrachte Thermometer längst dieselbe zeigte. Ich habe dies mehrere Male zu beobachten Gelegenheit gehabt, wenn ich die Instrumente mit einem andern (meist Quecksilberbarometer) verglich, denn erst dann war ich sicher, dass die Instrumente wirklich die Temperatur der Umgebung angenommen hatten, wenn die Abweichungen gegen das Vergleichsinstrument constant wurden. Es dürfte daher die Vorschrift, das Instrument beim Gebrauche aus dem Etui zu nehmen und frei am Ringe zu tragen, gewiss nicht gut sein, namentlich wenn eine grosse Anzahl von Punkten möglichst rasch bestimmt werden soll; denn abgesehen von der Unbequemlichkeit beim Transport in coupirtem Terrain, bergauf, bergab, durch Gestrüpp, über Gräben und Hecken, wobei es nicht wohl möglich ist, das Instrument gänzlich vor Feuchtigkeit, directer Einwirkung der Sonnenstrahlen etc. zu schützen, kann man an den einzelnen Beobachtungspunkten nicht so lange warten, bis die erwähnte Bedingung erfüllt ist, zumal man selbst dann noch durchaus nicht sicher ist, wenn auch das innere Thermometer

*) In wie weit der Einfluss der Temperatur bei „compensirten“ Instrumenten beseitigt ist, habe ich keine Gelegenheit gehabt zu beobachten oder zu erfahren. Goldschmidt theilte mir im vergangenen Herbste mit, dass es ihm nur selten gelinge, ein Instrument gegen Temperatureinflüsse vollständig unempfindlich zu machen.

die Temperatur der Umgebung anzeigt. Der Temperaturcoefficient liegt bei den meisten Instrumenten zwischen 0.15 und 0.20. Bestimmt man also die mittlere Temperatur eines Federbarometers um einen Grad falsch, so erhält man den Höhenunterschied, er mag gross oder klein sein, um ungefähr 2 Meter fehlerhaft; dass man aber bei dem angegebenen Verfahren leicht um mehr als einen Grad irren kann, habe ich zu meinem eigenen Nachtheile im Anfange mehrere Male erfahren, als ich bei den Beobachtungen das Instrument noch frei am Ringe gebrauchte.

Lässt man das Instrument hingegen in seinem Etui und umgibt es zur Vorsicht noch mit einer zweiten und dritten Hülle, so ändert sich die Temperatur desselben nur äusserst langsam und gleichmässig und man darf wohl annehmen, dass die mittlere Temperatur des Instrumentes immer nahe dieselbe ist, wie diejenige, welche das Thermometer anzeigt. Unter *vielen Hundert* von Beobachtungen an bereits einnivellirten Punkten habe ich keine Höhe um mehr als 3 Meter fehlerhaft erhalten, wobei berücksichtigt werden muss, dass die Witterungsverhältnisse oft sehr ungünstig waren und an jedem Tage gearbeitet wurde, es mochte gutes oder schlechtes Wetter sein; es war dies der äusserste Werth bei einigen wenigen Punkten, während in bei weitem den meisten Fällen die Abweichung unter zwei Metern blieb, obwohl an allen Punkten unmittelbar nach der Ankunft und nur einmal abgelesen wurde. Der mittlere Fehler aus allen Beobachtungen beträgt ungefähr einen Meter, er würde aber gewiss noch geringer ausgefallen sein, wenn die Witterungsverhältnisse günstiger und die Arbeiten nicht so sehr beschleunigt worden wären.

Im Anfange jedoch, als ich die angeführte Vorsichtsmaassregel nicht anwendete, sondern das Instrument frei, ohne Etui, gebrauchte, habe ich bedeutend grössere Differenzen, bei ungünstigem Wetter, namentlich, wenn bedeckter Himmel und Sonnenschein rasch wechselten, häufig bis zu 5 Metern und mehr erhalten. Die Vor-

schrift, das Instrument frei zu gebrauchen, ist wohl *desshalb gegeben*, um durch die Temperatur des Instrumentes zugleich die Lufttemperatur zu erhalten und somit an Zeit zu gewinnen; man bestimmt aber auf diese Art beide falsch, während man im anderen Falle die Temperatur des Instrumentes sehr nahe richtig erhält und wenn es die Umstände gestatten, zur Ermittlung der Lufttemperatur wohl besser einen andern Weg einschlägt.

4. Während die besprochenen Fehler absolut wirken, also von gleichem Einflusse sind auf grosse und kleine Höhenunterschiede, wirken Fehler in Bestimmung der Lufttemperatur procentisch. Eine Luftsäule von gegebener Höhe dehnt sich für 1° C. um $^1/_{250}$tel ihrer Länge aus; ist also das Mittel aus den an beiden Stationen bestimmten Temperaturen, welches als mittlere Temperatur der zwischengelegenen Luftsäule angesehen wird, um 2,5 falsch, so erhält man den aus den Beobachtungen abgeleiteten Höhenunterschied um ein Procent seiner eigenen Grösse unrichtig. Die Temperatur nun, welche ein Thermometer im Schatten anzeigt, ist in den wenigsten Fällen die der umgebenden Luft, sondern die Angabe des Thermometers wird wesentlich bedingt durch die Strahlung der umgebenden Gegenstände, wie dies deutlich aus den Untersuchungen von Bauernfeind *) und namentlich denen von Rühlmann **) hervorgeht.

Aus den beobachteten Barometerständen und der Lufttemperatur lässt sich der Höhenunterschied zweier Punkte bestimmen; ist derselbe aber bereits anderweitig bekannt, so lässt sich umgekehrt aus den Barometerständen und dem bekannten Höhenunterschiede die Temperatur berechnen, welche die zwischen den beiden Punkten gelegene Luftsäule zur Zeit der Beobachtung gehabt haben muss. Rühlmann hat eine derartige Rech-

---

*) Beobachtungen und Untersuchungen über die Genauigkeit barometrischer Höhenmessungen. München 1862, S. 32.

**) Die barometrischen Höhenmessungen. Leipzig 1870, S. 116.

nung für die Stationen Genf und St. Bernhard, an welchen zu allen geraden Stunden gleichzeitig beobachtet wird, unter Zugrundelegung sechsjähriger Beobachtungen durchgeführt und das interessante Resultat gefunden, dass die wahre Lufttemperatur nur sehr wenig an den täglichen Schwankungen, welche das Thermometer zeigt, Theil nimmt, wie dies aus folgender Tabelle hervorgeht:

Tägliche Schwankungen der Temperatur.

	Genf.	der wahren Luftemperatur.	Bernhard.
Januar . . .	3.3	0.7	2.3
Februar . .	5.2	1.1	3.8
März	5.0	1.4	4.1
April	8.9	2.5	6.0
Mai	8.7	2.7	5.2
Juni	7.7	2.0	4.9
Juli	9.2	2.5	6.2
August . . .	9.5	2.2	4.7
September .	8.2	2.0	3.9
October . .	6.1	1.5	3.1
November .	3.3	0.8	2.5
December .	2.9	0.7	1.8

Während also z. B. Mitte August der Thermometerstand in Genf an einem Tage um 9.5 Grad sich änderte, hat die Luftemperatur innerhalb 24 Stunden nur um 2.2 Grad gewechselt. Hieraus folgt unmittelbar, dass die Thermometer am Mittag zu hoch, am Morgen und Abend hingegen zu tief zeigen; man erhält daher, wenn man die unmittelbaren Angaben des Thermometers der Berechnung zu Grunde legt, im Allgemeinen um die Mittagszeit alle Höhenunterschiede zu gross und des Morgens und Abends zu klein und zwar um Grössen, die unter Umständen sehr bedeutend werden können.

Die günstigsten Zeiten zur barometrischen Höhenmessung sind nach Rühlmann (S. 116):

Im	December	Nachmittag	1	Uhr.			
»	Januar	Mittag	12	»			
»	Februar	Vormittag	10	»	Nachmittag	4	Uhr.
»	März	»	8	»	»	6	»
»	April	»	7	»	»	7	»
»	Mai	»	7	»	»	7	»
»	Juni	»	6	»	»	9	»
»	Juli	»	6	»	»	9	»
»	August	»	7	»	»	8	»
»	September	»	8	»	»	6	»
»	October	»	10	»	»	4	»
»	November	»	11	»	»	2	»

Ich habe unter normalen Witterungsverhältnissen die von Rühlmann angegebenen Zeiten zur Bestimmung der Lufttemperatur benutzt, da für Deutschland analoge Rechnungen nicht gemacht sind und kein anderes Mittel bekannt ist, die Lufttemperatur richtig zu bestimmen. Es ist dies Verfahren nicht frei von Willkür, die aber gemildert erscheinen wird, wenn man bedenkt, dass die Temperaturextreme an allen Orten Mitteleuropas um nahe gleiche Tageszeiten stattfinden und es daher wahrscheinlich ist, dass eine für andere Orte gemachte Berechnung der günstigsten Zeiten zur Bestimmung der wahren Lufttemperatur nahe dieselben Werthe liefern wird, wie die von Rühlmann gefundenen. Zur weiteren Rechtfertigung möchte ich über die speciellen Verhältnisse, unter denen die Höhenmessungen ausgeführt wurden und die in einem andern Falle ein solches Verfahren ja leicht unmöglich machen können, noch Folgendes anführen. Die grössten direct zu messenden Höhenunterschiede betrugen 100—200 Meter und ich wusste jeden Morgen ganz genau, welches Terrain ich im Laufe des Tages aufnehmen würde; in Folge dessen war es immer leicht möglich, zur bestimmten Zeit an einem Orte zu sein, der seiner Höhenlage und sonstigen Beschaffenheit nach zur Bestimmung der Lufttemperatur

geeignet war. Die Temperaturabnahme mit der Höhe konnte ich dabei um so eher vernachlässigen, als die Thermometer meist auf den sonnigen Höhen höhere Temperaturen zeigten, als in den tieferen, schattigen Thälern. Es wurden an jedem Tage gegen hundert Beobachtungen gemacht und ich brauchte nur einmal zu versuchen, an allen Beobachtungsstationen eines Tages die Lufttemperatur zu bestimmen, um zu sehen, welche Zeit hierdurch unnütz verloren ging und zu welch' widersinnigen und abweichenden Resultaten die Beobachtungen führten. Mit dem grossen Gewinn an Zeit war ich daher zugleich gewiss berechtigt, den aus der Morgen- und Nachmittags-Beobachtung, deren meist sehr geringe Differenz der Zeit proportional vertheilt wurde, gefundenen Werth der wahren Lufttemperatur für bei weitem genauer und vollständig zweckentsprechend zu halten; vorausgesetzt wird natürlich, dass man bei seiner Bestimmung umsichtig zu Werke geht, einen Ort wählt, der luftig gelegen und am ganzen Tage den directen Sonnenstrahlen möglichst wenig ausgesetzt ist, so lange wartet, bis der Stand des Thermometers sich nicht mehr ändert und zu wechselndes Wetter vermeidet. Ist letzteres nicht möglich, so muss jeder nach den localen Verhältnissen am besten selbst beurtheilen können, in wie weit die angegebenen Zeiten festzuhalten sind, oder nicht, wie es ja überhaupt Sache des Beobachters ist, nach der speciellen Beschaffenheit des Instrumentes, der Gegend, der Aufgabe, etc. das Geeignetste zu wählen.

II. Die Berechnung.

Die Barometerformel in ihrer einfachsten Gestalt, wie sie zur Berechnung von Beobachtungen mit Federbarometern ausreicht, lautet nach Laplace und Radau:

$$h = 18382 \log \frac{B_0}{B_0'} \left(1 + \frac{t + t'}{500}\right)$$

Dieselbe liefert den Höhenunterschied h zweier Punkte, an denen die Barometerstände B_0 und B_0' und die Luft-

temperatur t nnd t' in Centesimalgraden beobachtet worden sind. Setzt man in diese Formel nach und nach verschiedene Werthe für Barometerstand und Lufttemperatur ein, so erhält man die Höhenunterschiede, welche den verschiedenen Barometerständen bei gegebener Lufttemperatur entsprechen. Da man als Vergleichshorizont für verticale Erhebnngen das Meeresniveau benutzt, so kann man für B_0 den mittleren Barometerstand festhalten, welcher in der Meeresfläche stattfindet, also etwa 762^{mm}. Wenn z. B. in 3 Punkten beobachtet worden ist:

I. . . . . B_0' und t'
II. . . . . B_0'' und t''
III. . . . . B_0''' und t'''

so bleibt der Höhenunterschied zwischen II. und III. natürlich ganz derselbe, welche Werthe man auch B_0' und t' beilegen mag und ebenso bleibt der Unterschied zwischen den Differenzen (III. — I.) und (II. — I.) immer der nämliche. Setzt man also allgemein:

$$h = k \, . \, log \frac{762}{B_0} \left(1 + \frac{t + t'}{500}\right)$$

so kann man Tabellen für die verschiedenen Werthe von h bei gegebenem B_0 und $t + t'$ berechnen. Setzt man $t + t' = 0$, so erhält man eine Tabelle der sogenannten rohen Seehöhen, wie Radau eine solche berechnet hat. Die Differenz der aus dieser entnommenen rohen Seehöhen ist demnach jedesmal für den Werth von $t + t'$ zu verbessern.

Man kann aber auch ebenso Tabellen berechnen für die verschiedenen Werthe von $t + t' = 10^0$, 20^0, 30^0 etc. und aus diesen direct die Werthe von $h\left(1 + \frac{t + t'}{500}\right)$ entnehmen. Rath*) hat solche Tabellen gerechnet und graphisch dargestellt (für $B_0 = 778.26^{mm}$ und Reau-

*) Bestimmung der Seehöhen von Orten auf graphischem Wege, von Franz Rath. Wien 1870.

mur'sche Grade). Die graphische Darstellung ist durchaus richtig und nicht wie Höltschl (Die Aneroide von Naudet und Goldschmidt, Wien 1872, S. 170) angibt, nur bei $t + t' = 0$ zu gebrauchen; dagegen ist die von Rath auf S. 7 gegebene Anweisung falsch; man muss, wenn an zwei Punkten beobachtet worden ist, jede Höhe mit $\frac{t+t'}{2}$ und dem beobachteten Barometerstande aufsuchen, nicht, wie Rath es angibt, die eine für t, die andere für t' corrigiren, denn es ist

$$h_{,} - h_{,,}) \left(1 + \frac{t+t'}{500}\right) = h_{,} \left(1 + \frac{t+t'}{500}\right) - h_{,,} \left(1 + \frac{t+t'}{500}\right)$$

aber nicht gleich $$h_{,} \left(1 + \frac{t}{500}\right) - h_{,,} \left(1 + \frac{t'}{500}\right)$$

Der Fehler, welchen man bei dem von Rath angegebenen Verfahren begeht, ist bei mässigen Höhenunterschieden (und für solche ist eine graphische Darstellung allein geeignet), wo t und t' sehr wenig verschieden sein werden, nur gering; doch ist es ja durchaus ebenso einfach, es richtig zu machen und jede Höhe für $\frac{t+t'}{2}$ zu verbessern. Die graphische Darstellung ist so hübsch und einfach, dass sich jeder eine solche für seine speciellen Bedürfnisse leicht in passendem Maassstabe selbst anfertigen kann. Man nimmt quadrirtes Papier und schreibt an die Horizontallinien die verschiedenen Barometerstände von zehntel zu zehntel Millimeter und an die verticalen beliebige Seehöhen von Meter zu Meter, verbindet die durch den Schnitt zweier Linien bestimmten Seehöhen, welche den an die Horizontallinien angeschriebenen Barometerständen bei $t + t' = 0$ entsprechen, durch eine continuirliche Linie und macht dasselbe nach und nach für $t + t' = 10^0$, 20^0, 30^0 etc. Man erhält so ein System von Strahlen, welche bei der Seehöhe 0 in einem Punkte zusammenlaufen und nach der entgegengesetzten Richtung immer mehr divergiren, weil ja der Einfluss der Lufttemperatur mit der Höhe der Luftsäule wächst.

Solche Strahlen kann man für jeden Grad oder von zwei zu zwei Graden ziehen und dann mit Hilfe der Interpolation einer solchen graphischen Darstellung direct die Seehöhen entnehmen, welche einem bestimmten Barometerstande bei gegebenem $t+t'$ entspricht.

Im 6. Hefte des II. Bandes der Zeitschrift für Vermessungswesen hat Herr Professor Jordan eine Tabelle der »rohen Meereshöhen« für $\frac{t+t'}{2} = 15^0$ C. mitgetheilt, gerechnet nach einer aus der Bauernfeind'schen von ihm abgeleiteten Barometerformel, deren Constanten genauer bestimmt sind und die daher für grössere Höhenunterschiede wesentlich genauere Resultate liefert. Zugleich ist ein Diagramm zur graphischen Bestimmung barometrischer Höhen mitgetheilt, welches weniger umfangreich ist als das Rath'sche. Eine Erleichterung der Berechnung auf graphischem Wege dürfte wohl hauptsächlich da am Platze sein, wo sehr zahlreiche Beobachtungen vorliegen und in solchen Fällen werden Höhenunterschiede von vielen Hunderten oder gar Tausenden von Metern nicht leicht vorkommen; diese wird man überhaupt nicht nach einer graphischen Construction, sondern nach einer möglichst vollständigen Formel rechnen. Wenn aber, wie im vorliegenden Falle, nach jeder mehrwöchentlichen Excursion Tausende von Beobachtungen auszurechnen sind, dann wird man sich nicht wenig nach einem Hilfsmittel sehnen, dies langweilige Geschäft möglichst zu erleichtern, vorausgesetzt natürlich, dass die Genauigkeit nicht wesentlich darunter leidet. Das im Folgenden beschriebene Verfahren scheint mir in solchen Fällen weit mehr als die angeführten Constructionen allen Forderungen der Bequemlichkeit und Genauigkeit zu entsprechen. Sieht man zu, welche Höhenunterschiede den einzelnen Werthen von $B_0 - B_0'$ bei gegebenem »*mittleren*« Barometerstande und 0 Grad Lufttemperatur entsprechen, so wird man finden, dass bis zu mehreren Hundert Metern beide in nahe gleichem Verhältnisse zunehmen und man erhält z. B. nach der Radau'schen Tabelle eine andere von der folgenden Form:

$B_0 - B_0'$	770 mm	760 mm	750 mm	740 mm	730 mm	720 mm	710 mm	700 mm	690 mm	680 mm	670 mm	660 mm	650 mm	640 mm $= \frac{B_0 + B_0'}{2}$
mm	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
1	10.36	10.50	10.64	10.78	10.93	11.08	11.24	11.40	11.57	11.74	11.92	12.10	12.29	12.48
2	20.72	21.00	21.28	21.56	21.86	22.16	22.48	22.80	23.14	23.48	23.84	24.20	24.58	24.96
3	31.08	31.50	31.92	32.34	32.79	33.24	33.72	34.20	34.71	35.22	35.76	36.30	36.87	37.44
4	41.44	42.00	42.56	43.12	43.72	44.32	44.96	45.60	46.28	46.96	47.68	48.40	49.16	49.92
5	51.80	52.50	53.20	53.90	54.65	55.40	56.20	57.00	57.85	58.70	59.60	60.50	61.45	62.40
6	62.16	63.00	63.84	64.68	65.58	66.48	67.44	68.40	69.42	70.44	71.52	72.60	73.74	74.88
7	72.52	73.50	74.48	75.46	76.51	77.56	78.68	79.80	80.99	82.18	83.44	84.70	86.03	87.36
8	82.88	84.00	85.12	86.24	87.44	88.64	89.92	91.20	92.56	93.92	95.36	96.80	98.32	99.84
9	93.24	94.50	95.76	97.02	98.37	99.72	101.16	102.60	104.13	105.66	107.28	108.90	110.61	112.32
10	103.60	105.00	106.40	107.80	109.30	110.80	112.40	114.00	115.70	117.40	119.20	121.00	122.90	124.80

$B_0 - B_0'$	630 mm	620 mm	610 mm	600 mm	590 mm	580 mm	570 mm	560 mm	550 mm	540 mm	530 mm	520 mm	510 mm	500 mm $= \frac{B_0 + B_0'}{2}$
mm	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
1	12.68	12.89	13.10	13.32	13.55	13.78	14.02	14.27	14.53	14.80	15.08	15.37	15.67	15.98
2	25.36	25.78	26.20	26.64	27.10	27.56	28.04	28.54	29.06	29.60	30.16	30.74	31.34	31.96
3	38.04	38.67	39.30	39.96	40.65	41.34	42.06	42.81	43.59	44.40	45.24	46.11	47.01	47.94
4	50.72	51.56	52.40	53.28	54.20	55.12	56.08	57.08	58.12	59.20	60.32	61.48	62.68	63.92
5	63.40	64.45	65.50	66.60	67.75	68.90	70.10	71.35	72.65	74.00	75.40	76.85	78.35	79.90
6	76.08	77.34	78.60	79.92	81.30	82.68	84.12	85.62	87.18	88.80	90.48	92.22	94.02	95.88
7	88.76	90.23	91.70	93.24	94.85	96.46	98.14	99.89	101.71	103.60	105.56	107.59	109.69	111.86
8	101.44	103.12	104.80	106.56	108.40	110.24	112.16	114.16	116.24	118.40	120.64	122.96	125.36	127.84
9	114.12	116.01	117.90	119.88	121.95	124.02	126.18	128.43	130.77	133.20	135.72	138.33	141.03	143.82
10	126.80	128.90	131.00	133.20	135.50	137.80	140.20	142.70	145.30	148.00	150.80	153.70	156.70	159.80

in welcher die über den verticalen Spalten stehenden Zahlen 770mm, 760mm..... u. s. w. die mittleren Barometerstände $\frac{B_0 + B_0'}{2}$, und die in der ersten Spalte befindlichen Ziffern 1mm, 2mm, 3mm, 4mm..... die Differenzen $B_0 - B_0'$ bezeichnen. Ist also z. B beobachtet worden:

$$\text{I.} \;\ldots\; B_0 = 753.0^{\text{mm}}$$
$$\text{II.} \;\ldots\; B_0' = 747.0^{\text{mm}}$$

so ist der mittlere Barometerstand $\frac{B_0 + B_0'}{2} = 750.0^{\text{mm}}$ und $B_0 - B_0' = 6.0^{\text{mm}}$. Man findet in der mit 750mm überschriebenen Spalte für 6mm den Höhenunterschied 63m84. Dieser ist dann noch für den Werth von $t + t'$ zu corrigiren. Die folgende Tabelle gibt den Zuschlag bei $t + t' = 5^{\circ}$, 10°.... u. s. w. für 10, 20, 30 u. s. w. Meter.

	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60° $= t + t'$
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
10	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20
20	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00	2.20	2.40
30	0.30	0.60	0.90	1.20	1.50	1.80	2.10	2.40	2.70	3.00	3.30	3.60
40	0.40	0.80	1.20	1.60	2.00	2.40	2.80	3.20	3.60	4.00	4.40	4.80
50	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00	5.50	6.00
60	0.60	1.20	1.80	2.40	3.00	3.60	4.20	4.80	5.40	6.00	6.60	7.20
70	0.70	1.40	2.10	2.80	3.50	4.20	4.90	5.60	6.30	7.00	7.70	8.40
80	0.80	1.60	2.40	3.20	4.00	4.80	5.60	6.40	7.20	8.00	8.80	9.60
90	0.90	1.80	2.70	3.60	4.50	5.40	6.30	7.20	8.10	9.00	9.90	10.80
100	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	10.0	11.0	12.00

Hätte man also in obigem Beispiele beobachtet $t + t' = 30^{\circ}$, so würde zu 63m84 noch die Grösse 3m83 hinzuzufügen und der Höhenunterschied 67m7 sein, derselbe wie ihn die Radau'sche Tabelle gibt.

Beide eben mitgetheilten Tabellen lassen sich nun sehr hübsch auf einen verhältnissmässig ungemein kleinen Raum zusammenfassen mit Hilfe eines Rechenschiebers und zwar beziehen sich die folgenden Angaben speciell

auf den von Mannheim verbesserten, sind aber leicht für jeden andern zu modificiren. Stellt man z. B. die 1 auf 1.036, so ist der Schieber für den mittleren Barometerstand von 770mm eingestellt, denn man liest bei 2, 3, 4 u. s. w. die in der Tabelle enthaltenen Zahlen 2.072, 3.108, 4.144 . . . . . u. s. w. ab. Stellt man die 1 auf 1.21, so ist der Schieber für den mittleren Barometerstand von 660mm eingestellt, denn man liest nun alle in dieser Spalte enthaltenen Werthe über den entsprechenden Zahlen ab. Macht man sich also auf dem »*Lineal*« Marken für die verschiedenen Barometerstände, so braucht man eine bestimmte Stelle des »*Schiebers*« nur auf diese einzustellen, um die ganze Tabelle mit allen zwischenliegenden Werthen ablesen zu können. Die so erhaltenen Werthe gelten für $t+t'=0$ Grad; es ist aber auch ebenso einfach, den für eine beliebige Lufttemperatur corrigirten Höhenunterschied zu erhalten, man braucht nur auf dem »*Schieber*« Marken für $t+t'=5^\circ$, 10°, 15° . . . . . u. s. w. zu machen, wozu man direct die schon vorhandene Theilung (bei 1 oder 5) benutzen kann. Die Rechnung ist dann einfach folgende: es sei wieder beobachtet:

$$\text{I.} \ldots \; B_0 = 753.0 \quad t = 15.4$$
$$\text{II.} \ldots \; B_0' = 747.0 \quad t' = 14.6$$

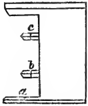
dann ist

$$\frac{B_0 + B_0'}{2} = 750.0$$
$$t + t' = 30.0$$
$$B_0 - B_0' = 6.0$$

man stellt den Theilstrich für 30° auf die Marke für 750mm und liest über der 6 den Höhenunterschied 67m7 ab. Die Sache ist so einfach, dass es keiner weiteren Beispiele bedarf; jeder, der nur einige Uebung im Gebrauche des Rechenschiebers hat, wird sich bald hineinfinden und vielleicht nicht ohne Vergnügen die ersten Einstellungen und Ablesungen machen. Das Ermüdende beim Rechnen nach Formeln und Tabellen fällt vollständig fort und es ist leicht, mehrere Hundert Beobachtungen in einer bis zwei Stunden zu rechnen, wenn

einer die Werthe von $\frac{B_0 + B_0'}{2}$, $t + t'$ und $B_0 - B_0'$, welche natürlich nur im Kopfe gerechnet werden, dictirt und der andere einstellt und abliest; kleine Aenderungen im mittleren Barometerstande sind hierbei von nur geringem Einflusse, so dass mit derselben Einstellung meist eine ganze Menge von Höhen abgelesen werden kann, was die Berechnung natürlich sehr beschleunigt, zumal man sich jeden Augenblick durch eine veränderte Einstellung leicht überzeugen kann, von welchem Einflusse Aenderungen im mittleren Barometerstande oder der Lufttemperatur auf die abgeleiteten Höhenunterschiede sind und bald ein richtiges Urtheil bekommt, wie weit man hierin unter Umständen gehen darf.

Wir haben im Anfange die Marken für Barometerstand und Temperatur versuchsweise an verschiedenen Stellen des »Lineals« und des »Schiebers« angebracht, später aber am besten gefunden, den »Indicateur« mit zu Hilfe zu nehmen. Der untere Arm desselben wird (bei *a*) nach Innen abgeschrägt, wie dies bei *b* und *c* der Fall ist, und eine Marke, ein feiner Strich, bei *a* eingefeilt. Dieser dient zum Einstellen auf die zwischen der 3 und 5 unten eingerissenen Theilstriche für die mittleren Barometerstände, während die Zahlen des Schiebers 5 5.1 5.2 5.3 u. s. w. für die Werthe von $t + t' = 0$, 10°, 20°, 30° u. s. w. gelten und auf den Strich bei *b* eingestellt werden. Um die Theilstriche für die mittleren Barometerstände zu erhalten, stellt man z. B. die 1 des »Lineals« auf 1.05 des »Schiebers«, dann den Strich bei *b* des »Indicateurs« auf die Zahl 5 ($= t + t' = 0$), macht bei *a* einen Punkt oder feinen Strich und schreibt bei denselben 760mm u. s. w. Auf diese Weise kann man leicht alle jemals vorkommenden Barometerstände von 10 zu 10 Millimetern auftragen und Höhenunterschiede bis zu einigen Hundert Metern bei jedem Barometerstande gleich



genau bis auf 1 oder 2 Decimeter ablesen, was im Vergleich mit der Unsicherheit barometrischer Höhenmessungen gewiss ansreichend ist. Um noch ein Beispiel anzuführen, sei beobachtet:

$$\text{I.} \ldots\ldots B_0 = 609.0 \qquad t + t' = 10^0$$
$$\text{II.} \ldots\ldots B_0' = 601.0$$
$$\frac{B_0 + B_0'}{2} = 605 \qquad B_0 - B_0' = 8.$$

Man stellt den Strich bei a (mit Hilfe der graphischen Interpolation) auf 605^{mm}, 5.1 auf die Marke bei b und liest über der 8 des ›Lineals‹, nachdem man den ›Schieber‹ um seine eigene Länge von links nach rechts geschoben hat (was mit Hilfe des Indicateurs leicht geschehen kann), den entsprechenden Höhenunterschied 107.8 Meter ab.

Die im Vorigen benutzten numerischen Werthe sind der Tabelle von Radau entnommen und sollen nur zur Erläuterung des Verfahrens dienen. Die von Professor Jordan gegebene Formel gibt statt der in den beiden Beispielen gefundenen Höhen 67.7 und 107.8 beziehungsweise 67.9 und 108.2. Man wird daher besser thun, die Tabelle I. nach dieser Formel zu berechnen und die so erhaltenen Werthe für die mittleren Barometerstände auftragen *).

Nachträglich wurde aus den seit vorigem Sommer für die Rheinische Bahn angestellten barometrischen Höhenmessungen eine Zusammenstellung von Beobachtungsfehlern vorgenommen. Die Beobachtungen sind etwa zur Hälfte von mir, zur Hälfte von einem Collegen mit denselben

*) Anm. Im August vergangenen Jahres haben wir bei dem Verfertiger der Rechenschieber, M. Tavernier-Gravet, 39, rue de Babylone, Paris, 18 Rechenschieber für Angestellte der Rheinischen Eisenbahn-Gesellschaft bestellt und zugleich ihm einen in der angeführten Weise getheilten Rechenschieber mit Angabe des Verfahrens zugeschickt. Der Herr Franzose hat aber weder geantwortet, noch auf wiederholte Mahnungen den Rechenschieber zurückgeschickt.

(Fortsetzung s. Seite 27.)

Zusammenstellung der Beobachtungsfehler.

Datum.		Zeit.		Höhe baromet.	Höhe nivell.	Differenz.
		h	m		m	
April	19				314.8	
		12	8	293.3	294.2	—0.9
			48	301.6	301.2	+0.4
		2	11	315.7	314.8	+0.9
	19				314.8	
		11	14	309.0	309.7	—0.7
		12	47	302.1	301.2	+0.9
		2	9	315.8	314.8	+1.0
	21				314.8	
		9	1	198.2	198 5	—0.3
		5	40	227.8	229.5	—1.7
	21				314.8	
		9	1	200.3	198.5	+1.8
		12	30	304.2	302.7	+1.5
		3	15	303.1	302.7	+0.4
		4	43	309.1	310.6	—1.5
		5	25	308.4	311.0	—2.6
		6	9	199.0	198.5	+0.5
	22				311.0	
		9	—	267.6	266.4	+1.2
		11	17	265.4	266.4	—1.0
		12	54	310.2	311.0	—0.8
		1	22	310.6	311.0	—0.4
		1	55	309.4	312.5	—3.1
		2	16	309.2	310.6	—1.4
			55	309.7	310.6	—0.9
		3	37	308.5	311.1	—2.6
		4	20	309.0	311.1	—2.1
	23				311.0	
		1	43	282.3	279.7	+2.6
		2	26	266.5	265.0	+1.5
		3	1	261.8	258.3	+3.5
			4	258.6	255.1	+3.5
		6	6	311.8	311.0	+0.8
	24				314.8	
		2	—	262.3	261.9	+0.4
		4	3	314.7	314.8	—0.1
			13	286.0	287.7	—1.7

Datum.		Zeit.		Höhe		Differenz.
				baromet.	nivell.	
		h	m		m	
April	24				279.7	
		10	15	299.3	302.8	— 3.5
		1	54	226.5	223.9	+ 2.6
		6	25	304.6	302.8	+ 1.8
	25				302.0	
		12	15	299.4	299.4	0.0
			19	292.3	294.9	— 2.6
		1	14	287.8	287.7	+ 0.1
			20	282.0	283.1	— 1.1
			22	289.9	291.4	— 1.5
		2	17	315.6	315.0	+ 0.6
			20	309.9	311.0	— 1.1
	26				302.0	
		10	18	283.4	283.2	+ 0.2
		11	45	269.3	270.4	— 1.1
		12	20	300.5	300.2	+ 0.3
		2	34	291.7	289.7	+ 2.0
		3	31	291.8	289.8	+ 2.0
			46	300.2	298.5	+ 1.7
		5	—	307.6	310.7	— 3.1
	26				293.9	
		11	35	286.4	286.5	— 0.1
		12	2	280.7	277.7	+ 3.0
		12	11	273.5	269.5	+ 4.0
		1	59	305.0	301.6	+ 3.4
		4	50	224.2	223.9	+ 0.3
		6	58	200.0	198.5	+ 1.5
Mai	2				223.3	
		1	15	315.3	314.8	+ 0.5
		2	46	312.8	314.8	— 2.0
			53	302.7	300.7	+ 2.0
		3	57	310.5	310.1	+ 0.4
		4	—	313.4	313.1	+ 0.3
	2				223.3	
		10	53	226.6	226.6	0.0
		1	8	310.7	314.8	— 4.1
		2	45	311.4	314.8	— 3.4
		5	46	194.6	192.8	+ 1.8
	3				223.3	
		12	40	191.1	192.8	— 1.7

Datum.		Zeit.	Höhe baromet.	Höhe nivell.	Differenz.
		h m		m	
Mai	3			223.3	
		10 36	308.7	310.6	— 1.9
		53	309.3	312.0	— 2.7
		12 43	305.9	308.6	— 2.7
	5			296.7	
		9 45	294.4	293.9	+ 0.5
		10 40	297.6	296.7	+ 0.9
		12 3	195.2	192.8	+ 2.4
		49	195.7	192.8	+ 2.9
		1 3	228.0	226.3	+ 1.7
		44	241.7	241.9	— 0.2
		52	249.3	246.8	+ 2.5
		6 3	193.2	192.7	+ 0.5
	6			223.3	
		9 23	242.8	243.5	— 0.7
		10 36	250.9	250.7	+ 0.2
		11 18	284.1	283.1	+ 1.0
		12 1	292.5	295.2	— 2.7
		1 4	307.6	310.2	— 2.6
		4 1	241.8	243.6	— 1.8
		4 20	222.9	223.2	— 0.3
	12			210.4	
		5 56	209.2	210.4	— 1.2
	13			210.4	
		5 37	209.9	210.4	— 0.5
Juni	21			172.2	
		7 50	159.8	162.9	— 3.1
		8 20	131.0	132.7	— 1.7
		45	129.5	131.5	— 2.0
		50	131.6	133.2	— 1.6
		55	130.6	130.6	0.0
		9 5	150.5	150.2	+ 0.3
		15	154.3	153.6	+ 0.7
		25	152.9	153.6	— 0.7
		55	152.0	150.7	+ 1.3
		10 —	137.1	136.4	+ 0.7
		5	140.1	137.8	+ 2.3
		8	141.7	140.2	+ 1.5
		13	144.6	145.0	— 0.4
		15	147.5	148.0	— 0.5

Datum.		Zeit.		Höhe barom.	Höhe nivell.	Differenz.
		h	m		m	
Juni	21				172.2	
		10	18	154.4	154.0	+0.4
			20	159.2	159.5	—0.3
			23	165.3	165.5	—0.2
			26	164.2	165.0	—0.8
	28				304.8	
		3	10	300.2	300.5	—0.3
			17	295.1	296.9	—1.8
		4	42	304.3	302.9	+1.4
		5	20	322.1	321.9	+0.2
			35	346.8	346.9	—0.1
			41	348.1	347.5	+0.6
			43	347.4	347.4	0.0
			48	345.7	345.4	+0.3
			51	345.1	346.4	—1.3
		6	2	346.9	346.9	0.0
			4	345.2	344.5	+0.7
			21	314.0	312.5	+1.5
			22	314.6	312.9	+1.7
			24	316.4	314.7	+1.7
		7	10	304.3	304.3	0.0
	29				342.4	
		7	28	332.0	331.8	+0.2
			46	337.8	338.2	—0.4
			58	348.1	347.5	+0.6
		9	5	301.3	298.4	+2.9
			32	305.4	304.8	+0.6
			34	300.4	300.5	—0.1
			38	297.9	297.0	+0.9
			43	295.2	294.1	+1.1
			45	297.4	296.8	+0.6
			48	299.9	298.4	+1.5
		10	37	311.2	313.1	—1.9
			50	320.4	320.7	—0.3
			58	322.7	323.5	—0.8
		11	3	327.3	327.4	—0.1
			10	332.6	332.2	+0.4
			13	337.8	338.2	—0.4
		12	7	302.8	304.8	—2.0

Datum.		Zeit.		Höhe baromet.	Höhe nivell.	Differenz.
		h	m		m	
Juli	2				342.4	
		8	49	350.4	347.5	+ 2.9
		2	34	346.9	347.6	— 0.7
		3	14	348.1	347.6	+ 0.5
			50	346.9	347.5	— 0.6
			55	336.6	338.2	— 1.6
	3				342.4	
		11	2	333.3	335.0	— 1.7
	4				272.6	
		5	40	289.9	292.0	— 2.1
	11				347.2	
		10	4	342.8	341.7	+ 1.1
		12	18	339.4	340.7	— 1.3
	12				265.8	
		6	4	273.6	272.6	+ 1.0
		10	12	285.4	287.1	— 1.7
		10	17	286.4	286.2	+ 0.2
		11	20	313.0	310.9	+ 2.1
	14				272.6	
		5	41	268.1	265.8	+ 2.3
	16				272.6	
		5	38	265.4	265.8	— 0.4
		6	41	314.1	310.9	+ 3.2
			47	302.2	302.5	— 0.3
		9	12	339.6	336.3	+ 3.3
		1	26	349.4	347.2	+ 2.2
		2	38	273.9	272.6	+ 1.3
		7	44	294.6	295.1	— 0.5
	17				295.1	
		9	41	313.0	310.3	+ 2.7
		10	30	296.8	295.1	+ 1.7
		12	29	294.9	295.1	— 0.2
		7	36	294.5	295.1	— 0.6
			47	294.6	295.1	— 0.5
	18				309.4	
		10	36	279.6	282.4	— 2.8
		11	21	244.1	243.0	+ 1.1
		7	58	321.0	321.0	0.0

Datum.		Zeit.		Höhe baromet.	Höhe nivell.	Differenz.
		h	m		m	
Juli	19				310.3	
		8	1	322.0	321.0	+1.0
			20	320.5	319.5	+1.0
		10	49	281.6	279.0	+2.6
		11	23	303.7	304.5	−0.8
	20				299.1	
		8	20	244.0	243.0	+1.0
		9	55	293.0	292.1	+0.9
		12	21	243.0	243.0	0.0
	22				295.1	
		6	30	213.4	212.1	+1.3
		9	13	246.4	244.0	+2.4
		11	39	310.4	310.3	+0.1
	24				295.1	
		8	24	282.2	281.0	+1.2
		11	43	310.3	310.3	0.0
	25				201.6	
		10	43	201.2	201.6	−0.5
		12	25	186.5	188.0	−1.5
		3	39	171.6	168.7	+2.9
	26				168.7	
		10	31	147.5	145.6	+1.9
		11	34	147.8	145.6	+2.2
		5	38	117.7	117.1	+0.6
August	1				82.6	
		12	25	87.3	87.0	+0.3
		6	46	85.2	87.0	−1.8
	2				82.6	
		12	33	82.4	82.6	−0.2
		7	2	82.5	82.6	−0.1
	3				78.2	
		12	36	77.1	78.2	−1.1
		7	24	76.7	78.2	−1.5
	4				80.4	
		9	—	79.1	80.4	−1.3
			14	78.7	78.2	+0.5
			38	75.8	75.4	+0.4
		11	54	93.1	95.2	−2.1
		12	16	79.7	79.7	0.0
			24	86.8	87.3	−0.5
		2	30	75.7	78.2	−2.5

Datum.		Zeit.	Höhe baromet.	Höhe nivell.	Differenz.
		h m		m	
August	6			258.2	
		5 30	261.8	260.5	+ 1.3
	7			258.2	
		5 47	265.7	265.8	— 0.1
		53	260.9	260.5	+ 0.4
		56	258.2	258.2	0.0
		7 48	256.2	255.4	+ 0.8
		57	262.6	263.8	— 1.2
		10 45	259.6	258.2	+ 1.4
	12			258.2	
		4 52	297.2	297.6	— 0.4
		59	305.0	305.0	0.0
September	13			285.9	
		4 42	297.2	297.6	— 0.4
		59	305.0	305.0	0.0
	14			285.9	
		3 21	295.3	297.6	— 2.3
		38	302.2	305.0	— 2.8
		55	321.1	318.8	+ 2.3
		4 57	282.7	281.8	+ 0.9
	16			285.9	
		8 56	295.6	297.6	— 2.0
		9 10	304.9	305.0	— 0.1
		10 43	246.9	249.2	— 2.3
		12 14	308.1	305.0	+ 3.1
		1 27	298.9	297.6	+ 1.3
	17			295.8	
		8 57	296.9	297.6	— 0.7
		9 21	302.9	305.0	— 2.1
		57	295.2	297.6	— 2.4
		10 36	224.5	228.0	— 3.5
		12 21	237.1	238.4	— 1.3
		1 3	245.0	246.3	— 1.3
		2 33	300.2	297.6	+ 2.6
	18			285.9	
		3 37	232.5	230.9	+ 1.6
		5 25	285.0	285.9	— 0.9
	20			182.6	
		4 47	203.6	203.6	0.0
	24	12 47	180.0	182.6	— 2.6

Datum.		Zeit.		Höhe baromet.	Höhe nivell.	Differenz.
		h	*m*		*m*	
October	25				257.5	
		12	29	183.5	183.2	−0.3
	27				206.4	
		11	50	300.9	296.5	+4.4
		1	57	210.6	210.8	−0.2
		2	13	219.5	216.8	+2.7
		4	48	234.8	234.4	+0.4
November	1				257.5	
		11	27	184.4	180.8	+3.6
			35	174.8	174.9	−0.1
		12	53	183.1	183.2	−0.1
		1	18	184.3	183.2	+1.1
			23	173.5	174.0	−0.5
			44	168.5	167.7	+0.7
		2	8	165.4	164.5	+0.9
		3	58	182.0	180.8	+1.2
	2				257.5	
		11	31	180.5	180.7	−0.2
	24				178.1	
		10	54	176.7	174.9	+1.8
		11	13	173.4	170.9	+2.5
		12	21	175.3	177.8	−2.5
	25				178.1	
		10	3	172.2	170.9	+1.3
		11	27	167.2	168.4	−1.2
		1	13	198.7	199.2	−0.5
	27				212.5	
		11	41	207.8	205.2	+2.6
		12	40	200.7	201.7	−1.0
		2	38	205.8	206.5	−0.7

N.B. Die mit jedem Monatstage auf derselben Zeile stehende unterstrichene Zahl bezeichnet die Höhe, welche zur Berechnung der übrigen diente und mit Hilfe derer man die gemessenen Höhennnterschiede finden kann.

Instrumenten in der im Vorigen angegebenen Art und Weise gemacht und gerechnet und ist die Zusammenstellung aus dem zu Gebote stehenden Material durchaus vollständig und frei von jeder willkürlichen Ausscheidung gemacht worden. Die Beobachtungen erstrecken sich über einen Zeitraum von 8 Monaten, vom April bis November (1872 und 1873), und war unter 248 Bestimmungen bereits einnivellirter Punkte (Beobachtungsfehler = Höhen*unterschied* barometr. — nivellirt)

die Zahl der Fehler	+	= 121
»	—	= 114
»	0	= 13
Summe		= 248
die Summe der Fehler	—	= 163.3
»	+	= 157.1
Summe		= 320.4

daher der durchschnittliche Fehler einer Beobachtung = 1.29 Meter,

die Summe der Quadrate aller Fehler	= 662.98	»
daher der mittlere Fehler	= 1.63	»
und der wahrscheinliche Fehler . . .	= 1.10	»

Berechnet man nach der Grösse des letzteren und den Gesetzen, welchen rein zufällige Ereignisse folgen, die Häufigkeit des Vorkommens der Fehler von bestimmter Grösse, so erhält man folgende Zusammenstellung:

Es liegen ihrem absoluten Werthe nach		beobachtet.	berechnet.	
zwischen	0^m—1^m	113	115	Fehler
	1^m—2^m	78	79	»
	2^m—3^m	40	39	»
	3^m—4^m	14	12	»
	über 4^m	3	3	»
		248	248	

Weiter ins Einzelne lässt sich die Vergleichung nicht wohl führen, da die Beobachtungsfehler auf Decimeter abgerundet sind und eine Vertheilung derselben der

Grösse nach um so willkürlicher ausfällt, je enger die Grenzen gezogen werden. Die angeführten Zahlen beweisen zur Genüge, dass weder bei der Art der Beobachtung, noch der Art der Berechnung constante Fehler von irgend merklicher Grösse im Spiel gewesen sind und dass es nur von der Achtsamkeit des Beobachters auf möglichste Vermeidung aller Fehlerquellen abhängt, den mittlern Fehler der Beobachtungen geringer zu machen. Derselbe ist hier etwas gross ausgefallen, wobei jedoch zu berücksichtigen ist, dass, um jede Willkür zu vermeiden, selbst bei durchaus ungünstiger Witterung angestellte Beobachtungen nicht ausgeschlossen worden sind. Aus den Sommermonaten allein berechnet fällt der mittlere Fehler viel geringer aus.

Ein Beispiel möge noch dazu dienen, den Einfluss *constanter* Fehlerursachen zu veranschaulichen.

Wäre z. B. die Lufttemperatur, anstatt in der angegebenen Art und Weise, durch Ablesung des Thermometers bei jeder einzelnen Beobachtung, wie es gewöhnlich geschieht, bestimmt worden, so würde man dieselbe im Mittel um wenigstens 2°—3° C. höher erhalten haben, da es gewiss nicht zu hoch gegriffen ist, wenn man annimmt, dass das Thermometer von Morgens bis Mittags im Mittel um 5° C. steigt. Eine Erhöhung der Luftemperatur um 2.5° C. bewirkt aber eine Vergrösserung des gefundenen Höhenunterschiedes um nahe 1 Procent und da die Summe aller gemessenen Höhenunterschiede etwas über 7000 Meter beträgt, so würde allein in Folge der fehlerhaft bestimmten Lufttemperatur die Summe der positiven Fehler die der negativen um mehr als 70 Meter übertroffen haben, trotz des verhältnissmässig so geringen mittleren Höhenunterschiedes von nur etwa 30 Metern.

Die Brauchbarkeit barometrischer Höhenmessungen für mancherlei industrielle Zwecke dürfte aus dieser Zusammenstellung wohl deutlich genug hervorgehen.

Airolo, den 2. October 1873. *C. Koppe.*

Auflösung einer Grenzausgleichungsaufgabe vermittelst neuerer Geometrie.

1. Ueber den praktischen Werth der nachfolgenden Aufgabe und ihrer Auflösung mache ich mir keine Illusionen. Ich bin zwar der vollen Ueberzeugung, dass, wofern die Aufgabe in der hier vorausgesetzen Form auftritt, die von mir vermittelst neuerer Geometrie entwickelte Auflösung Alles, was sich vermittelst anderer, algebraischer oder trigonometrischer Methoden erzielen liesse, an Durchsichtigkeit und bequemer Anwendbarkeit weit hinter sich lässt; ich weiss aber auch, dass derlei Aufgaben in praktischen Fällen selten in demjenigen Gewande der Reinheit und Einfachheit auftreten, in welchem sie bei der rein wissenschaftlichen Behandlung erscheinen und dass desshalb für praktische Zwecke die Auflösung durch Probiren oder durch allmälige Annäherung der theoretischen Auflösung, welche wegen der eintretenden Complicationen schwerfällig, wo nicht ununausführbar würde, vorgezogen wird. Ich bin mir vollständig bewusst, dass die Aufgabe und ihre Auflösung ihren etwaigen Werth mehr in dem instructiven Beispiele, das sie zu den Methoden der neueren Geometrie, als in dem Nutzen, den sie der Geodäsie darbietet, finden muss.

Wenn ich dessenungeachtet vorgezogen habe, meine kleine Arbeit eher in dieser Zeitschrift als in einer rein wissenschaftlichen zu veröffentlichen, so bin ich von der allgemeinen Ansicht ausgegangen, dass Berührungspunkte zwischen der reinen Theorie und der Praxis, auch wenn sie von der alltäglichen Ausübung der letzteren weitab zu liegen scheinen, dennoch eifrig verfolgt werden sollten, weil sie stets ein Element der Fruchtbarkeit in sich enthalten, und bei der Mannigfaltigkeit der Vorkommnisse des geschäftlichen Lebens doch nie dafür gebürgt werden kann, dass nicht auch einmal die strenge Auflösung in ihrer wissenschaftlichen Form ihren richtigen Platz findet.

Für die wahrscheinich relativ zahlreichen Leser, denen die Principien der neueren Geometrie nicht geläufig sind, habe ich einige Erläuterungen beigefügt, die ihnen wenigstens eine Vorstellung von den Methoden dieser Disciplin geben werden, und auch am Schlusse die Vorschriften zur Auflösung in einer auch für denjenigen, der den Gang der Auflösung nicht verfolgen konnte, verständlichen Form kurz zusammengefasst.

Die Vorbereitungen, welche ich in den Nummern 3 bis 8 für meine Auflösung getroffen habe, werden manchem Leser etwas weitschichtiger angelegt vorkommen, als es der Zweck durchaus zu erheischen scheint. Ich will es Niemanden verargen, wenn er es für eine Liebhaberei oder für die Grille eines Theoretikers ansieht, dass ich verlange, eine geometrische Arbeit müsse so geschrieben sein, dass sie ohne beigegebene Figur verständlich ist, mit anderen Worten: dass sie auf jede Figur passt, welche der Leser für sich selbst nur den allgemeinen Bedingungen der Aufgabe gemäss entwirft. Es wird mancher Leser sich eine Figur entwerfen, welche ihm die Frage nahe legt, warum auf gewisse unmittelbar aus der Anschauung selbst verständliche Behauptungen ein Nachdruck gelegt, und ein Beweis dafür gegeben ist; bei einigem Nachdenken wird er aber finden, dass die Figur auch in einer anderen Weise entworfen werden kann, welche den Nachdruck und den Beweis nothwendig macht. Uebrigens ist ja eben der praktische Geodät gewöhnt, auch für andere Zwecke Methoden zu verlangen, welche ohne den Blick auf eine specielle Figur durchführbar sind. Es kann nicht genug wiederholt werden: was allgemein und bequem anwendbar sein soll, muss auf den allgemeinsten Betrachtungen, denen sich auch die bunteste Mannigfaltigkeit der einzelnen Fälle nicht entziehen kann, beruhen. Der Inhalt der oben angeführten Nummern scheint mir für eine von diesem Standpunkt aus erforderliche Behandlung der Lehre von den Flächeninhalten nicht ohne Belang zu sein.

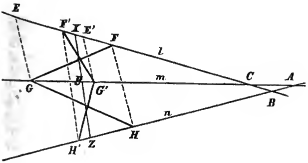
FIGUR

zur

Grenzausgleichungsaufgabe vermittelst neuerer Geometrie

von

Professor **C. W. Baur.**



Zur Seite 31.

2. › **Aufgabe.** Auf drei geraden Grenzen *l*, *m*, *n*, welche nicht gegen einen Punkt convergiren, sind die Marken *F* auf *l*, *G* auf *m*, *H* auf *n* so gegeben, dass zwei zwischen *l* und *m* liegende Grundstücke in der Zwischengrenze *F G*, und zwei andere zwischen *m* und *n* liegende Grundstücke in *GH* zusammenstossen, die gebrochene Grenze *FGH* soll ohne Veränderung der Inhalte der vier Grundstücke in eine gerade *XYZ* verwandelt werden: wie sind die neuen Marken *X* auf *l*, *Y* auf *m*, *Z* auf *n* zu bestimmen? ‹

Versteht man unter *A*, *B*, *C* die den Geraden *l*, *m*, *n* gegenüberliegenden Ecken des Dreiecks, welches entstehen soll, wenn die drei Geraden nöthigenfalls bis zu ihren gegenseitigen Durchschnitten verlängert werden, so wird eine Gerade *XYZ* den Bedingungen entsprechen, wenn nur $\triangle AYZ = AGH$ und $\triangle CXY = CFG$ ist, verwandelt man $\triangle FGH$ vermittelst einer durch *G* zu *FH* gezogenen Parallelen, welche *l* in *E* schneidet, in $\triangle FHE$, so wird, wenn nur die zwei obigen Bedingungen erfüllt sind, von selbst auch $\triangle BZX = BHE$ werden. Die Aufgabe lautet daher in rein geometrischer Fassung so:

› Drei Gerade, *CF*, *CG* und *BH*, in welchen die Seiten eines Dreiecks enthalten sind, sollen von einer vierten Geraden *XYZ* so geschnitten werden, dass zwei von den drei neuentstehenden Dreiecken gegebene Inhalte bekommen. ‹

Es soll nicht unterlassen werden, zu bemerken, dass für die sich schliesslich herausstellende Auflösung die Nachweisung oder Aufsuchung der Schnitte *A*, *B*, *C* auf dem Felde nicht erforderlich wird, sondern die nöthigen Operationen, soweit es vermöge der Umstände überhaupt erwartet werden kann, sich durchaus in der Nähe der Punkte *F*, *G*, *H* bewegen.

Wir beginnen mit den in 1. in Aussicht gestellten Vorbereitungen.

3. Nach bereits getroffener Wahl der positiven Drehrichtung (etwa nach dem Uhrzeigerumlauf) soll unter

ABC die Anzahl der in dem gleichnamigen Dreiecke enthaltenen Flächeneinheiten, mit dem positiven oder negativen Vorzeichen eingeführt, verstanden werden, je nachdem eine von einem Punkt im Inneren des Dreiecks ausgehende Gerade (Halbstrahl) positiv oder negativ um diesen Punkt gedreht werden muss, wenn ihr Schnittpunkt mit dem Umfang den letzteren in der durch die Buchstabenfolge $ABCA$ angegebenen Richtung durchlaufen soll. Hieraus folgt sogleich:

$ABC = BCA = CAB = -ACB = -BAC = -CBA$

Auf der einen Seite einer sich auf Flächeninhalte beziehenden Gleichung kann $+ABC$ oder $+BCA$ oder $+CAB$ gestrichen werden, wenn auf der anderen $+ACB$ oder $+BAC$ oder $+CBA$ hinzugefügt wird.

4. Wird auf der durch die Ecken B und C eines Dreiecks ABC bestimmten Geraden ein Punkt X beliebig angenommen, so ist $ABC = ABX + XCA$.

Je nachdem nämlich die Punkte B, C, X in der soeben genannten oder in der Ordnung B, X, C oder X, B, C aufeinander folgen, erhält man unmittelbar aus der Figur für ABC den Werth:

$ABX - XAC$ oder $ABX + XCA$ oder $-AXB + XCA$.

Alle diese drei Fälle sind aber mit der behaupteten Gleichung in Uebereinstimmung.

Um eine derartige Gleichung leicht und sicher anzuschreiben, gehe man von der Segmentgleichung $BC = BX + XC$ oder $BX = BC + CX$ oder $CX = CB + BX$ aus, welche vorbehaltlich der für die Vorzeichen der Segmente giltigen Bestimmungen stets richtig ist, und bringe vor oder hinter den Segmenten den der gemeinschaftlichen Ecke der drei Dreiecke zugehörigen Buchstaben an.

5. › *Satz und Erklärung.* Für jede beliebige Lage der vier Punkte A, B, C, D ist:

$$ABC + CDA = BCD + DAB.$$

Der gemeinschaftliche Werth dieser beiden Summen wird für jede Lage der vier Punkte unter dem Verecks-

inhalt $ABCD$ oder $BCDA$ oder $CDAB$ oder $DABC$ verstanden. ‹

Beweis des Satzes. Unter den drei Linienpaaren AB und CD, AC und BD, AD und BC muss wenigstens eines aus zwei nicht parallelen Linien bestehen, es sei das erste, also ein Paar Gegenseiten des Vierecks. Schneiden sich die zwei Geraden, welche diese zwei Seiten enthalten, in S, so ist, weil A, S, B, ebenso auch C, S, D auf einer Geraden liegen, nach (4):

$$ABC = CAS + SBC$$
$$CDA = ACS + SDA$$

woraus durch Addition folgt, da CAS und ACS nach (3) sich aufheben:

$$ABC + CDA = SBC + SDA$$

Ebenso ist, wenn oben D statt C, unten B statt A eingeführt wird:

$$BCD = BCS + SDB$$
$$DAB = DAS + SBD$$

woraus durch Addition:

$$BCD + DAB = BCS + DAS.$$

Für die zwei Summen, deren Gleichheit behauptet wird, sind identische Werthe erhalten worden, die Behauptung ist also richtig.

Aus der bewiesenen Gleichung folgt auch durch Umsetzung nach (3)

$$ACB + BDA = CBD + DAC$$

Diese Gleichung enthält die behauptete Beziehung für das Viereck $ACBDA$, von welchem nicht zwei gegenüberliegende Seiten, sondern die zwei Diagonalen AB und CD als nicht parallel vorausgesetzt sind, die Behauptung gilt also auch unter dieser Voraussetzung, und der Beweis ist vollständig.

Zusatz. Schneiden sich zwei Geraden, von denen die eine die Punkte A und B, die andere die Punkte C und D enthält, in S, so ist:

$$ABCD = SBC + SDA$$
$$BACD = SAC + SDB$$

Die erste Gleichung ergibt sich unmittelbar aus dem

Beweis, die zweite aus der ersten vermittelst Vertauschung von A und B, welche zulässig ist, weil im Beweis nichts Besonderes über die Art und Weise, wie A und B auf der einen Geraden liegen sollen, vorausgesetzt wurde.

Um derartige Gleichungen leicht und sicher anzuschreiben, bemerke man: in den beiden Dreiecken rechts ist immer von der einen auf die andere Gerade übergegangen und ihre Ecken folgen in der Ordnung aufeinander, wie auf dem Umfang links.

Dieser Zusatz gibt den Inhalt eines verschränkten Vierecks nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauch als Differenz zweier Dreiecke zu erkennen, welche im Verschränkungspunkt ihre gemeinschaftliche Spitze haben.

6. Die Folgerung, welche aus dem Parallelismus von zwei Linien AC und BD nach dem Satze von Dreiecken auf derselben Grundlinie und zwischen denselben Parallelen zu ziehen ist, kann nach (3) so geschrieben werden:

$$ADC = ABC \quad \text{oder} \quad 0 = ABC + CDA = ABCD.$$

Der Inhalt eines Vierecks, dessen Diagonalen parallel sind, ist Null, und umgekehrt, wenn der Inhalt Null ist, so sind die Diagonalen parallel. Schneiden die zwei Gegenseiten AB und CD sich in S, so ist nach (5) auch

$$0 = SBC + SDA, \quad SBC = SAD.$$

7. *Satz.* »Werden auf den drei Geraden l, m, n, welche die Gegenseiten der Ecken A, B, C eines Dreiecks enthalten, die Punkte X auf l, Y auf m, Z auf n beliebig angenommen, so ist

$$XYZ = ABC + AYZ + BZX + CXY.«$$

Beweis. Da die Punkte B, X, C auf einer Geraden liegen, so ist nach (4):

$$ABC = ABX + XCA.$$

Aber auch A, Z, B und ebenso C, Y, A liegen auf einer Geraden, also:

$$ABX = AZX + ZBX \quad \text{und} \quad XCA = CYX + XYA,$$

daher:

$$ABC = AZX + ZBX + CYX + XYA.$$

Nach (5) wird aber:

$$AZX + XYA = AZXYA = ZXY + YAZ,$$

somit:

$$ABC = ZXY + YAZ + ZBX + CYX.$$

Nach (3) ist diese Gleichung mit der im Satze aufgestellten gleichbedeutend.

Zusatz. Werden die Geraden l, m, n von einer vierten Geraden in X, Y, Z geschnitten, so ist $XYZ = 0$, also auch:

$$0 = ABC + AYZ + BZX + CXY.$$

Umgekehrt: Findet diese Beziehung statt, so liegen X, Y, Z auf einer Geraden.

8. Es sei Punkt F auf l, G auf m, H auf n beliebig angenommen und l werde von der durch G zu FH gezogenen Parallelen in E geschnitten. Ist dann X auf l, Y auf m, Z auf n so angenommen, dass

$$AYZ = AGH,\quad BZX = BHE,\quad CXY = CFG,$$

so liegen X, Y, Z auf einer Geraden.

Beweis. Nach (7) ist:

$$FGH = ABC + AGH + BHF + CFG.$$

Vermöge der Bestimmung von E ist aber:

$$FGH = FEH$$

also: $0 = ABC + AGH + BHF + CFG + FHE$

Da B, F und E auf einer Geraden liegen, so ist:

$$BHF + FHE = HEF + FBH = HEB = BHE$$

also: $\quad 0 = ABC + AGH + BHE + CFG$

der Voraussetzung gemäss somit auch:

$$0 = ABC + AYZ + BZX + CXY$$

Nach (7) Zus. liegen daher X, Y, Z auf einer Geraden.

9. *Einige Erläuterungen aus der neueren Geometrie.* Die Punktreihen: Y_1, Y_2, Y_3, ... auf einer Geraden m, und Z_1, Z_2, Z_3, ... auf n heissen *projectivisch*:

$$Y_1, Y_2, Y_3, \ldots \pi\, Z_1, Z_2, Z_3, \ldots \quad \text{kurz: } (Y)\,\pi\,(Z)$$

wenn die beiden Geraden, ohne Veränderung der gegenseitigen Entfernungen der zu einerlei Reihe gehörigen Punkte, in eine solche Lage gebracht werden können, dass alle Verbindungslinien zweier entsprechenden (gleichnumerirten) Punkte beider Reihen durch *einen* Punkt gehen. Diese Lage heisst die *perspectivische.* Ist die eine Reihe (Y) gegeben, so können zu drei Punkten derselben, etwa Y_1, Y_2, Y_3 die entsprechenden Punkte Z_1, Z_2, Z_3 der anderen Reihe beliebig angenommen werden, jeder weitere Punkt Z_4 aber ist dann bestimmt durch die Beziehung:

$$\frac{Y_1 Y_3}{Y_2 Y_3} : \frac{Y_1 Y_4}{Y_2 Y_4} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_3} : \frac{Z_1 Z_4}{Z_2 Z_4}$$

(Gleichheit der Doppelschnittsverhältnisse.) Bei Anwendung derselben ist unter Annahme einer positiven Richtung auf jeder der beiden Geraden jedes Segment nach Grösse und Vorzeichen in Betracht zu ziehen.

Versteht man unter Y_3 und Z_4 die unendlich entfernten Punkte beider Reihen, so wird

$$\frac{Y_1 Y_3}{Y_2 Y_3} = \frac{Y_1 Y_2 + Y_2 Y_3}{Y_2 Y_3} = \frac{Y_1 Y_2}{Y_2 Y_3} + 1 = 1, \text{ weil } Y_2 Y_3 = \infty$$

ebenso

$$\frac{Z_1 Z_4}{Z_2 Z_4} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_4}{Z_2 Z_4} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 Z_4} + 1 = 1, \text{ weil } Z_2 Z_4 = \infty$$

Obige Gleichung geht daher, wenn man die Nummern der unendlich entfernten Punkte der Reihen (Y) und (Z) mit m und n statt mit 3 und 4 bezeichnet, über in:

$$Y_1 Y_n \,.\, Z_1 Z_m = Y_2 Y_n \,.\, Z_2 Z_m$$

Das Product $Y_r Y_n \,.\, Z_r Z_m$ ist von der Nummer r unabhängig.

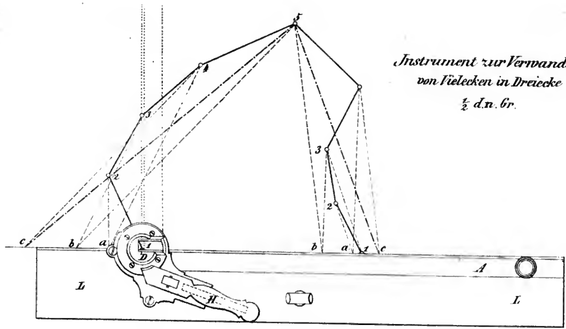
Schneiden sich zwei Geraden in O, und man nimmt die Reihe (Y) auf der einen, die Reihe (Z) auf der anderen so an, dass:

$$\triangle\, O Y_1 Z_1 = O Y_2 Z_2 = O Y_3 Z_3 = \ldots\ldots$$

so sind diese Reihen projectivisch und zwar entspricht

Instrument zur Verwandlung von Vielecken in Dreiecke

½ d. n. Gr.



der mit O zusammenfallende Punkt einer von beiden Reihen dem unendlich entfernten Punkt der anderen Reihe.

10. Wir können nun, wenn F auf l, G auf m, H auf n beliebig gegeben und E auf l vermittelst der durch G zu FH gezogenen Parallelen bestimmt ist, vermöge (8) unsere Aufgabe so fassen:

Es soll X auf l, Y auf m, Z auf n so bestimmt werden, dass

$$AYZ = AGH, \quad BZX = BHE, \quad CXY = CFG.$$

Zum Zweck der Auflösung denken wir uns die Reihen (Y) auf m und (Z) auf n, ferner (U) und (V) auf l so angenommen, dass

$$\triangle AGH = AY_1Z_1 = AY_2Z_2 = \ldots\ldots$$
$$\triangle BHE = BZ_1U_1 = BZ_2U_2 = \ldots\ldots$$
$$\triangle CFG = CV_1Y_1 = CV_2Y_2 = \ldots\ldots$$

so wird $\qquad (U) \pi (Z) \pi (Y) \pi (V)$

Gibt es nun einen Punkt X auf l derart, dass Punkt X der Reihe (U) dem Punkt X der Reihe (V) entspricht, so werden die demselben in (Y) und (Z) entsprechenden Punkte in diesen Reihen auch einander entsprechen, es sind also von X, Y, Z die drei oben aufgestellten Bedingungen erfüllt, ebendesshalb liegen nach (8) diese Punkte auch auf einer Geraden, welche die in der ursprünglichen Aufgabe verlangte ist.

11. Wesentlich erleichtert wird die Bestimmung eines gemeinschaftlichen Punktes X beider Reihen (U) und (V) durch den besonderen Umstand, dass sich irgend zwei entsprechende Punkte beider Reihen ohne Störung des projectivischen Verhältnisses austauschen lassen, so nämlich, dass wenn

$$U_1 U_2 U_3 \ldots U_r \ldots \pi\, V_1 V_2 V_3 \ldots V_r \ldots$$

auch $\qquad U_1 U_2 U_3 \ldots V_r \ldots \pi\, V_1 V_2 V_3 \ldots U_r \ldots$

Die beiden Reihen bilden, was man eine *Involution* nennt:

$$U_1 V_1, \quad U_2 V_2, \quad U_3 V_3 \ldots$$

in welcher jede zwei sich in beiden Reihen gegenseitig entsprechenden Punkte *conjugirte* heissen. Jede aus der Involution beliebig herausgegriffene Reihe von Punkten ist projectivisch mit der Reihe der dazu conjugirten Punkte.

Um diese Eigenthümlichkeit nachzuweisen, wollen wir jetzt unter U, Z, Y, V irgend vier einander entsprechende Punkte verstehen, dann folgt aus (10) und (8):

$$ABC + AYZ + BZU + CVY$$
$$= ABC + AFG + BHE + CFG = 0$$

Wie nun in (8) aus dem Umstand, dass E im Schnitte von l mit einer durch G zu FH gezogenen Parallelen bestimmt ist, auf das Verschwinden der zweiten Summe geschlossen wurde, so kann jetzt umgekehrt aus dem Verschwinden der ersten Summe geschlossen werden, dass U im Schnitt von l mit einer durch Y zu VZ gezogenen Parallelen liegt.

Nehmen wir aber jetzt einen Punkt der Reihe (V) in U an und bestimmen die ihm in (Y) und (Z) entsprechenden Punkte, die wir mit Y' und Z' bezeichnen wollen, aus

$$CUY' = CFG = CVY \quad \text{und} \quad AY'Z' = AGH = AYZ$$

so folgt $UY \parallel VY'$ und $YZ'Z \parallel Y'$, was in Verbindung mit $UY \parallel VZ$ nichts Anderes besagt, als dass zwei Parallelen vorhanden sind, von denen die eine l in U, m in Y, n in Z', die andere l in V, m in Y', n in Z schneidet. Wollen wir daher nach der oben gefundenen Vorschrift den dem Punkt U der Reihe (V) entsprechenden Punkt der Reihe (U) vermittelst der zu UZ' durch Y' gezogenen Parallelen bestimmen, so kommen wir auf den Punkt V zurück. Entspricht also einem Punkt V der Reihe (V) der Punkt U der Reihe (U), so entspricht auch dem Punkt U der Reihe (V) der Punkt V der Reihe (U). Die Involution ist nachgewiesen.

Ein Punkt X auf l, in welchem zwei entsprechende Punkte der Reihen (U) und (V) vereinigt sind, ist ein solcher, in welchem zwei conjugirte Punkte der Invo-

lution zusammenfallen, oder das, was man einen *Doppelpunkt* der Involution nennt.

11. Ist O derjenige Punkt der Reihe (U), welcher dem unendlich entfernten der Reihe (V) entspricht, so muss auch dem unendlich entfernten der Reihe (U) der Punkt O in (V) entsprechen. O ist derjenige Punkt der Involution, dessen conjugirter im Unendlichen liegt, der sogenannte *Centralpunkt* der Involution. Derselbe spielt in den beiden Reihen (U) und (V) die Rolle, welche in (9) den Punkten Y_n und Z_m bezüglich der Reihen (Y) und (Z) zugekommen ist, man hat daher, da in X zwei conjugirte Punkte vereinigt sein sollen:

$$OX^2 = OU_1 . OV_1 = OU_2 . OV_2 = \ldots$$

Zur Bestimmung eines Doppelpunktes X der Involution bedarf es also nur der Kenntniss des Centralpunkts O und eines Paars conjugirter Punkte. Sind die zwei Segmente OU_1 und OV_1 von gleichem Vorzeichen, d. h. liegt O nicht zwischen U_1 und V_1, so erhält man vermöge

$$OX = \pm\sqrt{OU_1 . OV_1}$$

zwei Doppelpunkte zu entgegengesetzten Seiten in einerlei Abstand von O, liegt dagegen O zwischen U_1 und V_1, so wird $OU_1 . OV_1$ negativ, die Doppelpunkte werden imaginär.

Ein Blick auf die Gleichungen in (10) zeigt, dass E und F zwei entsprechende Punkte der Reihen (U) und (V), d. h. zwei conjugirte Punkte der Involution sind. Auch den Centralpunkt O liefern uns diese Gleichungen. Verstehen wir unter Y_0 und Z_0 diejenigen Punkte in (Y) und (Z), welche dem unendlich entfernten U_0 in (U) und also dem Punkt V_0 oder O in (V) entsprechen, so zeigt die Gleichung $BHE = BZ_0 U_0$, dass Z_0 mit B zusammenfällt, es ist also Y_0 aus

$$\triangle AGH = AY_0 Z_0 = AY_0 B$$

und O aus

$$\triangle CFG = CV_0 Y_0 = COY_0$$

zu bestimmen. Es ergibt sich hiemit Y_0 im Schnitt von

m mit einer durch H zu BG und O im Schnitt von l mit einer durch G zu Y_0F gezogenen Parallelen.

Bestimmt man daher X auf l aus $OX = \pm\sqrt{OE.OF}$, ferner Y und Z aus irgend zwei von den drei Gleichungen:

$$\triangle AYZ = AGH, \quad \triangle BZX = BHE, \quad \triangle CXY = CFG$$

so ist die dritte von selbst befriedigt, X, Y, Z liegen nach (8) auf einer Geraden, welche nach (10) die verlangten Flächeninhalte abschneidet, die Aufgabe ist also aufgelöst.

Wir stellen den Gang der Auflösung in Folgendem kurz zusammen:

$GE \parallel FH$ gibt E auf l, $HY_0 \parallel BG$ gibt Y_0 auf m, $GO \parallel Y_0F$ gibt O auf l, $OX = \pm\sqrt{OE.OF}$ gibt keinen Punkt X oder deren zwei auf l, je nachdem O zwischen E und F liegt oder nicht; im letzteren Falle erhält man zu jedem der beiden Punkte X auf l mit $FY \parallel GX$ einen Punkt Y auf m und mit $EZ \parallel HX$ oder $GZ \parallel HY$ einen Punkt Z auf n.

12. Die praktische Durchführung dieser Auflösung stosst auf technische Schwierigkeiten, welche dieselbe geradezu unbrauchbar machen, wenn das Dreieck ABC auf dem Felde schwer und unsicher nachweisbar wird, ein Fall, der dann eintritt, wenn die Grenzen l, m, n schwach convergiren, und welcher Fall als der normale zu betrachten ist.

Die Auflösung ist daher so zu modificiren, dass die Nachweisung des Dreiecks ABC auf dem Felde entbehrlich wird. Zu diesem Zwecke braucht es nur der Bestimmung von zwei weiteren conjugirten Punkten der Involution ausser F, E, denn wenn zwei Paare conjugirter Punkte gegeben sind, so kann der Centralpunkt und können die Doppelpunkte gefunden werden. Nichts leichter nun, als solche zwei weitere conjugirte Punkte F' und E' zu bestimmen, und zwar ohne Kenntniss der Punkte A, B, C: Ein Punkt F' beliebig auf l gewählt gibt $CF'G' = CFG$, wenn G' der Schnitt von m mit einer durch F zu FG gezogenen Parallelen, ferner

$AG'H' = AGH$, wenn H' der Schnitt von n mit einer Parallelen zu $G'H$ durch G, endlich ergibt sich E' im Schnitt von l mit einer Parallelen durch G' zu FH, oder aus $BH'E' = BHE$ im Schnitt von l mit einer Parallelen zu $H'E$ durch H. Dass die Punkte G', H', E' anstatt vermittelst Parallelen auch durch Einrechnung aus gefällten Lothen bestimmt werden können, braucht kaum erinnert zu werden. Die Annahme und Bestimmung der Punkte F', G', H' ist nichts Anderes als der erste Versuch, den der auf das Probiren angewiesene Geometer zum Zweck der Auflösung seiner Aufgabe jedenfalls machen wird. Der Unterschied zwischen der strengen und der Versuchsmethode besteht darin, dass die eine die definitive Auflösung schon auf Grund des ersten Versuchs vermittelst einer leichten und einfachen Rechnung gewährt, die andere dagegen noch wiederholter Versuche bedarf. Ein kleiner Vortheil, den aber die strenge Methode schon für diesen ersten Versuch gewährt, besteht darin, dass sie erkennen lässt, wo man den Punkt F' ungefähr zu wählen hat, wenn man der definitiven Auflösung merklich näher geführt werden will: würde man F' in oder nahe bei E annehmen, so würde sich E' in oder nahe bei F ergeben, man hätte also für die Bestimmung des Doppelpunkts wenig oder nichts gewonnen. Auch die strenge Bestimmung fällt desto günstiger aus, je näher F' und E' zusammenfallen. Man wird daher F' weder nahe bei F, noch bei E, sondern ungefähr in der Mitte zwischen beiden annehmen.

13. Es ist nun darzuthun, wie die Doppelpunkte bestimmt werden, wenn zwei Paare F, E und F', E' conjugirter Punkte der Involution gegeben sind. Nachdem ich oben gezeigt habe, wie überhaupt die Fundamentalbetrachtungen der neueren Geometrie bei der Auflösung unserer Aufgabe zur Anwendung kommen, kann ich mich nicht damit befassen, für alles Weitere, was aus der neueren Geometrie (des Maasses und der Lage) hier brauchbar wird, die Beweise beizubringen, welche auf

Grund jener Betrachtungen nach den allgemeinen geometrischen und algebraischen Methoden geführt werden.

Zuerst theile ich eine graphische Auflösung mit, welche möglicherweise für die Arbeit auf dem Plane anwendbar sein kann. Sie lässt sich, wenn nur irgend ein Kegelschnitt auf der Ebene des Plans construirt werden kann, im Uebrigen ganz mit dem Lineal und Winkel ausführen. Der Kegelschnitt wird natürlich als Kreis construirt und zwar am zweckmässigsten als Kreis um den Durchmesser EF. Zieht man von einem beliebigen Punkte P der Peripherie dieses Kreises Geraden nach E' und F', welche den Kreis wieder in Q und R schneiden (d. h. projicirt man E' in Q und F' in R aus P auf die Peripherie), so liegen die Schnittpunkte von ER mit FQ und von EQ mit FR auf einerlei Senkrechten zu l. Projicirt man die Schnittpunkte dieser Senkrechten mit dem Kreisumfang aus P wieder auf l, so hat man die beiden Doppelpunkte.

Für die Auflösung durch Rechnung, wie man sie für die Arbeit auf dem Felde braucht, könnte man zuerst den Centralpunkt O, zu welchem der conjugirte unendlich entfernte mit Q bezeichnet werden soll, aus der Gleichheit der Doppelschnittsverhältnisse zwischen den projectivischen Reihen E, F, E', O und F, E, F', Q bestimmen. Dieselbe gibt nämlich:

$$\frac{OE}{OE'} : \frac{FE}{FE'} = \frac{QF}{QF'} : \frac{EF}{EF'}, \text{ oder da } \frac{QF}{QF'} = 1, \; EF = -FE:$$

$$\frac{OE}{OE'} = \frac{F'E}{FE'} \text{; ebenso fände sich } \frac{OF}{OF'} = \frac{FE'}{F'E}.$$

Ist hienach O gefunden, so kann weiter verfahren werden wie in (11). Diese Auflösung wird aber schlecht ausfallen, denn unter gewöhnlichen Umständen ist Punkt O weit von E, F, E', F' entfernt, und wenn man denselben auch nicht auszustecken braucht, sondern, nachdem OE' und OX nur berechnet sind, den Punkt X nach

$$E'X = OX - OE'$$

von E' aus angeben kann, so ist es doch, wie jeder Rechner weiss, nicht gerathen, einen verhältnissmässig kleinen Werth wie $E'X$ als Differenz zweier grossen Werthe wie OX und OE' zu bestimmen. Punkt O ist »zu weit aus der Bahn«.

Glücklicherweise lässt sich aber auch das Verhältniss, nach welchem der Abstand zweier conjugirten Punkte durch einen Doppelpunkt getheilt wird, angeben, man erhält nämlich aus der Gleichheit der Doppelschnittsverhältnisse zwischen den Reihen E', F', E, X und F, E', F, X:

$$\frac{F'X}{XE'} : \frac{F'E}{EE'} = \frac{E'X}{XF'} : \frac{E'F}{FF'}\text{, woraus } \frac{F'X}{XE'} = \sqrt{\frac{FF'.F'E}{FE'.E'E}}$$

Ein negativer Werth der Wurzelgrösse würde sich auf den nicht zwischen E' und F', sowie zwischen F und E fallenden Doppelpunkt beziehen, der für den praktischen Zweck nicht in Betracht kommt. Setzt man, um die Vorschrift für die Rechnung eng zusammenzufassen:

$$\sqrt{\frac{FE'.E'E}{FF'.F'E}} = w$$

so wird

$$F'X = \frac{FE'}{w+1}$$

Für die Ausführung der Rechnung könnte man sich der Additions- und Subtractions-Logarithmen bedienen, da übrigens E' und F' schon nahe bei einander liegen werden, so fällt $F'X$ so klein aus, dass die Genauigkeit der vierstelligen Logarithmen ausreicht, und ebenso schnell mit diesen unmittelbar nach der Formel gerechnet werden kann, wie das unten behandelte Beispiel zeigen wird.

Zusammenstellung des Verfahrens (vgl. die Figur).

Auf l wird E im Schnitt mit einer durch G zu FH gezogenen Parallelen bestimmt, ungefähr in der Mitte zwischen F und E wird Punkt F' angenommen, Grenze FG in $F'G'$ und Grenze GH in $G'H'$ verwandelt, Punkt E' auf l im Schnitt mit einer durch G' zu $F'H'$ gezogenen Parallelen bestimmt, sodann $F'X$ nach den obigen For-

meln berechnet und X von F' gegen E' hin eingemessen. Wird Grenze FG oder FG' in XY und GH oder $G'H'$ in YZ verwandelt, so liegen die Punkte X, Y, Z in einer Geraden, die Aufgabe ist somit aufgelöst.

Zahlenbeispiel. Man habe erhalten, beziehungsweise angenommen:

$$FE = 66{,}88;\quad FF' = 35{,}00;\quad FE' = 21{,}26$$

so wird
$$w = \sqrt{\frac{21{,}26 \,.\, 45{,}62}{35{,}00 \,.\, 31{,}88}}$$

$$\begin{aligned}
\log 21{,}26 &= 1.3276\\
\text{»}\ \ 45{,}62 &= 1.6592\\
\text{Erg. »}\ \ 35{,}00 &= 8.4559\\
\text{» »}\ \ 31{,}88 &= 8.4965\\
\hline
\text{»}\ \ w^2 &= 9.9392\\
\text{»}\ \ w &= 9.9696\\
w &= 0{,}9324\\
w+1 &= 1{,}9324\\
\log F'E' = \log 13{,}74 &= 1.1380\\
\text{Erg.} \log (w+1) &= 9.7139\\
\hline
\log F'X &= 0.8519\\
F'X &= 7{,}11
\end{aligned}$$

14. Mit der gestellten Aufgabe ist auch die folgende aufgelöst: An zwei Hyperbeln, welche eine Asymptote, nicht aber den Mittelpunkt gemeinschaftlich haben, eine gemeinschaftliche Tangente zu ziehen. Die gegebenen Hyperbeln sind bei der angenommenen Bezeichnung diejenigen, von denen die eine l und m zu Asymptoten hat und ausserdem FG berührt, die andere m und n zu Asymptoten hat und GH berührt. Die gemeinschaftliche Tangente XYZ berührt dann auch eine dritte Hyperbel, welche l und n zu Asymptoten hat und HE berührt.

Stuttgart, Juni 1873.

C. W. Baur.

Der Orthograph.

Vom Cammer-Commissär **W. Peltz** in Schwerin.

Das Auftragen der Coordinaten bei Anfertigung der Karten aus den Messungsprotokollen mit Hilfe eines Transversalmaassstabes, unter Benutzung des Zirkels und der recbtwinkeligen Dreiecke, ist jedenfalls eine mühsame, mit vielem Zeitaufwand verbundene Arbeit, deren Genauigkeit durch das Abgreifen der Maasszablen und das Abschieben der Lothe bäufig nocb verringert wird. Nicbt allein zur Vereinfachung dieser Manipulationen, sondern vorzugsweise zur präciseren grapbiscben Darstellung des Gemessenen, dient ein vor Jahren (1857) von mir zusammengestelltes Instrument, welcbes von Dr. Heussi in seinem Lehrbucbe über Geodäsie (Leipzig bei A. Brockbaus 1861) Orthograph genannt und bereits beschrieben worden. Der Mecbaniker F. Krille in Schwerin führte dagegen im Jabre 1859 das erste Instrument dieser Art mit der damals üblichen Verjüngung nacb meiner Angabe aus.

Bei uns in Mecklenburg bat sich der Ortbograph fast allgemein Eingang verscbafft, scheint aber in weiteren Kreisen weniger bekannt zu sein, wesshalb icb mir erlauben werde, selbigen den Herren Facbgenossen nochmals zu veranschaulichen.

Die beigegebenen Zeichnungen stellen die Theile des Instruments in natürlicher Grösse dar, wäbrend die darauf angebracbten Tbeilungen die in Mecklenburg seit Einfübrung des Metermaasses gebräucblich gewordenen Verjüngungsverhältnisse 1 : 2000 und 1 : 4000 angeben.

Fig. 1, das Lineal von Messing, Neusilber oder Stahl, dient als Limbus für die Abscissen-Linie; auf demselben sind von 10 zu 10 Metern die Theilstriche gezogen. Die doppelte Bezifferung der letzteren von rechts nach links, 0 bis $1 = 100^m$, bis $2 = 200^m$, und umgekebrt von links nacb rechts $6 = 600^m$, bis $7 = 700^m$, bis $8 = 800^m$ u. s. w., soll das Ablesen nacb beiden Seiten erleicbtern.

Figur 2, der Orthograph, besteht aus einer rechtwinkeligen Platte *a b c d* von Messing oder Neusilber;

die Ränder *ab*, *cd* sind senkrecht abgeschnitten, *bc* und *ad* dagegen abgeschrägt, wie Figur 3 im Durchschnitt zu sehen. Die schraffirten Rechtecke *efgh* sind Ausschnitte und *efki* die Abschrägung der Ränder *ef* dieser Ausschnitte. Letztere liegen symmetrisch zu beiden Seiten der Mittellinie *mn*, so dass die beiden Kanten *ef* in diese Mittellinie fallen. Das Rechteck *pqrs* ist abermals ein Ausschnitt, dessen Ränder *ps* und *qr* nach unten zu abgeschrägt sind (Fig. 3), um einen Schlitten *tuvw* aufzunehmen, der darin mit sanfter Bewegung von *pq* nach *rs* und zurück geschoben werden kann; *l*, *l* sind zwei kleine Knöpfe, die als Griffe dienen; *x* ist der Knopf eines Stifts, der durch die Platte des Schlittens durchgeht und der einen feinen Nadeleinsatz trägt, zwischen der oberen Platte des Schlittens und dem Knopfe *x* aber eine Drahtfeder, welche ihn, wenn er sich selbst überlassen ist, soweit hebt, dass der Nadeleinsatz in die Höhlung zurücktritt und dem Verschieben des Instruments über das Papier nicht hinderlich ist; durch einen Druck auf den Knopf *x* verursacht die Nadelspitze eine Marke im Papier und steigt bei nachlassendem Drucke sogleich wieder in die Höhe.

Die Ränder *ab* und *cd* tragen die Abscissennonien für die Verjüngungsverhältnisse. Neben *uv* und *tw*, zu beiden Seiten des Schlittens, den beiden Seiten *qr* und *ps* des ausgeschnittenen Rechtecks entlang, sind die beiden Verjüngungsverhältnisse aufgetragen, von der Mittellinie *mn* aus mit 0 anfangend nach beiden Seiten. Der Schlitten selbst trägt beiderseits die Nonien zu diesen Verhältnissen für die Ordinaten. Die Striche *mn*, *y* und *z* sind Indexstriche, welche zum Einstellen des Instruments dienen. Sämmtliche Nonien sind nachtragend eingerichtet und lassen eine directe Ablesung und Bestimmung = 1 Meter zu, wobei die Schätzung kleinerer Maasstheile natürlich nicht ausgeschlossen ist *).

*) Die Beschreibung der Figur 2 ist zum grösseren Theil dem Lehrbuche des Dr. Heussi entlehnt.

Figur 3, der Durchschnitt des Orthographen in der Richtung *mn*, zeigt die Zusammensetzung des Schlittens; der untere Theil desselben besteht aus Rothguss, während die obere, dünnere Platte mit der Theilung aus Messing oder Neusilber gefertigt wird. Beide Platten werden durch die eingeschraubten Griffe *l*, *l* und die Schrauben neben dem Stifte *x* (Figur 2) zusammengehalten.

Der Nonius für die Ordinaten 1:2000 ist so eingerichtet, dass man bei dem Gebrauch desselben oberhalb der Mittellinie *mn*, die Entfernungen über fünf Meter, also 6, 7, 8 und 9, nach unten durch das Ablesen der Zahlen 4, 3, 2 und 1 ergänzen muss; umgekehrt ist dagegen das Verfahren, wenn die Ordinaten unterhalb der Mittellinie *mn* abgesetzt werden sollen.

Die Benützung des Instruments muss jedem Fachmanne auch ohne weitere Anleitung klar sein, wenn ich noch anführe, wie dasselbe an den Nullpunkt einer Linie gebracht wird. Angenommen, das Verhältniss 1:2000 soll bei dem Auftragen der Linie *AB* (Fig. 4) von *A* aus zur Anwendung kommen, so lege man den Orthographen mit der Theilung *ab* (Figur 2) nach unten, die Indexstriche *mn* auf *AB* und zwar so, dass der Indexstrich *z* auf den Schnitt- oder Anfangspunkt bei *A* zu liegen kommt; hierauf schiebe man das Lineal (Fig. 1) mit der Limbustheilung 1:2000 vorsichtig an dem Orthographen so weit hin, dass der Theilstrich 0 des letzteren mit dem fünften Theilstrich des Limbus einsteht und das Instrument ist orientirt. Von der richtigen Stellung überzeugt man sich hierauf leicht, wenn der Orthograph an den 0-Punkt des Limbus geschoben und die Nadel niedergedrückt wird, markirt sie den Anfangspunkt *A* genau, so kann man mit dem Auftragen beginnen, anderen Falls muss eine Berichtigung vorgenommen werden. Uebrigens lässt sich das Instrument auch noch auf mehrfach andere Weise an den Anfangspunkt einer Linie bringen, worüber man sich bei dem Gebrauch desselben bald überzeugen wird und sei daher nur noch bemerkt, dass bei längeren Linien es allemal nöthig ist, nach der

vorläufigen Einstellung des Orthographen, diesen an dem Limbus fort zu bewegen, um zu sehen, ob beide Indexstriche *m* und *n* auch auf der Linie verbleiben; sollte dies nicht der Fall sein, so ist die fehlerhafte Lage des Lineals zu verbessern.

Das Instrument lässt sich für alle denkbaren Verhältnisse, auch als Universal-Instrument, einrichten, im letzteren Falle würde allerdings die Benutzung dahin erschwert, dass man vor dem Gebrauche genöthigt sein würde, erst die betreffenden Maasse zu reduciren.

Die mechanische Werkstätte von Krille in Schwerin liefert das getheilte Lineal (Fig. 1) von Neusilber 0,5 Meter lang für 11½ Rmk. und den Orthographen (Fig. 2) von demselben Metall mit Theilung für 23½ Rmk., beides mit Futteral.

Literaturzeitung.

Ueber Ziele und Hilfsmittel geometrischer Präcisions-Nivellements. Inaugural-Dissertation, eingereicht bei der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abtheilung der philosophischen Facultät zu München von *Chr. August Vogler*. München. Literarisch-artistische Anstalt (Th. Riedel), vormals der Cotta'schen Buchhandlung. 1873. 8. VII. und 103 Seiten.

In der vorliegenden Schrift, die zunächst durch eine schöne äussere Ausstattung gefällt, begegnen wir einem Versuche einer vollständig wissenschaftlichen Abhandlung des unter dem Namen des geometrischen Nivellirens allgemein bekannten Höhenmessverfahrens. Ihre Natur als Gelegenheitsschrift lässt allerdings eine Erschöpfung des Gegenstandes nicht erwarten. Sie ist aber auch in dieser Form als ein erster derartiger Versuch bemerkenswerth und allen Denen zu empfehlen, die sich über die wesentlichsten Punkte einer strengen Theorie des genannten Nivellirverfahrens orientiren wollen, was bisher nur mittelst vereinzelter und weitzerstreuter Notizen aus verschiedenen Schriften in mühsamer Weise möglich war.

Das Bedürfniss nach einem tieferen Studium desselben

Fig. I.

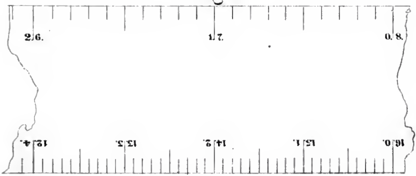


Fig. II.

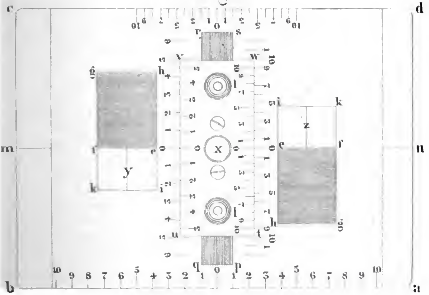
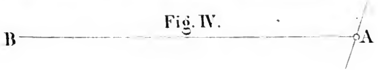


Fig. III.



Fig. IV.

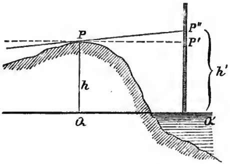


hat sich überhaupt erst seit etwa einem Decennium nach und nach gebildet; seitdem nämlich die europäische Gradmessung dasselbe zu vielfacher Anwendung gebracht hat, in der Erwartung, dadurch die grösstmögliche Präcision in den Höhenbestimmungen zu erreichen. Diese sich auf die Erfahrung bei den Eisenbahnnivellements stützende Erwartung bestätigte sich; ja man erzielte eine, unter Anwendung vorzüglicher Apparate, so erhebliche Genauigkeit, dass Umstände zur Beachtung gelangten, die vor jener Zeit geringfügig erschienen oder unbemerkt geblieben waren. Namentlich sind dies zwei: 1) die bei den Präcisionsnivellements bisher zur Anwendung gelangten hölzernen Scalenlatten besitzen zumeist eine noch nicht genügend scharfe Theilung und unterliegen nicht zu vernachlässigenden Schwankungen ihrer Längeneinheit, für welche eine Gesetzmässigkeit noch nicht nachgewiesen ist. 2) Das Ergebniss eines zusammengesetzten geometrischen Nivellements ist im Allgemeinen nur ein Näherungswerth für den Höhenunterschied zweier Punkte, weil die mathematische Erdgestalt nicht kugelförmig ist, daher auch Niveauflächen nicht parallel sind.

Das Letztere erhellt schon aus der von *Laplace* im dritten Bande der Mécanique céleste abgeleiteten Gleichung einer Niveaufläche (d. i. einer von einem ruhenden Wasser gebildeten Fläche) für geringe Erhebung über den Meeresspiegel. Man scheint aber vielfach diese Thatsache nicht genügend gewürdigt zu haben und noch jetzt wird der Studirende in den meisten Lehrbüchern der Geodäsie nach der mindesten Belehrung über diese Verhältnisse vergeblich suchen.

In dem ersten Capitel zeigt der Verf. die strenge Reduction der Nivellements mit Rücksicht auf alle Ursachen, welche eine Abweichung der Niveauflächen vom Parallelismus mit der Meeresfläche bedingen, also namentlich die sphäroidische Gestalt der Erde, die unregelmässige Lagerung der Massen an der Erdoberfläche und die Anziehung des Mondes und der Sonne.

Ist jedenfalls die Methode des Verfassers (welche auch Andere schon anwandten) für letztere Einwirkung als für eine mit der Zeit veränderliche zu empfehlen, so möchte doch die von anderer Seite empfohlene, vom Verf. indess nicht berührte Methode der Reduction nach mechanischen Grundsätzen im Uebrigen vorzuziehen sein. Die Gründe dafür hat Ref. kürzlich in den Astronomischen Nachrichten entwickelt. Hier möge zur Charakterisirung beider Methoden nur folgendes einfache (ideelle) Beispiel Platz finden.



Es sei in der Figur QQ' der Meeresspiegel und h die Meereshöhe eines Küstenpunktes P. Wäre Parallelismus der Niveauflächen vorhanden, so würde die Visiraxe eines Nivellirinstruments in P eine zu QQ' parallele Richtung PP' erhalten und die Höhe h an einer Latte $Q'P'$ direct abgelesen werden können (abgesehen von Refraction, Krümmung des Meeresspiegels u. s. f). In Folge des Nichtparallelismus hat vielleicht die Visiraxe thatsächlich die Richtung PP'' und beträgt nun der Winkel $P''PP'$, welcher auch Lothabweichung heisst, ε Sec., so erhält man anstatt h den zu grossen Werth $P''Q, = h'$, so dass h aus der folgenden Reductionsformel zu berechnen ist:

(1) . . . . $h = h' - \frac{\dot{\varepsilon}}{206265} \cdot PP'$.

Die Schwierigkeit, ε scharf zu bestimmen, umgeht die andere Methode, indem sie für die Verticalen PQ und

$P''Q'$ die Schwerkraft bestimmt. Ist dieselbe resp. g und g', so hat man nach dem Satze, dass die mechanische Arbeit, welche erforderlich ist, um aus einer Niveaufläche in eine andere zu gelangen, unabhängig vom Wege, also constant für dieselben zwei Niveauflächen bleibt, die Gleichung

$$h g = h' g' ;$$

also ergibt sich jetzt zur Ermittelung von h die Formel

$$(2) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad h = h' - h' \cdot \frac{g - g'}{g} \; .$$

Diese Reductionsformel zeigt die praktisch wichtige Thatsache, dass für kleine Höhen die Reduction sehr klein und zu vernachlässigen sein wird, was bei der ersten Methode nicht sofort erhellt, da die ε nicht blos Functionen der h sind.

Die Zahlenwerthe, welche der Verf. für den Reductionsbetrag wegen sphäroidischer Gestalt der Erde allein ableitet, bedürfen wegen eines Formelfehlers sämmtlich bedeutender Verminderung.

Ist das erste Capitel mehr von rein wissenschaftlichem Interesse und von Bedeutung für die Geographie, so wendet sich das zweite Capitel dem praktischen Theile des Messverfahrens zu. Nach Betrachtung der einzelnen Fehlerquellen werden die Bedingungen für das relativ beste Nivellement discutirt. Es verdient dies Capitel um so mehr Beachtung, als Verf. längere Zeit in Bayern Präcisionsnivellements ausgeführt hat.

Was die Benützung der Libelle anlangt, so empfiehlt Verf. genäherte Einstellung und Reduction auf die Nullstellung. Die Kreuzung der Libellenaxe und Fernrohraxe, welche bei etwas schiefer Verticalaxe leicht schädlich wirkt, wird durch Benützung von Fernröhren mit Ringen zum Umlegen und Setzlibellen am bequemsten vermieden. Für die Stative hält Verf. die Construction nach Reichenbach mit der Hakenverbindung nach Ertel oder Breithaupt am geeignetsten; durchbrochene Stativbeine würden erfahrungsmässig vom Winde leicht gebogen.

4.

Wegen der Wärmestrahlung des Bodens sei auf möglichst unempfindliches Material für die Stativbeine zu achten, doch könne auch ein Versuch mit solchen von Metall lohnen, weil dieselben bei Temperaturungleichheiten wenigstens eine mehr continuirliche und regelmässige Bewegung der Libelle erzeugen müssten.

Zur Verminderung der Visurfehler hat sich die Benutzung dreier Horizontalfäden als sehr wirksam erwiesen. Dieselben gestatten bei passend gewählten Lattenabständen die Elimination der nicht unbeträchtlichen persönlichen Schätzungsfehler, deren Vermeidung durch eine feinere als Centimetertheilung der Theilungsfehler wegen nicht rathsam erscheint. Auch hatte in Bayern der wahrscheinliche Fehler *eines* Fadens auf 60 Meter Distanz unter Anwendung von Centimeterscalen schon den sehr kleinen Betrag von

$$0{,}047^{mm}\sqrt{\text{Zielweite in Met.}},\ \text{d. i. } {}^{1}/_{3}{}^{mm}.$$

Von grossem Interesse sind die folgenden Ausführungen über die hier in Betracht kommenden Refractionswirkungen der Luft. Kann man die Wirkung der Undulation der Bilder wenigstens einigermassen durch passende Verkleinerung der Apertur der Objective beziehentlich Anwendung hellblauer Ocularblendgläser schwächen, vermag man extreme Wirkungen dieser offen auftretenden Fehlerquelle eventuell durch zeitweiliges Unterlassen des Beobachtens zu vermeiden, so ist dagegen um so mehr zu fürchten, weil schwerer zu erkennen, eine sich langsam ändernde unregelmässige Form der Lichtcurve, wie sie namentlich da auftritt, wo dieselbe zum Theil von der Sonne beschienenes, zum Theil beschattetes Terrain überstreicht. Der Einfluss der letzteren Fehlerquelle wächst weit rascher als die erste Potenz der Lattenabstände, denn man fand in Bayern für durchschnittlich 70^{m} Zielweite die Differenz zweier Blicke nahe

$$\sqrt{2 \times \text{Zielweite in Met.}}\ \text{Decimillimeter};$$

dagegen schon für die nur 10^{m} kleinere durchschnittliche Zielweite von 60^{m} diese Differenz zu

$\overline{\sqrt{1} \times \text{Zielweite in Met.}}$ Decimillimeter.

Der Leser, welcher dem Verfasser bis hierher gefolgt ist, wird die Meinung gewonnen haben, dass bei den Präcisionsnivellements in allen Beziehungen äusserste Genauigkeit angestrebt werde. Um so verwunderlicher wird es ihm sein, lesen zu müssen, dass in den mit ›Meter‹ bezeichneten Längeneinheiten der Latten verschiedener Länder Differenzen his zu 1^{mm} (d. i. $^1/_{1000}$ der Höhen) vorkommen! Die unregelmässige Variation der Längeneinheit ist nach den mitgetheilten Untersuchungsergehnissen von Hirsch dagegen etwa nur $^1/_{3000}$. Auch dieser Betrag ist bedeutend genug, zur Anwendung von Metallscalen aufzufordern, für deren Construction Verfasser Vorschläge macht.

Das dritte Capitel ist ein Beitrag zu der Frage, inwieweit sich durch geometrische Nivellements Schlüsse auf die locale Krümmnng der Erde ziehen lassen. Verfasser zeigt, dass selbst unter Annahme genau bekannter Refraction der Betrag der Abweichung der Erdkrümmung von dem sphäroidischen Werthe und der wahrscheinliche Fehler in der Bestimmung dieses Betrags Grössen derselben Ordnung sein werden, falls es nicht gelingt, den Fehler des Nivellirverfahrens noch mehr zu verkleinern. Referent ist der Ansicht, es müsse die Entscheidung in dieser Angelegenheit den Versuchen des Herrn Bauernfeind, deren Publication wohl zu erwarten steht, aufgespart bleiben.

Im vierten und letzten Capitel bespricht Verfasser die Construction der Höhenmarken und die Ausgleichung sich in Knotenpunkten kreuzender Nivellementszüge. Letztere wird an einem Zahlenbeispiele erläutert, bei welchem die Gewichte der Beobachtungen selbst erst zu bestimmen sind. Dem mittlern Fehlerquadrate eines Nivellements von der Länge L nnd der absolnten Summe aller Einzelhöhenunterschiede A wird die Gestalt

$$(\xi \sqrt{L})^2 + (\zeta A)^2$$

beigelegt und bedeuten ξ und ζ die zu ermittelnden

Zahlencoefficienten. Das zweite Glied wird durch die oben erwähnte Veränderlichkeit der Lattenlänge gefordert und darf durchaus nicht, wie oft geschieht, vernachlässigt werden, da es nicht selten das erste Glied bedeutend überwiegt.

Deutscher Geometer-Kalender mit astronomischen Ephemeriden für das Jahr 1874. Herausgegeben von *W. Jordan*, Professor am Polytechnicum zu Carlsruhe, z. Z. Hauptredacteur der „Zeitschrift für Vermessungswesen". Stuttgart., Verlag von Konrad Wittwer. 1874.

Der vorliegende Kalender, welcher zum ersten Male erscheint, ist abermals ein Zeichen der grossen Geschicklichkeit des Verfassers, wissenschaftliche Ergebnisse praktisch zu verwerthen, was Referent zuerst an dem bekannten ›Taschenbuche der praktischen Geometrie‹ desselben Verfassers kennen zu lernen Gelegenheit hatte. Referent kann sich kein Urtheil darüber erlauben, ob der praktische Geometer gerade Alles, was man als solcher billigerweise in einem Kalender zu suchen geneigt ist, darin finden wird; zweifelt aber nicht, dass der vorliegende Kalender durch seinen reichen Inhalt jedem Geodäten sich höchst nützlich erweisen muss.

Wir finden Eingangs desselben eine kleine Uebersichtskarte von Deutschland, einen Terminkalender und eine Zusammenstellung einiger geschichtlicher Gedenktage; darnach einen Notizkalender, aus welchem die wichtigsten astronomischen Daten für Mond und Sonne in genügender Schärfe entnommen werden können. Der folgende astronomische Theil gibt einen Ueberblick über die interessantesten Phänomene am Himmel und in präciser Weise Anleitung und Tafeln zur Bestimmung der Richtung des astronomischen Meridians und der geographischen Breite. Für die bemerkenswerthesten Orte Mitteleuropas sind zuverlässige Werthe der geographischen Breite und Länge beigefügt.

Eine ausgewählte Tafel siebenstelliger Logarithmen der Zahlen, die mit Hilfe einer kleinen Zwischenrech-

nung auch für beliebige Zahlenwerthe den siebenstelligen Logarithmus gibt; ferner eine vollständige vierstellige Logarithmentafel der Zahlen und trigonometrischen Functionen, sowie eine Quadrattafel bilden die Reihe mathematischer Tafeln, denen sich Zusammenstellungen für Maassvergleichungen und Münzverhältnisse anschliessen. Von den zahlreichen und passend gewählten Notizen aus der niedern und höhern Geodäsie, wie auch der Physik heben wir die Anleitung zur Prüfung des Theodolits und Nivellirinstruments hervor, die Tafeln für barometrische Höhenmessung und für die Declination der Magnetnadel. Auch eine statistische Tafel und Auszüge aus den Bestimmungen für Post- und Telegraphenverkehr sind eine willkommene Zugabe. Eine Diäten- und Gehilfen-Tabelle bildet den Schluss des auch äusserlich gut ausgestatteten Werkchens.

Die Sorgfalt in der Herstellung desselben zeigt sich auch in den Zahlenangaben; bei der Revision einer grössern Reihe von Zahlwerthen und Formeln fanden wir nur wenig Fehler:

Seite 122, α Tauri, Declination am 1. Sept. 29″ statt 20″.
Seite 129 unten, tang u anstatt tang $v = \cotg \delta \cos t$.
Seite 155 oben, 1 Oesterr. Joch = 57,5464 Ar anstatt 37,5464.

Mit Blei angestrichen war in unserem Exemplar bereits

Seite 151 oben, 1 Meter = 443‴,296 statt 433,296.

Bemerkenswerth scheint uns noch, dass der Herr Verfasser

$$1 \text{ Oesterr. Fuss} = 0^{m},31608$$

setzt, während man gewöhnlich 0,31611 angegeben findet. Indessen hat derselbe die Angabe dem 1871 erschienenen 1. Band der Publicationen über die astronomisch-geodätischen Arbeiten des k. k. militärgeographischen Instituts in Wien entnommen und ist wohl diese Quelle um so vertrauenswürdiger, als das genannte Institut ohne Zweifel für die Zwecke der Gradmessung unter den

älteren stark abweichenden Angaben eine sorgsame Auswahl getroffen haben wird.

Aachen, den 29. November 1873.

Prof. Dr. *F. R. Helmert.*

Stereoskopische Bilder aus der Stereometrie, bezogen auf den Cubus und entnommen dem Werke desselben Verfassers: „Das Zeichnen der Stereometrie" von *Adolf Brude*, Professor der Mathematik an der Königl. Baugewerkeschule in Stuttgart. Verlag von Julius Maier.

Die 30 stereoskopischen Darstellungen behandeln die ersten Lehrsätze und Aufgaben der Stereometrie, der darstellenden Geometrie und des krystallographischen Zeichnens. Die Bilder sind meist von guter plastischer Wirkung, welche durch die schwache blaue Färbung den günstigen Schein der Herstellung aus Glasplatten hervorbringen.

Der Verfasser beabsichtigt mit den vorliegenden Blättern sein Werk ›Das Zeichnen der Stereometrie‹ zu unterstützen, wozu wir ihm den besten Erfolg wünschen; denn wir sind vollkommen seiner Meinung, dass der Unterricht der Stereometrie mit Zeichnen verbunden sein müsse. Ohne gleichzeitiges constructives Zeichnen ist der stereometrische Unterricht für die meisten Schüler unfruchtbar, wie es diejenigen Gymnasien beweisen, welche dieses Hilfsmittels entbehren. Die Selbstthätigkeit der Schüler durch Zeichnen und durch Anfertigen von Modellen fördert in erster Linie die Entwicklung der Raumanschauung; und es wird gewiss auch die Ansicht des Verfassers sein, dass die Stereoskope nur in zweiter Linie zu diesem Zwecke mitwirken. — Warum, um noch einen besonderen Punkt zu erwähnen, der uns aufgefallen ist, auf Blatt 18 das Triakisoktaeder mit Flächenwinkeln über 2 Rechten an den Oktaederkanten dargestellt wurde, wissen wir uns nicht zu erklären. In der Natur und in dem Schema der Krystallsysteme kommt dies nicht vor.

Dr. *Chr. Wiener.*

„Die bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage." Herausgegeben mit höchster Genehmigung von der K. Steuercataster-Commission in Gemeinschaft mit dem topographischen Bureau des K. Generalstabes. München, 1873. gr. 4. 768 S. mit XIV Tafeln. (Zu beziehen durch das Conservatorium des K. Kataster-Bureaus.)

Dies in den Kreisen der Fachmänner längst erwartete Werk ist endlich erschienen und wird nunmehr ein definitives Urtheil über den Werth der bayerischen *Triangulation*, der Hauptgrundlage der allgemeinen Landesvermessung, ermöglichen. Wir sagen ausdrücklich *Triangulation*, denn das Werk behandelt ausschliesslich das *Hauptdreiecknetz*, und nicht, wie der sehr allgemein gehaltene Titel vermuthen lässt, die weiteren und in ihrer Gesammtheit für den zu erreichonden Zweck einer Landesvermessung jedenfalls nicht minder wichtigen Partieen der Secundär-Triangulation, der graphischen Punktenbestimmung, der Detailmessungen und Einschätzungsarbeiten etc. Hoffen wir, dass diese Partieen nachträglich ebenfalls noch der Bearbeitung unterzogen und der Oeffentlichkeit übergeben werden. Die betheiligten Kreise und speciell die bayerischen Techniker würden eine solche Publication jedenfalls mit Freude begrüssen.

Gehen wir nun auf die Besprechung des vorliegenden Bandes selbst ein, so muss sich dieselbe an diesem Orte einer Kritik specieller Einzelheiten enthalten und sich mehr auf eine allgemeine Inhaltsgabe beschränken, wir hoffen aber, in unserer Zeitschrift noch später Gelegenheit zu finden, allgemein wichtige Punkte der fraglichen Publication specieller zu erörtern.

Das Werk, dessen Bearbeitung neben anderen Gründen wohl hauptsächlich das bestimmende Moment zu Grunde lag, eine wissenschaftliche Grundlage zur Beurtheilung der Frage zu liefern: »Sind die Beob- »achtungen und Rechnungen im bayerischen Hauptdrei- »ecksnetze derart ausgeführt, dass sie auch neueren An- »forderungen entsprechen und kann insbesondere die

›Messung für Zwecke der gegenwärtig in Ausführung ›begriffenen europäischen Gradmessung benützt werden‹, zerfällt in acht Abschnitte, deren erster, die Grundlinien des Netzes betreffend, von Director Dr. C. M. Bauernfeind bearbeitet ist, wogegen die specielle weitere Redaction dem Oberstlieutenant C. Orff übertragen wurde.

Wie aus dem *ersten* Abschnitte zu ersehen, sind im bayerischen Hauptdreiecksnetze *drei* Grundlinien gemessen worden (bei München, Nürnberg und in der Pfalz). Obwohl gegenüber den heutigen Fortschritten der Technik in Bezug auf die Construirung von Basismessapparaten und der Ausführung solcher Messungen besonders die erste der genannten Grundlinien wohl Manches zu wünschen übrig lässt, ist man gleichwohl nicht zu dem Schlusse berechtigt, dass hier eine die Sicherheit des Netzes gefährdende Ungenauigkeit in linearem Maasse zu fürchten sei, im Gegentheile lassen die im 8. Abschnitte mitgetheilten Anschlüsse an die Triangulationen der Nachbarstaaten unter Berücksichtigung der durch die Winkelmessung hervorgerufenen Unsicherheit eine befriedigende Uebereinstimmung erkennen.

Mit einem erheblich vervollkommneten Apparate (dem unter Reichenbach's Namen bekannt gewordenen) wurden die zwei anderen Grundlinien von Schiegg, resp. Lämmle in den Jahren 1807, bezw. 1819 gemessen und so ein weiterer wichtiger Schritt zur Vervollkommnung des Netzes gethan.

Der *zweite* Abschnitt, die Winkelmessungen, behandelt die Signalisirung der Hauptpunkte, die Instrumente, die anzubringenden Winkel-Reductionen, die Beobachtungsmethoden und bringt endlich eine Uebersicht sämmtlicher im Hauptnetze ausgeführten Winkelmessungen.

Die jetzt bei grossen Triangulirungen so allgemein angenommene Signalisirung mittels Heliotropenlichts wurde, einige Versuche im Jahre 1825 ausgenommen, niemals angewendet, vielmehr die Signale (Thürme oder Pyramiden) immer direct anvisirt. Die französischen

Geodäten, welche die Messung begannen, führten dieselben mit den bekannten Borda'schen Kreisen (13—16 P. Z. Durchmesser) aus, wogegen später Soldner (einer der verdientesten Geodäten) und Mader einen 12-zölligen Reichenbach'schen Repetitions-Theodoliten anwandten und noch später auch blos 8-zöllige Instrumente zur Verwendung kamen.

Die bei den mit Borda'schen Kreisen gemessenen Winkeln nöthige Reduction auf den Horizont ist nach den von Delambre gegebenen und im Buche mitgetheilten Formeln bewirkt worden. Was endlich die bei den Theodolitmessungen angenommene Beobachtungsmethode betrifft, so war dieselbe ausschliesslich die der Repitition, die ja bei Beginn der Messung (Anfangs dieses Jahrhunderts) die alleinig herrschende war*) und erst später durch die im Jahre 1823 von Struve zuerst in Anwendung gebrachte und jetzt mehr und mehr in Aufnahme gekommene Methode der einfachen Winkelmessung verdrängt wurde. In dieser Beziehung seien uns einige Worte gestattet. So selbsverständlich es ist, dass man die Repetition nicht unbedingt verwerfen und sich recht wohl Fälle ihrer vortheilhaften Anwendung denken kann, sind wir doch keineswegs im Stande, den im vorliegenden Buche versuchten Nachweis der Ueberlegenheit der Repetition uns anzuschliessen, denn es war nicht blos die Furcht vor constanten Fehlern, wie der Verfasser sich ausdrückt, welche Struve (nach Baeyer's Worten: ›einen der geschicktesten und feinsten Beobachter, die es je gegeben‹), bestimmte, die Repetition aufzugeben, es war vielmehr die auf sorgfältige Untersuchungen gegründete Gewissheit des Eintretens derselben. (S. den vorläufigen Bericht über die Gradmessung in den Ostseeprovinzen Russlands und Astr. Nachrichten Nro. 47.)

---

*) Auf dem Festlande; bei den Engländern hatte die Repetition nie Eingang gefunden, da man hier die grössere Genauigkeit durch bedeutendere Dimensionen der Kreise zu erreichen suchte.

Zudem spricht man bei diesen Untersuchungen immer nur, abgesehen von Einstellungs- und den eigentlichen Ablesungsfehlern, von den Ungenauigkeiten der Limbustheilung, lässt aber die im Allgemeinen weit höhere Unsicherheit der *Nonientheilung* ausser Betracht. Es ist nun leicht zu zeigen, dass gerade dieser letztere Umstand bei kleinen Theodoliten, welche in der Regel nicht mit Mikroskopen versehen sind, für ein wiederholtes Ablesen und demnach für die einfache Winkelmessung spricht. Ueberdem ist die letztere Methode eine so einfache und ungezwungene, dass wir ihr auch in dieser Beziehung (was nun freilich vielleicht ein subjectives Urtheil sein mag) den Vorzug vor der Repetition einräumen, die in uns immer ein Gefühl der Unsicherheit zurücklässt, besonders wenn man bei secundären Punkten (mit Rücksicht auf die verfügbare Zeit) nicht eine mehrfache Reihe von Repetitionen nehmen kann.

In Bezug auf die weitere Ausführung der Winkelmessungen hat es uns in Verwunderung gesetzt, die fast immer vorgekommene Verzichtleistung auf die Beobachtungen in umgekehrter Lage des Fernrohrs (»durchgeschlagen«) entschuldigt zu finden. Mag man auch zugeben, dass bei sorgfältiger Rectification die noch zurückbleibenden unvermeidlichen Fehler der Drehungs- und Collimationsaxe und deren Einfluss auf die Winkelmessung nicht von sehr erheblichem Belang sind, so widerstreitet doch das gehandhabte Verfahren dem ersten Grundsatz der Beobachtungskunst, welcher gebietet, die Beobachtungen wenn irgend möglich so anzuordnen, dass der Einfluss constanter Fehlerursachen vollständig eliminirt wird. Zudem ist noch zu berücksichtigen, dass, will man nicht zu viele Zeit mit Rectificationen verlieren, die Nothwendigkeit vorliegt, das Instrument für eine kürzere oder längere Dauer als richtig anzunehmen, also nicht in jedem Augenblick vollständige Gewissheit über eine zufriedenstellende Erledigung dieses Punktes gegeben ist. —

Die in einem weiteren Paragraphen folgende Auf-

führung der Winkelmessungsresultate ist in zweckmässiger übersichtlicher Weise geordnet.

Der *dritte* Abschnitt enthält die Theorie der Dreiecksberechnung und ist von allgemeinerem Interesse insofern er die verschiedenen Methoden der Berechnung von Sehnen-, sphärischen und sphäroidischen Dreiecken (Delambre, Legendre, Soldner, Gauss, Bessel, Hansen) in zwar kurzer, aber höchst instructiver und von eingehender Sachkenntniss zeugender Weise behandelt. Insbesondere gewähren hier die Soldner'schen, vielleicht noch zu wenig gewürdigten, Entwickelungen eine sehr einfache und für Netze von geringer Ausdehnung vollständig hinreichende Anwendung. Einer der wichtigsten Punkte dieses Abschnittes ist die Erörterung über die Ausgleichung der Beobachtungsresultate. Muss man auch zugeben, dass die Soldner'sche empirische Ausgleichung besonders bei weiterer Ausdehnung erheblichen Bedenken unterliegt, so stimmen wir doch vollständig mit dem Verfasser überein, wenn er vor einem zu weit gehenden Vertrauen auf die Methode der kleinsten Quadrate warnt und den Kreis ihrer unbedingten Anwendung enger gezogen wissen will. Sind doch in der That die Grundbedingungen, welche der Anwendung dieser Methode zu Grunde liegen, in den seltensten Fällen streng erfüllt; am ehesten allerdings noch bei den meisten astronomischen und höheren geodätischen Messungen, selten oder nie aber bei den Operationen der niederen Geodäsie. Als Beweis, wie sehr auch bei exacteren Arbeiten in dieser Beziehung gefehlt werden kann, wollen wir hier nur die vorgekommene Identificirung der Abweichungen geodätisch und astronomisch bestimmter Polhöhen mit reinen Beobachtungs- (zufälligen) Fehlern anführen.

Was nun die im bayerischen Netze nachträglich noch ausgeführte strenge Ausgleichung selbst betrifft, so musste dieselbe mit Rücksicht auf den immensen Zeitaufwand zu Annäherungen ihre Zuflucht nehmen, wie dies ja fast bei allen derartigen Arbeiten geschieht. Demzufolge ist das ganze Hauptnetz in 32 besondere Polygone zerlegt

und zugleich sind die Stationsausgleichungen ohne Rücksicht auf deren Zusammenhang mit dem ganzen Dreieckssystem unabhängig für sich durchgeführt worden. Die letztere Abweichung vom strengen Verfahren ist insofern nicht ganz unbedenklich, als sich ihr Einfluss auf die zu findenden Resultate in allgemeiner Weise nicht bestimmen lässt.

Der vierte Abschnitt enthält die praktischen Rechnungen der im vorigen Abschnitt theoretisch besprochenen Ausgleichungen, und zwar sowohl der auf den Stationen wie der einzelnen Polygone. Interessant sind die am Schlusse dieses Abschnitts gegebenen Beurtheilungen über die Präcision der erhaltenen Resultate. Konnten dieselben auch nicht in allgemeiner Form erfolgen, so wird man doch aus dem Mitgetheilten die Ueberzeugung gewinnen, dass die Arbeiten im bayerischen Hauptnetze grösseres Vertrauen verdienen möchten, als man ihnen häufig zuzuschreiben geneigt war*). —

Nachdem im *fünften* Abschnitt die Coordinaten der Hauptpunkte (117 im rechtsrheinischen Bayern, 14 in der Pfalz) zusammengestellt sind, geht der *sechste* Abschnitt auf die geographischen Positionen derselben über. Eingeleitet wird dieser Abschnitt von einer sehr klar gehaltenen Abhandlung Soldner's, denen sich dann Erörterungen über den Uebergang auf das Bessel'sche Sphäroid und einige Erweiterungen der Soldner'schen Formeln, sodann nach Aufführung der Breiten, Längen und Azimuthe eine Tafel der Differentialcoefficienten der geographischen Coordinaten für den Uebergang auf ein anderes als das Bessel'sche Sphäroid anschliessen.

---

*) Wir verzichten hier auf specielle Genauigkeitsangaben, einestheils weil dieselben im vorliegenden Falle nicht immer in allgemeinster Form gegeben, und anderntheils weil bei so ausgedehnten Operationen ein definitives Urtheil sich nicht blos auf den Begriff des „mittleren Fehlers“ stützen kann, sondern eine vergleichende Betrachtung der Anlage und Ausführung des *Ganzen* verlangt.

Der *siebente* Abschnitt behandelt in ausführlicher Weise die astronomischen Bestimmungen im Dreiecksnetze, zu sehr verschiedenen Zeiten mit verschiedenen Instrumenten ausgeführt. Unter den Beobachtern finden wir den bekannten französischen Ingenieur-Geographen Henry, welcher 1801 bis 1802 die Breite von München bestimmte (Nullpunkt des Coordinatensystems ist der nördliche Frauenthurm daselbst), ferner Schiegg, Soldner und in neuerer Zeit Lamont. Sind auch besonders die Längenbestimmungen durch die Fortschritte der letzten Jahrzehnte (Benutzung des elektrischen Telegraphen) bezüglich ihrer Genauigkeit weit überholt, so ist es doch nichts weniger als unangemessen, diese älteren Arbeiten zu prüfen und mit neueren Bestimmungen zu vergleichen. In dieser Hinsicht halten wir die Veröffentlichung der vorliegenden älteren Längenbestimmungen für vollständig am Platze. Specielles hierüber mitzutheilen müssen wir uns mit Rücksicht auf den beschränkten Raum versagen.

Der *achte* (Schluss-) Abschnitt zählt zu den interessantesten des ganzen Werks, insofern er eine vergleichende Uebersicht der Anschlüsse an die Triangulationen der Nachbarstaaten gibt und zugleich wichtige Folgerungen über die mathematische Gestalt der Oberfläche des südwestdeutschen Territoriums und über astronomisch-geodätische Lothablenkungen zieht. In ersterer Beziehung sind die Resultate keineswegs ungünstige zu nennen, wie wir schon oben erwähnten. Eigenthümlich haben wir es hier gefunden, dass der Verfasser bei der approximativen Bestimmung des relativen linearen Genauigkeitsgrades (siehe pag. 722) die *algebraische* und nicht die *absolute* Summe der Abweichungen mit der Summe der Dreiecksseitenlängen in Vergleichung setzt, denn wäre zufällig diese algebraische Summe gleich Null, so würde das Verhältniss unendlich.

Die für die astronomischen Stationen *Bogenhausen* und *Benediktbeuren* durchgeführten Attractionsberechnungen zeigen eine befriedigende Uebereinstimmung mit den

directen astronomischen Bestimmungen und es ist zu bedauern, dass diesen äusserst wichtigen Arbeiten, für welche gerade das Territorium nördlich der Alpen ein so geeignetes Feld darbietet, in Folge Mangels verfügbarer Zeit keine grössere Ausdehnung gegeben werden konnte. —

In dem Vorstehenden haben wir uns auf eine ganz allgemeine Besprechung beschränken müssen, ohne in specielle Einzelheiten einzugehen. Das Werk bietet indessen des Interessanten so viel, da es sich nicht blos auf einfache Wiedergabe vorliegenden Beobachtungs- und Rechnungs-Materials beschränkt, sondern öfters auch theoretische Entwicklungen, wenn auch in beschränkten Rahmen, einschaltet, dass wir unsere Leser wenigstens auf diese Publication aufmerksam machen wollten. Jedenfalls wird man auf Grund des gegebenen Materials die Frage: »Ob die bayerische Triangulation, die ursprünglich nur als Grundlage für die allgemeine Landesvermessung dienen sollte, auch für höhere geodätische Zwecke, wie Gradmessungsarbeiten, verwendbar sei«, wohl kaum verneinen können, besonders wenn die Zahl der vorhandenen astronomischen (Breiten- und Längen-) Bestimmungen noch in sachgemässer Weise vermehrt wird.

München, im November 1873.

J. H. Franke.

Kleinere Mittheilungen.

Zu der Prüfungs-Aufgabe Nr. 13 im 4. Heft des II. Bandes dieser Zeitschrift Seite 173 hat schon die Redaction bemerkt, dass dieselbe unvollständig sei.

Vielleicht hat dem Aufgeber die Aufgabe vorgeschwebt:

„Die Entfernung zweier Punkte von einander und die Meereshöhe jedes derselben seien gegeben; man habe auf einem dritten Punkte den Horizontalwinkel zwischen den gegebenen Punkten und nach jedem derselben den Höhenwinkel gemessen; es soll die Meereshöhe des dritten Punktes und seine Entfernung von den beiden gegebenen Punkten berechnet werden."

Diese Aufgabe — bekannt unter dem Namen des Rückwärtseinschneidens gegen zwei Punkte — ist am leichtesten, wenn die beiden gegebenen Punkte von gleicher Höhe, etwas schwieriger, wenn sie von verschiedener Höhe sind. *Vorländer.*

Bericht über die Vergleichung eines aus gemessenen Längen und Winkeln hergestellten Liniennetzes mit einem Dreiecksnetze.

Von Steuerrath **Vorländer.**

Am Schlusse meines Aufsatzes »Ueber die Genauigkeit der Längenmessung mit Kette und Latten« (S. 161 dieser Zeitschrift für 1872) machte icht den Vorschlag einer Vergleichung unmittelbarer Längenmessung mit trigonometrischer Bestimmung. Derselbe war insofern einseitig, als er auf einen Versuch hinauslief und Versuchsmessungen immer dem Zweifel offen bleiben, ob ihre Ergebnisse sich in den Arbeiten zu amtlichen Zwecken bewähren werden.

In weiterer Erwägung, des Gegenstandes bin ich auf den Gedanken gekommen, die beabsichtigte Vergleichung an einem amtlich ausgeführten Netze vorzunehmen, wobei mich die Meinung geleitet hat, dass im Allgemeinen solche Erfahrungen sich in der Praxis am besten bewähren, welche aus der Praxis selbst hervorgegangen sind. Diesen Gedanken zu verwirklichen gab mir die in den Jahren 1849 bis 1851 von dem Katastercontroleur Sartor ausgeführte Katastervermessung des Amtes Reckenberg im Regierungsbezirk Minden die erwünschte Unterlage.

Bevor ich zur Mittheilung der Ergebnisse jener Vergleichung übergehe, muss ich eine Bemerkung über die Grundlage jenes Vermessungswerks voranschicken.

Im Jahr 1824 und den folgenden Jahren führte ich zum Behufe der damaligen Katastervermessung des Regierungsbezirks Minden ein trigonometrisches Netz der ersten und zweiten Ordnung aus und schloss dasselbe unmittelbar an die nicht lange vorher von Gauss ausgeführte hannoversche Gradmessung und zwar an die Seite Hohenhagen—Hillr an, deren Länge mir von Gauss selbst mitgetheilt wurde.

Vorzügliche Prüfungsmittel für das Netz, dessen Re-

sultate ich im Jahr 1853 *) bekannt machte, lieferten die Anschlüsse an die 15 Dreiecke des preussischen Generalstabs zur Vergleichung der Grundlinien von Romney, March, Melan, Ensisheim, Darmstadt und Seeberg und an das Dreiecksnetz über Holland von Kragenhoff. Der erstere Anschluss erfolgte an der Dreiecksseite Hohelohr—Hercules, der letztere an der Seite Kirchhesepe—Bentheim mit Hilfe dreier hannoverscher Dreiecke im Westen meiner 20 Dreiecke.

Um den Leser in den Stand zu setzen, sich ein Urtheil über die Genauigkeit dieser 20 Dreiecke zu bilden, bemerke ich, dass der grösste Fehler der Summe der drei Winkel eines derselben 4,27 Secunden alter Theilung, der wahrscheinliche Fehler, derjenige Fehler also, welcher ebenso oft unerreicht blieb, als überschritten wurde, 1,49 Secunden betrug. Man kann also annehmen, dass der wahrscheinliche Fehler eines der drei Winkel im Dreieck $= \frac{1,49}{\sqrt{3}} = 0,86''$ ist.

Die Längen der Anschlussseiten betrugen nach meiner Rechnung, also auf der Grundlage der holsteinschen Grundlinie für die hannoversche Gradmessung, in preussischen Ruthen:

auf der Seite

Hohelohr—Hercules =	11033,662
nach den erwähnten 15 Dreiecken =	11033,800
Unterschied +	0,138
Kirchhesepe—Bentheim =	9638,972
nach Krayenhoff =	9639,024
Unterschied =	0,052

Die Winkelbeobachtungen in den Dreiecken der zweiten und dritten Ordnung wurden, im Vergleiche zu denen der ersten Ordnung, mit der den absteigenden Seitenlängen entsprechenden Sorgfalt durchgeführt.

An die Dreiecksseite dritter Ordnung Gütersloh—Isselhorst schloss sich das Dreiscksnetz vierter Ordnung, das

*) Minden bei Körber & Freytag.

der Kataster-Neumessung des Amtes Reckenberg zum Grunde gelegt wurde, an. Die Winkel wurden mit einem hunderttheiligen Werkzeuge gemessen und dabei der Kreis eines jeden Standpunktes mittelst Satzbeobachtungen viermal in der ersten und eben so oftmal in der umgekehrten Lage des Fernrohrs durchlaufen, im Ganzen also jeder Winkel achtmal gemessen. In 84 Dreiecken wurden alle drei Winkel gemessen. Der grösste Summenfehler derselben betrug 170 Secunden der Hundert-theilung oder 0,000170 des Quadranten, der wahrscheinliche Fehler 32 Secunden oder 10,4 Secunden der alten Theilung, der wahrscheinliche Fehler eines Winkels etwas mehr als 3 alte Secunden.

Der spitzeste Winkel in diesem Netze zählte 22, der stumpfeste 128 Grade neuer Theilung.

Bei der Berechnung der Seitenlängen dieser Dreiecke fand eine andere Ausgleichung der Fehler nicht statt, als dass die Summenfehler der drei Winkel eines Dreiecks durch 3 getheilt und mit entgegengesetztem Zeichen bei den einzelnen Winkeln in Rechnung gebracht wurden. Die Anschlussseite an die Dreiecke der dritten Ordnung hat eine Länge von 1377 Ruthen, die kürzeste Seite im Innern des Netzes von 242 Ruthen, die mittlere Seitenlänge beträgt 464 Ruthen. Es wurden im Ganzen 21 Dreiecksseiten doppelt berechnet. Bei ihrer Vergleichung findet sich, dass 5 dieser Seiten um weniger als 0,01 Ruthen abweichen, die grösste Abweichung betrug und zwar zweimal 0,13 Ruthen, der wahrscheinliche Fehler 0,035 Ruthen.

Bei der Genauigkeit, womit die holsteinsche Grundlinie gemessen und deren Ueberleitung durch die Dreiecke der hannoverschen Gradmessung, der mindenschen Dreiecke erster, zweiter und dritter Ordnung in das Netz der vierten Ordnung im Amte Reckenberg durchgeführt ist, erscheint die Voraussetzung gerechtfertigt, dass die Längen der Dreiecksseiten im Vergleiche mit den ihre Endpunkte verbindenden Zügen unmittelbarer Längenmessungen als völlig genau zu betrachten seien.

Der Zweck der gemessenen Linien bestand darin, am Umfange der Fläche einer auf einem Kartenblatt darzustellenden Abtheilung des Bezirks behufs der inneren Einzelnvermessung ein Gürtelnetz herzustellen. Diese Gürtel wurden jedoch überall an die Dreieckspunkte, in deren Nähe sie vorübergingen, durch Winkel- und Streckenmessung angeschlossen, so dass die Berechnung der Achsen-Abstände für die Dreieckspunkte in die ihnen anschliessenden Züge des Liniennetzes übergeleitet werden konnte.

Die Hauptachse für die Coordinatenbestimmung der Dreieckspunkte war der Meridian von Cöln, die Nebenachse die im Nullpunkt der Zählung (der Spitze des dortigen Domchors) auf der Hauptachse senkrecht gedachte Linie, erstere galt als die Achse der x, letztere als die der y. Auch die Dreieckspunkte der vierten Ordnung wurden auf dieses Achsenpaar durch unmittelbare Abstände bezogen. Um das Gleiche auch für die Brechpunkte der Gürtelnetzzüge ausführen zu können, wurden die Strecken der Züge mit sorgfältig überwachten Messketten von 5 Ruthen Länge doppelt gemessen und die von ihnen eingeschlossenen Brechungswinkel zweimal in jeder Lage des Fernrohrs gemessen.

Die Summe der Brechungswinkel des Liniennetzes von einem Dreieckspunkte zum andern wurde mit ihrem Sollbetrage verglichen, der dabei zum Vorschein kommende Fehler mit der Anzahl der Brechpunkte, einschliesslich der beiden Dreieckspunkte, getheilt und mit entgegengesetztem Zeichen auf sämmtliche Brechungswinkel des Zuges zu gleichen Theilen vertheilt. Mit den so verbesserten Winkeln wurden die Neigungswinkel der Strecken gegen die durch ihre Anfangspunkte gedachten Parallelen zur Hauptachse abgeleitet, die Unterschiede der Achsenabstände der Brechpunkte berechnet und durch Zusammensetzung derselben, von den Dreieckspunkten ausgehend, die Achsenabstände selbst gefunden.

Die Summen der Abstandsunterschiede von einem Dreieckspunkte zum andern ergaben die beiden Katheten

eines rechtwinklichen Dreiecks, dessen Hypotenuse der Dreiecksseite gleich sein sollte. Dabei zeigte sich auf der x Kathete ein Fehler und ebenso auf der y Kathete. Berechnete man aus beiden Katheten die Länge der Hypotenuse und verglich sie mit der in der Dreiecksrechnung gefundenen Seitenlänge, so fand man einen Fehler, den man unter der obengedachten Voraussetzung einer völligen Genauigkeit der Dreiecksseite sich versucht fühlte, für den Längenmessungsfehler des Liniennetzes zu halten.

Die Katheten des gedachten rechtwinklichen Dreiecks entstehen aber nicht blos aus Längenmessung, sondern aus Längen- und Winkelmessung. Es dürfen also die Hypotenusenfehler nicht ohne Weiteres auf die Längenmessung abgewälzt werden, man hat sich über den Antheil, der auf die Winkelmessung fällt, Rechenschaft abzulegen. Dabei kömmt es auf die Beantwortung der Frage an: um wie viel wird die Entfernung des Endpunkts eines gebrochenen Linienzuges von seinem Anfangspunkt verlängert oder verkürzt, wenn die Brechungswinkel der zwischenliegenden Strecken sich ändern?

Um dieser Beantwortung näher zu treten bezeichne man die vorgedachte Entfernung oder die Hypotenuse der Abstandskatheten, wenn sie nach den umgeänderten Brechungswinkeln berechnet wird, mit H, die den geänderten Brechungswinkeln entsprechende mit H', die der einen und der anderen Hypotenuse zugehörigen x Katheten mit X und X', ebenso die y Katheten mit Y und Y'; ferner den Anfangspunkt des Zuges mit 1, die folgenden Brechpunkte mit 2, 3, 4 u. s. w., den Endpunkt mit $n+1$, dieser Nummerirung entsprechend, die aufeinanderfolgenden Brechungswinkel mit $b_1, b_2, b_3 \ldots . b_n$, b_{n+1} die Streckenlängen von 1 nach 2 mit s_1, von 2 nach 3 mit s_2, von 3 nach 4 mit $s_3 \ldots .$ von n nach $n+1$ mit s_n, ebenso die den Strecken s_1, s_2, $s_3 + \ldots . s_n$ angehörigen Neigungswinkel mit α_1, α_2, $\alpha_3 \ldots . \alpha_n$. Die Abstände der Punkte 1, 2, 3 .... etc. von der x Achse, gewöhnlich Ordinaten genannt, mit y_1, y_2, y_3 u. s. w. y_n, y_{n+1}, die von der y Achse, gewöhnlich Abscisse genannt,

mit x_1, x_2, x_3 u. s. w., x_n, x_{n+1}, endlich die diesen Abständen entsprechenden Unterschiede

mit $\Delta y_1 = y_2 - y_1$, $\Delta y_2 = y_3 - y_2$, $\Delta y_3 = y_4 - y_3$ u. s. w.
» $\Delta x_1 = x_2 - x_1$, $\Delta x_2 = x_3 - x_2$, $\Delta x_3 = y_4 - x_3$ u. s. w.

Hierbei wird vorausgesetzt, dass alle Neigungswinkel von der Richtung der Hauptachse bis zu der von einem Brechpunkte nach dem nächstfolgenden liegenden Strecke, ebenso alle Brechungswinkel zwischen einer Strecke und der nächstfolgenden von ersterer beginnend bis der letzteren in einer und derselben Drehungsweise, etwa von Norden über Osten, Süden, Westen gezählt werden.

Bezeichnen wir noch den Neigungswinkel der Linie von $n+1$ nach 1, d. i. den Neigungswinkel der dem Linienzuge anschliessenden Dreiecksseite mit α_0, ferner den rechten Winkel mit R; durch schrittweise Zusammenstellung erhalten wir dann:

$\alpha_1 = \alpha_0 + b_1 + 2R$	oder durch	$\alpha_1 = \alpha_0 + b_1 + 2R$
$\alpha_2 = \alpha_1 + b_2 + 2R$	Einsetzen	$\alpha_2 = \alpha_0 + b_1 + b_2 + 4R$
$\alpha_3 = \alpha_2 + b_3 + 2R$	der Werthe:	$\alpha_3 = \alpha_0 + b_1 + b_2 + b_3 + 6R$
.		.
.		.
.		.
$\alpha_n = \alpha_{n-1} + b_n + 2R$		$\alpha_n = \alpha_0 + [b]_n + 2nR$

wobei das Zeichen $[b]_n$ bedeutet, dass alle Brechungswinkel von b_1 bis b_n zusammengerechnet werden sollen. Es erscheint unnöthig, die Bemerkung beizufügen, dass da, wo bei gedachter Zusammenstellung die Winkelsumme über zwei oder mehrere Vollkreise geht, diese ohne Werthveränderung fortzuwerfen sind.

Der Neigungswinkel α_0, der allen folgenden Neigungswinkeln gemeinschaftlich ist, gilt uns überdem als unveränderlich, R ist dieses ohnehin. Wenn daher die Winkel b_1, b_2, b_3 u. s. w. nicht völlig genau, wenn sie mit Fehlern ε_1, ε_2, ε_3 u. s. w. behaftet sind, so wird aus diesen eine Schwankung des Zuges erwachsen, welche um so grösser ist, wenn sämmtliche Fehler entweder mehrend oder sämmtliche mindernd auftreten und sie wird ihren

grössten seitlichen Ausdruck am Ende der Rechnung, also neben dem Endpunkte der Dreiecksseite erreichen.

Wir können auch um so mehr, ohne Benachtheiligung des Endergebnisses unserer Untersuchung, annehmen, dass die Fehler ε_1, ε_2, ε_3 u. s. w. einander und etwa dem wahrscheinlichen Fehler des ganzen Netzes gleich seien, als diese Annahme geradezu dem Verfahren des Feldmessers, den gesammten Winkelfehler eines gebrochenen Linienzuges auf sämmtliche Brechungswinkel zu gleichen Theilen zu vertheilen, angemessen erscheint.

Nach dieser Annahme erhält man:
die veränderten Neigungswinkel α'_1, α'_2, α'_3 u. s. w.

$$\alpha'_1 = \alpha_1 + \varepsilon$$
$$\alpha'_2 = \alpha_2 + 2\varepsilon$$
$$\alpha'_3 = \alpha_3 + 3\varepsilon$$
$$\vdots$$
$$\alpha'_n = \alpha_n + n\varepsilon$$

Finden wir nun mittelst der unveränderten Neigungswinkel

(1) $Y = s_1 \sin \alpha_1 + s_2 \sin \alpha_2 + s_3 \sin \alpha_3 + \ldots s_n \sin \alpha_n$

(2) $X = s_1 \cos \alpha_1 + s_2 \cos \alpha_2 + s_3 \cos \alpha_3 + \ldots s_n \cos \alpha_n$

so ergeben die veränderten Brechungs- und Neigungswinkel:

(3) $Y' = s_1 \sin(\alpha_1 + \varepsilon) + s_2 \sin(\alpha_2 + 2\varepsilon) + s_3 \sin(\alpha_3 + 3\varepsilon) + \ldots s_n \sin(\alpha_n + n\varepsilon)$

(4) $X' = s_1 \cos(\alpha_1 + \varepsilon) + s_2 \cos(\alpha_2 + 2\varepsilon) + s_3 \cos(\alpha_3 + 3\varepsilon) + \ldots s_n \cos(\alpha_n + n\varepsilon)$

Heben wir irgend ein Glied aus jedem der beiden letzteren Ausdrücke, etwa das r^{te} heraus und entwickeln dasselbe, so ist:

$$s_r \sin(\alpha_r + r\varepsilon) = s_r (\sin \alpha_r \cos r\varepsilon + \cos \alpha_r \sin r\varepsilon)$$
$$s_r \cos(\alpha_r + r\varepsilon) = s_r (\cos \alpha_r \cos r\alpha - \sin \alpha_r \sin r\varepsilon)$$

Wäre nun ε so klein, dass ohne erheblichen Genauigkeitsverlust $\cos r\varepsilon$, sogar auch $\cos n\varepsilon = 1$ und $\sin r\varepsilon$ = dem Bogen $r\varepsilon$ in Secunden oder $= r\varepsilon'' \sin 1''$ gesetzt werden könnte, so erhielten wir:

(5) $s_r \sin(\alpha_r + r\varepsilon) = s_r \sin\alpha_r + s_r \cos\alpha_r \,.\, r\varepsilon'' \,.\, \sin 1''$

(6) $s_r \cos(\alpha_r + r\varepsilon) = s_r \cos\alpha_r - s_r \sin\alpha_r \,.\, r\varepsilon'' \,.\, \sin 1''$

Setzt man für r der Reihe nach 1 bis n, behandelt also alle Glieder der Ausdrücke (3) und (4) wie das r^{te} Glied in (5) und (6), zieht die ersten rechtseitigen Glieder jeder solchen Entwicklung zusammen, so ergibt die Summe aus (5) den Werth Y wie im Ausdruck (1), die Summe aus (6) den Werth X wie im Ausdruck (2) und wir erhalten, wenn wir zur Abkürzung setzen: $\varepsilon'' \sin 1 = \varphi$ und $s_1 \cos\alpha_1 = \varDelta x_1$, $s_2 \cos\alpha_2 = \varDelta x_2$, $s_3 \cos\alpha_3 = \varDelta x_3$ u. s. w. $-s_1 \sin\alpha_1 = -\varDelta y_1$, $-s_2 \cos\alpha_2 = -\varDelta y_2$, $-s_3 \sin\alpha_3 = -\varDelta y_3$ u. s. w.

(7) $Y' - Y = \varDelta x_1\, \varphi + \varDelta x_2 \,.\, 2\varphi + \varDelta x_3 \,.\, 3\varphi \ldots. \varDelta x_n \,.\, n\varphi$

(8) $X' - X = \varDelta y_1\, \varphi - \varDelta y_2\, 2\varphi - \varDelta y_3\, 3\varphi \ldots. \varDelta y_n \,.\, n\varphi$

Die Gleichung (7) kann man auch schreiben:

$$
\begin{array}{rll}
Y' - Y & & \\
= \varDelta x_1 \varphi + \varDelta x_2 . \varphi + \varDelta x_3 \varphi + \ldots \varDelta x_n \varphi & \text{nämlich} & (x_{n+1} - x_1)\varphi \\
+ \varDelta x_2 . \varphi + \varDelta x_3 \varphi + \ldots \varDelta x_n \varphi & \text{»} & (x_{n+1} - x_2)\varphi \\
+ \varDelta x_3 \varphi + \ldots \varDelta x_n \varphi & \text{»} & (x_{n+1} - x_3)\varphi \\
\vdots & & \vdots \\
\ldots \varDelta x_n \varphi & \text{»} & (x_{n+1} - x_n)\varphi \\
\hline
(9) \qquad & & = (n\, y_{n+1} - [x]_n)\,\varphi
\end{array}
$$

ebenso:

$$
\begin{array}{rll}
X' - X & & \\
= - \varDelta y_1 \varphi - \varDelta y_2 \varphi - \varDelta y_3 \varphi - \ldots \varDelta y_n \varphi & \text{nämlich} & (y_{n+1} - y_1)\varphi \\
- \varDelta y_2 \varphi - \varDelta y_3 \varphi - \ldots \varDelta y_n \varphi & \text{»} & (y_{n+1} - y_2)\varphi \\
- \varDelta y_3 \varphi - \ldots \varDelta y_n \varphi & \text{»} & (y_{n+1} - y_3)\varphi \\
\vdots & & \vdots \\
- \ldots \varDelta y_n \varphi & \text{»} & (y_{n+1} - y_n)\varphi \\
\hline
(10) \qquad & & = -(n\, y_{n+1} - [y]_n)\,\varphi
\end{array}
$$

wo das Zeichen $[x]_n$ die Summe der Abstände aller n Brechpunkte des Zuges von der Achse des y, $[y]_n$ die

Summe der Abstände desselben von der Achse der x bedeutet.

Setzen wir $Y' = Y + u$ und $X' = X + v$, auch $H' = H + w$ und beachten, dass die Quadrate u^2, v^2, w^2 vermöge der Kleinheit dieser Werthe vernachlässigt werden können und betrachten, dass:

$$H^2 = Y^2 + X^2 \text{ und } H'^2 = Y'^2 + X'^2$$

also $(H + w)^2 = (Y + u)^2 + (X + v)^2$ und unter vorgedachter Voraussetzung: $H^2 + 2Hw = Y^2 + 2Yu + X^2 + 2Xv$. Ziehen wir die erste dieser Gleichungen von der letzteren ab, so erhalten wir nach Tilgung der an beiden Seiten gemeinschaftlicher Zahl 2:

$$Hw = Yu + Xv$$

$$\text{also } w = \frac{Yu + Xv}{H}$$

endlich für $u = Y' - Y$ und für $v = X' - X$ deren Werthe aus (9) und (10) hier eingesetzt, schliesslich:

$$(11) \quad w = \frac{\varphi}{H}\left\{Y(n\,x_{n+1} - [x]_n) - X(n\,y_{n+1} - [y]_n)\right\}$$

$$\text{oder } w = \frac{\varepsilon'' \sin 1''}{H}\left\{Y(nx_{n+1} - [x]_n) - X(ny_{n+1} - [y]_n)\right\}$$

Man kann diesem Ausdruck eine andere Gestalt geben, wenn man berücksichtigt, dass:

$n\,x_{n+1} = n\,x_1 + n\,(\varDelta x_1 + \varDelta x_2 + \varDelta x_3 \ldots \varDelta x_n)$ ist, und dass

$$-[x]_n = -\left\{\begin{array}{l} x_1 \\ + x_1 + \varDelta x_1 \\ + x_1 + \varDelta x_1 + \varDelta x_2 \\ + x_1 + \varDelta x_1 + \varDelta x_2 + \varDelta x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ + x_1 + \varDelta x_1 + \varDelta x_2 + \varDelta x_3 + \ldots \varDelta x_n \end{array}\right.$$

oder

$$-[x]_n = -n\,x_1 - (n-1)\,\varDelta x_1 - (n-2)\,\varDelta x_2 - (n-3)\,\varDelta x_3 - \ldots (n-n)\,\varDelta x_n$$

Die Verbindung der Werthe für $n\,x_{n+1} - [x]_n$ gibt also:

$$n\,x_{n+1} - [x]_n = \varDelta x_1 + 2\varDelta x_2 + 3\varDelta x_3 + \ldots.\ n\,\varDelta x_n = u$$

ebenso findet man:

$$n\,y_{n+1} - [y]_n = \varDelta y_1 + 2\varDelta y_2 + 3\varDelta y_3 + \ldots.\ n\varDelta y_n = v$$

und durch Einsetzung beider Werthe in die Gleichung (11)

$$(12)\ w = \frac{\varepsilon''.\sin 1''}{H}\Big\{Y(\varDelta x_1 + 2\varDelta x_2 + 3\varDelta x_3 + \ldots.\ n\varDelta x_n) - X(\varDelta y_1 + 2\varDelta y_2 + 3\varDelta y_3 + \ldots.\ n\varDelta y_n)\Big\}.$$

Die Anwendung beider Ausdrücke (11) und (12) sichert gegen Rechnungsfehler.

Kehren wir jetzt zur Betrachtung des vorliegenden Liniennetzes zurück. Dasselbe enthält geeignetes Material, um die Ausdrücke (11) oder (12) für w, also für den Werth, um welchen die Entfernung der Endpunkte von dem Anfangspunkte eines Zuges verlängert oder verkürzt wird, wenn jedem Brechungswinkel desselben der wahrscheinliche Winkelfehler ε zuwächst.

Um den Raum dieser Blätter nicht zu sehr in Anspruch zu nehmen, beschränke ich die nachfolgende Untersuchung auf zwei aneinander grenzende Gemarkungen des Amtsbezirks, deren Bodenbeschaffenheit ich für die Längenmessung, im Vergleiche zu den anderen Gemarkungen desselben, weder für vorwiegend ungünstig noch für begünstigt halte.

Es sind darin 36 Züge gebrochener Linien mit dem Dreiecksnetz so verbunden, dass jeder von ihnen an einem Dreieckspunkt beginnt, an einem anderen endigt. Die Summe der Brechungswinkel ist, wie schon bemerkt, mit dem aus ihrer Anzahl sich ergebenden Sollbetrage verglichen und der Unterschied auf diese Anzahl gleich vertheilt. Das einzelne Theilstück jedes Zuges ist als Fehler des einzelnen Brechungswinkels zu betrachten, weil kein Grund vorliegt, dem einen oder dem anderen Winkel eine grössere Zuverlässigkeit beizumessen. Nach ihrer Grösse geordnet sind dieselben:

Num.	Fehler.	Num.	Fehler.	Num.	Fehler.
1	−1″	13	−15″	25	+33″
2	+1	14	+16	26	−38
3	−2	15	−17	27	−39
4	+3	16	+20	28	−40
5	−3	17	−23	29	−40
6	+4	18	−23	30	−43
7	+6	19	+25	31	−45
8	−7	20	−25	32	+49
9	−8	21	+25	33	−52
10	−8	22	+26	34	+52
11	+13	23	+28	35	+59
12	+14	24	−30	36	+67

nach der Hunderttheilung des Quadranten.

Erhebt man diese Fehler zum Quadrat, theilt die Summe durch 35 *), zieht dann die Wurzel aus und nimmt diese 0,67449 mal, so erhält man zum wahrscheinlichen Fehler $\pm 21{,}02$ Neu-Secunden. Das Verfahren aus der Anordnung nach der Grösse würde ergeben $\pm 24''$.

Um diesen Werth wenigstens nicht zu niedrig zu greifen, benutzen wir den letztern also $\varepsilon'' = 24''$. Damit ist $\varphi = \varepsilon'' \sin 1'' = 0{,}0000377$ und $\log \varphi = 5{,}57633 - 10$.

In dem Netze sind nur die Unterschiede der Achsenabstände für die aufeinanderfolgenden Brechpunkte berechnet, nachdem die Neigungswinkel auf die durch Gleichvertheilung ihrer Summenfehler berichtigten Brechungswinkel gegründet waren. Demnächst wurden auch die Abstände y und x selbst vom Cölner Meridian und dessen Senkreckte zusammengesetzt, endlich diese in üblicher Weise **) auf die Sollbeträge des Dreiecksnetzes zurückgeführt. Beide Berichtigungen können eine Trübung der hier angestrebten Rechnungsergebnisse nicht herbeiführen. Die Abstände y und x selbst werden nämlich, wie man

*) 36 (?) Die Red.

**) Anleitung des Verfassers zum Feldmessen. Berlin bei Weidmann. 1871. Seite 40.

sehen wird, nur zur Sicherung der Rechnung benutzt und es ist gleichgiltig, mit welchem Linienzuge ein anderer verglichen wird, wenn dieser von ersterem nur durch eine gleichbleibende Winkelzugabe (ε) sich unterscheidet.

Um sich des Werthes w nach dem obigen Ausdruck (12) in ausreichendem Maasse versichern zu können, erschien es gerathen, die Rechnung für die kleinste, für die mittlere und für die grösste Zuglänge des Netzes auszuführen. Um auch den Gang der Rechnung übersichtlich zu machen, ist bezeichnet:

$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \ldots$ mit $[\Delta x]_n$ welche Summe $= X$ ist
$\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \ldots$ » $[\Delta y]_n$ » » $= Y$ »
und $\Delta x_1 + 2\Delta x_2 + 3\Delta x_3 + \ldots$ mit $[r\Delta_r x]_n$ welche Summe $= nx_{n+1} - [x]_n$ ist.
» $\Delta y_1 + 2\Delta y_2 + 3\Delta y_3 + \ldots$ » $[r\Delta_r y]_n$ » » $= ny_{n+1} - [y]_n$ ist,

endlich $X.[r\Delta_r y]_n$ mit a
» $Y.[r\Delta_r y]_n$ » b
» $\sqrt{X^2 + Y^2}$ » H
für r der Reihe nach zu setzen 1, 2, 3 .... n

I. Kürzester Linienzug vom Dreieckspunkt 7 *nach* 6, $H = 276{,}06$

(Siehe die gegenüberstehende Seite 77.)

Es erscheint unnöthig, die Berechnung eines weiteren Zuges herzusetzen. Bei dem längsten Zug beträgt die Anzahl der Brechungspunkte 11 und die Entfernung der Endpunkte 824,06 Ruthen. Der Zug von mittlerer Länge hat 7 Brechungspunkte und 464,45 Ruthen der Endpunkte. Es ergab

der kürzeste Zug *) von 6 Brechpunkten und 276 Ruthen Länge $w' = 0{,}011317$

*) Die Bezeichnung „kürzester Zug“ ist hier nicht von der kürzesten Entfernung der Endpunkte, sondern von der Längensumme aller Strecken hergenommen.

(Fortsetzung Seite 79.)

I. Kürzester Linienzug vom Dreieckspunkt 7 nach 6, H = 276,06.

$n x_{n+1} - [x]_n$	$[\Delta x]_n$	$[r \Delta_r x]_n = u$	$n y_{n+1} - [y]_n$	$[\Delta y]_n$	$[r \Delta y_r]_n = v$
172708,62	+ 168,32	+ 168,32	165429,60	+ 20,02	+ 20,02
172604,59	+ 10,51	+ 21,02	164895,07	+ 42,67	+ 85,34
+ 104,08	+ 21,11	+ 63,33	534,53	+ 61,37	+ 184,11
	+ 43,10	+ 172,40		+ 41,93	+ 167,72
	+ 23,76	+ 118,80		+ 106,17	+ 530,85
	− 73,51	− 441,06		− 75,82	− 454,92
$X =$	+ 193,29	+ 102,81 = $[r \Delta_r x]_n$	$Y =$	+ 196,34	+ 533,18 = $[r \Delta_r y_n]$
$log\ X =$	2.28621		$log\ Y =$	2.29301	
$log [r \Delta_r y]_n =$	2.72687		$lg\, \varphi [r \Delta_r x]_n =$	2.01203	
$log\ a =$	5.01308	103060 20185	$log\ b =$	4,30504 =	82875 = $a - b$
		a b		$log\,(a-b) =$	4.91842
				$log\ \varphi =$	5.57633 − 10
				$10 - log\ H =$	7.55899 − 10
				$log\ w =$	8,05374
				$w =$	0,011317

Dreiecksseite von Nummer z. Nummer.		H Entfernung nach dem Dreiecksnetz.	H′ Entfernung der Endpunkte nach dem Liniennetz.	H—H′ Fehler der Längenmessung in Ruthen.		Berechneter Fehler beständiger.	zufälliger.	
							+	—
		Ruthen.	Ruthen.	+	—			
F	5	464,45	464,00	+0,45		+0,36	+0,09	
5	3	465,01	404,57	+0,44		+0,31	+0,13	
3	F	418,03	417,40	+0,63		+0,32	+0,31	
5	4	481,54	480,96	+0,58		+0,37	+0,21	
4	3	342,29	341,75	+0,54		+0,27	+0,27	
5	7	765,33	764,08	+1,25		+0,59	+0,66	
7	6	276,06	275,22	+0,54		+0,22	+0,32	
8	7	560,47	559,35	+1,12		+0,44	+0,68	
2	1	431,41	431,52		—0,11	+0,33		—0,44
1	9	411,40	409,98	+1,42		+0,32	+1,10	
9	10	692,91	692,05	+0,86		+0,54	+0,32	
10	11	539,89	539,02	+0,87		+0,42	+0,45	
11	7	526,85	526,49	+0,36		+0,41		—0,05
11	15	322,29	322,14	+0,15		+0,25		—0,10
15	14	245,39	245,31	+0,08		+0,19		—0,11
14	7	824,50	824,06	+0,44		+0,64		—0,20
14	12	441,41	441,16	+0,25		+0,34		—0,09
14	18	362,59	362,47	+0,12		+0,28		—0,16
18	13	328,40	328,04	+0,36		+0,25	+0,11	
13	12	359,78	359,47	+0,31		+0,28	+0,03	
16	17	442,63	442,33	+0,30		+0,34		—0,04
17	18	320,84	320,72	+0,12		+0,25		—0,13
16	21	596,80	596,78	+0,02		+0,46		—0,44
21	19	376,58	376,28	+0,30		+0,29	+0,01	
21	22	393,15	392,90	+0,25		+0,31		—0,06
22	20	514,92	514,86	+0,06		+0,40		—0,34
20	19	445,37	445,32	+0,05		+0,35		—0,30
16	24	414,09	413,86	+0,23		+0,32		—0,09
24	23	438,46	438,39	+0,09		+0,34		—0,25
23	21	466,77	466,56	+0,21		+0,37		—0,16
23	22	494,27	494,19	+0,17		+0,39		—0,22
26	22	550,16	549,92	+0,24		+0,43		—0,19
24	25	454,79	454,97		— 0,18	+0,35		—0,53
25	23	584,89	584,63	+0,26		+0,46		—0,20
25	27	489,20	489,05	+0,15		+0,38		—0,23
27	26	537,37	537,29	+0,08		+0,42		—0,34
36		16720,29	16707,30	13,28	0,29	= +12,99	+4,67	—4,67

der mittlere Zug von 7 Brechpunkten und 464 Ruthen Länge $w'' = 0{,}006546$

der längste Zug von 11 Brechpunkten und 824 Ruthen Länge $w''' = 0{,}021805$.

Die Geringfügigkeit der Werthe w', w'', w''', d. i. die Veränderung der Entfernung der Endpunkte eines Zuges zufolge des wahrscheinlichen Winkelfehlers des Netzes, sowohl bei der kleinsten und grössten als bei der mittleren Ausdehnung des Zuges, begründet meines Erachtens die Ueberzeugung, dass wir bei der Vergleichung der gemessenen Längen mit den durch das Dreiecksnetz bestimmten von den dem Liniennetz inwohnenden Winkelfehlern gänzlich absehen können.

Es kann sich also hier nur darum handeln, die Entfernung des Anfangspunktes eines Zuges von dem Endpunkte aus den Achsenabständen des Liniennetzes zu berechnen, das gefundene Maass mit der Angabe der Dreiecksrechnung zu vergleichen und den Unterschied als Fehler der unmittelbaren Längenmessung zu betrachten. Die Ergebnisse solcher Vergleichung sind in der vorstehenden Uebersicht zusammengetragen.

Vergleichen wir die vorstehende Zusammenstellung mit der obigen über die Fehler der Brechungswinkel, so tritt uns sogleich ein sehr ausgeprägter Unterschied in die Augen. Unter den 36 Winkelfehlern befinden sich 17 mit dem Zeichen + und 19 mit —; die ersteren summiren sich auf 442, letztere auf 454 Neusecunden. Es hat also sowohl in der Anzahl der Fehler, als im Werthe derselben zwischen beiden Seiten ein fast vollständiger Wechsel stattgefunden, d. i. die Fehler haben den Charakter der Zufälligkeit bewährt, wie das bei Winkelmessungen kaum anders zu erwarten war. Ganz anders erscheint uns die letzte Zusammenstellung. Von den 36 aus den Achsenabständen des Liniennetzes für die Anfangs- und Endpunkte der Züge ermittelten Entfernungsmaasse gehen nur zwei mit sehr geringen Werthen über die entsprechenden Maasse des Dreiecksnetzes hinaus und sind dort mit — bezeichnet, während die 34 übrigen

Maasse gegen die Angaben des Dreiecksnetzes so sehr zurück bleiben, dass die Gesammtsumme aller Längen des Liniennetzes um 12,99 Ruthen kleiner ist, als die Gesammtsumme aller verglichenen Dreiecksseiten. Dieses bedeutende Zurückbleiben der Längenmessung ist einer beständigen Fehlerquelle zuzuschreiben. Ohne Zweifel haben auch zufällige Fehler mitgespielt, diese werden sich aber nach dem Charakter des Zufalls, der ebenso viele und ebenso grosse Fehler nach der Seite der Verminderung wirft, wie nach jener der Vermehrung, sowie nach dem Gesetz der grossen Zahlen gegen einander ausgeglichen haben, soweit 36 Vergleichungsn dazu ausreichten.

Die Erfolge beständiger Fehler, mögen die einzelnen Ursachen sich einander unterstützen oder beschränken, sind immer der gemessenen Länge verhältnissmässig. Mann kann daher unbedenklich obige 12,99 Ruthen benutzen, um durch ihre Vergleichung mit der Längensumme der 36 Dreiecksseiten = 16720,29 Ruthen, den Ausdruck für den Fehler der Linienmessung zu gewinnen. Derselbe findet sich:

$$\frac{12{,}99}{16720{,}29} = 0{,}000777 = \frac{1}{1287}$$

und man darf sagen: die einzelne Ruthe der Kettenmessung war um 0,000777 Ruthen zu lang, die Messung gab also diesem Ausdruck verhältnissmässig zu kleine Maasszahlen.

Dieses nun ist der Ausdruck des beständigen Fehlers einer mit einer sorgfältigen Winkelmessung verbundenen Längenmessung mit der Messlatte, wobei jede Strecke doppelt gemessen und aus den beiden Maasszahlen das einfache Mittel genommen wurde.

Es wäre zu wünschen, wenn ein Sachverständiger Gelegenheit hätte, eine ähnliche Vergleichung einer Lattenmessung mit dem Dreiecksnetz anzustellen. Man würde dann mit mehr Zuverlässigkeit als bisher die Kettenmessung mit der Lattenmessung vergleichen können. Dieses könnte möglicherweise zu der praktischen Regel

führen, jede Strecke ein Mal mit der Latte, das andere Mal mit der Kette zu messen, falls nämlich jene Vergleichung darthun sollte, dass die gelegte Latte eine zu grosse, die gezogene Kette eine zu kleine Maasszahl ergäbe. Wie aber immer das Verfahren beschaffen sein mag, so wird doch jede unmittelbare Längenmessung mit beständigen Fehlern behaftet sein, um welche zufällige Fehler ihr wechselndes Spiel treiben. Je länger die Linie ist, je mehr Maassanlegungen in ihr nöthig sind, desto mehr wird sich, nach dem Gesetz der grossen Zahlen, die Summe der zufälligen Fehler der Grenze o nähern, desto unverhüllter wird der beständige Fehler mittelst des Ausdrucks $\frac{H-H'}{H}$ hervortreten, worin H die für völlig genau geltende, H' die durch unmittelbare Messung gefundene Länge bezeichnet. Je kürzer aber eine Linie ist, desto weniger steht zu erwarten, dass die zufälligen Fehler sich bereits gegenseitig aufgehoben haben, es muss vielmehr angenommen werden, dass die vergrössernden Fehler die verringernden um einen Summenunterschied übersteigen oder gegen letztere zurückbleiben.

Um im vorliegenden Falle annäherungsweise eine Vorstellung von dem Spiel der zufälligen Fehler zu bilden, sind der letzten Zusammenstellung drei Zahlenreihen angehängt, von denen die erste die Werthe $H \times 0{,}000777$, die beiden anderen die Abweichungen dieser Werthe von den wirklichen Fehlern $H-H'$ aufgenommen haben. Könnte man annehmen, dass bei 36 Vergleichungen dieser Art die zufälligen Fehler sich bereits hinreichend ausgeglichen hätten, so würden die in den beiden letzten Reihen eingerückten Werthe in der That die zufälligen Fehler vertreten. Ordnet man sie nach der Grösse, so findet man ihren wahrscheinlichen Fehler 0,21, aus der Summe der Quadrate abgeleitet 0,23 Ruthen.

Wollte man von den vorstehenden thatsächlichen Ergebnissen bei der Berechnung der Achsenabstände der Brechpunkte eines Liniennetzes Anwendung machen, so

würden meines Erachtens zwei wichtige Wahrnehmungen berücksichtigt werden müssen:

1. Die Fehler, welche bei der Berechnung der beiden Gruppen ($\varDelta y$ und $\varDelta x$) von Abstandsunterschieden am Ende eines Linienzuges erscheinen, rühren zunächst von den Fehlern der Längenmessung der Strecken her; sie sind zusammengesetzt aus beständigen Fehlern und zufälligen Fehlern. Die Summe der ersteren wächst, die der letzteren nimmt ab mit der Länge der Linie. In welchem Verhältniss diese Abnahme erfolgt, hat die Wahrscheinlichkeitsrechnung darzuthun.
2. Die Fehler rühren ferner von der Winkelmessung her. Ist diese eine so sorgfältige, wie die in dem oben betrachteten Netze, so haben ihre Fehler zwar, wie gezeigt worden, auf die fortschrittliche oder rückschrittliche Abirrung des Endpunktes eines Zuges nur eine unbedeutende Einwirkung, dagegen äussern sie auf die seitliche Abirrung desselben einen wohl zu beachtenden Einfluss.

Fanden wir oben nach dem Ausdruck (11) die Abirrung des Endpunktes im Sinne der Länge:

$$w = \frac{\varphi}{H}\left\{Y(n\,\varDelta x_{n+1} - [x]_n) - X(n\,\varDelta y_{n+1} - [y]_n)\right\}$$

oder nach (12) und der späteren Bezeichnung der Klammergrössen:

$$w = \frac{\varphi}{H}(Y[r\,\varDelta x_r]_n - X[r\,\varDelta y_r]_n)$$

wofür man auch, da $\frac{Y}{H} = \sin\alpha_0$ und $\frac{X}{H} = \cos\alpha_0$, ferner $[r\,\varDelta x_r] = u$ und $[r\,\varDelta y_r]\,v$ ist, setzen kann:

(13) $$w = \varphi\,(u \sin\alpha_0 - v \cos\alpha_0)$$

Bezeichnet man nun mit z die seitliche Abirrung des Endpunktes des Zuges von dem Endpunkte der Dreiecksseite vermöge des wahrscheinlichen Fehlers der Winkelmessung ε, wofür $\varepsilon'' \sin 1'' = \varphi$ gesetzt wurde, so bilden φu und φv die Katheten, z die Hypothenuse, α_0 und

$R - \alpha_0$ die spitzen Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks, in welchem v dem Winkel α_0 gegenübersteht.

Man hat daher:

(14) $$z = \varphi (v \sin \alpha_0 + u \cos \alpha_0).$$

Zeigt zwar schon der Bau dieses Ausdrucks, dass der Werth für z in der Fehlergruppe keineswegs für unbedeutend gelten kann, so möge dieses an dem oben behandelten Zuge von Nr. 14 nach z rechnungsmässig gezeigt werden:

Man hatte dort:

$$\log Y = \log 486,71 = 2.68727; \lg X = \lg 664,97 = 2.82281$$

$$10 - \lg H = \lg \frac{1}{824,5} = 7.08404 - 10 \;\ldots\ldots\; = 7.08404 - 10$$

$$\log \sin \alpha_0 = 9,77131 - 10 \quad \log \cos \alpha_0 = 9.90685 - 10$$

$$\log \varphi = 5,57633 - 10 \;\ldots\ldots\; = 5.57633 - 10$$

$$\log v = \log 4336,78 = 3.63716; \lg u = \lg 4946,01 = 3.69625$$

$$8,98480 - 10 \qquad\qquad 9,17743$$

$$z = 0,24702 = 0,09656 \quad + \quad 0,15046$$

Während wir oben die Abirrung des Zugendes im Sinne der Länge, nämlich $w = 0,02180$ fanden, ergab sich für die seitliche Abirrung $z = 0,24702$ Ruthen.

Minden, den 15. Mai 1873.

Instrument zur Verwandlung von Vielecken in Dreiecke durch Parallelabschieben.

Von Obergeometer M. Doll in Carlsruhe.

(Mit lithographirter Tafel.)

Bei der Badischen Katastervermessung geschieht die Berechnung des Flächeninhalts der einzelnen Grundstücke durch Zerlegen derselben in Dreiecke, deren Grundlinien bei der Aufnahme gemessen und deren Höhen von dem Plane mit einer eingetheilten Glastafel oder mit dem Zirkel abgenommen werden. Als Probe fasst man dann

40—60 Grundstücke in ein Polygon zusammen, dessen Flächeninhalt durch Verwandlung in ein oder zwei Dreiecke ermittelt wird. Um dabei die Fehler, welche durch das Eingehen des Papiers entstehen, unschädlich zu machen, wird die Verwandlung auf das Plannetz gegründet, und als Verwandlungsbasis diejenige Parallele mit dem Meridian oder Perpendikel angenommen, welche die Figur der grösseren Ausdehnung nach in zwei Hälften theilt. Als Spitzen der Dreiecke werden solche Punkte gewählt, die durch Coordinaten gegeben sind, um die Höhe, aus Zahlen, durch den Unterschied der Coordinaten zu erhalten. Die Längen der Grundlinien ergeben sich dann aus einer Anzahl Quadratseiten und den Ueberschüssen bis zu den Endpunkten der Grundlinien.

Statt der Anwendung eines Lineals und Winkels zum Parallelabschieben und einer Nadel zum Bezeichnen der Durchschnittspunkte kann auch ein Instrument verwendet werden, das von dem Vermessungsinspector Hofmann erfunden wurde. Dasselbe besteht aus einem Lineal *LL*, an welches sich ein Arm *DA* anlegt, dessen Drehpunkt *D* in die obere Kante des Lineals fällt. Mit dem Arm ist ein Ring durch 4 Schrauben fest verbunden, der sich bei der Drehung in einem an dem Lineal befestigten Ringe bewegt. Auf den beweglichen Ring drückt ein Hebel *H* durch die Wirkung einer Feder, welche unter demselben angebracht ist; soll aber der Arm frei bewegt werden, so wird die Hemmung durch den Druck auf das Ende des Hebels aufgehoben.

Bei dem Gebrauch ist das Instrument so an die Figur anzulegen, dass dessen obere Kante mit der Verwandlungsbasis 1,1 zusammenfällt, und um eine parallele Verschiebung ausführen zu können, wird zur Führung an die untere Kante ein Lineal oder Winkel angelegt. Man verschiebe nun so, dass der Drehpunkt *D* mit 1 zusammenfällt, drücke auf den Hebel und drehe den Arm, bis er in die punktirte Lage in die Richtung 1,3 kommt. Durch Aufhebung des Drucks bleibt der Arm in dieser Richtung stehen und gibt nach der Verschiebung

bis zur Anlage an dem Punkte 2 den Durchschnitt der Parallelen 2,a mit 1,3 an. In dieser Stellung wird das Instrument festgehalten, auf den Hebel gedrückt und der Arm an dem Punkt 4 angelegt, dann parallel bis 3 verschoben u. s. w. Das gleiche Verfahren wird auf der andern Seite wiederholt und man erhält das Dreieck $cc5$ gleich dem Vieleck.

Beweis.

$\triangle 132 = \triangle 13a$, $\triangle a43 = \triangle a4b$, $\triangle b54 = \triangle b5c$

daher $\triangle cc5 =$ Vieleck.

Das Instrument wird geprüft, indem man untersucht, ob bei der Drehung des Armes der Punkt D seine Lage nicht verändert, ferner ob die obere und untere Kante des Instruments parallel sind.

Das hier in halber natürlicher Grösse dargestellte Instrument ist von Mechaniker Sickler in Carlsruhe um den Preis von 8 fl. angefertigt worden.

Ueber Winkelausgleichung.

Von Steuerrath **Kerschbaum** in Coburg.

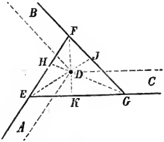
Gegenwärtig werden wohl bei allen grösseren Vermessungen die zur Bestimmung der Coordinaten der Netzpnnkte I. und II. Ordnung nothwendigen Winkelausgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt. Wollte man diese Methode jedoch auf die Netzpnnkte III. und IV. Ordnung anwenden, so würde das erreichte Resultat in keinem Verhältniss mit der aufgewendeten Zeit und Mühe stehen. Man berechnet desshalb für einen Punkt III. Ordnung, der von mehreren Seiten II. Ordnung eingeschnitten worden ist, seine Coordinaten mehrmals und weichen diese Coordinatenwerthe wenig von einander ab, so gleicht man diese Abweichnngen durch das arithmetische Mittel der Coordinatenwerthe aus.

Bei den neueren Messungen war man bestrebt, die trigonometrischen Punkte möglichst zu vermehren und desshalb auch genöthigt, von Punkten III. Ordnung noch solche IV. Ordnung abzuleiten. Es mussten daher auch die Winkel bei den Punkten III. Ordnung ausgeglichen werden und da die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate zu viel Zeit erforderte, so wurden verschiedene andere Verfahren angewendet, bei welchen in kürzerer Zeit ein ganz annäherndes Resultat erreicht wird.

In den Herzogthümern Sachsen-Coburg und Sachsen-Meiningen wurde die Ausgleichung der Winkel nach dem bayerischen Kataster-Schematismus und der von dem bayerischen Trigonometer Wild angewendeten Methode vorgenommen. Beide Verfahren habe ich Seite 215 des II. Bandes der Zeitschrift für Vermessungswesen etwas näher beschrieben. Im Grossherzogthum Baden wird das von dem Obristen Tulla herrührende graphische Ausgleichungsverfahren angewendet. Dasselbe besteht darin, dass man die fehlerzeigende Figur in $^1/_5$ der natürlichen Grösse aufzeichnet, wobei die Unterschiede der gemeinschaftlichen Dreiecksseiten die Seiten der fehlerzeigenden Figur darstellen und auf Grund des nach dem praktischen Gefühl innerhalb der Figur angenommenen richtigen Punktes durch Fällen von Senkrechten auf die Seiten der Figur, welche mit dem Zirkel abgenommen werden, als Tangenten nach einem Diagramm die Grösse der Winkel ermittelt werden, um welche die gemessenen, resp. die nach Berücksichtigung der Dreieckswinkelsumme in die Berechnung eingesetzten Winkel zu corrigiren sind. In Preussen ist die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf Dreiecke III. und IV. Ranges wegen des bedeutenden Zeitaufwands als praktisch unausführbar erklärt und das Kettensystem empfohlen.

Ich möchte nun auf ein Verfahren aufmerksam machen, das zwei Hauptvortheile bietet, nämlich erstens werden darnach alle Ausgleichungen nach ein nnd derselben Art ausgeführt und zweitens wird ziemlich viel Zeit erspart.

Man nimmt nämlich bei diesem Verfahren stets den Mittelpunkt des in die fehlerzeigende Figur einbeschriebenen Kreises als den richtigen Punkt an und kann dadurch gleich die Seitenberichtigung auf folgende Art finden.



In vorstehender Figur bezeichnet für den aus den Punkten A, B und C zu bestimmenden Punkt D das Dreieck EFG die fehlerzeigende Figur. Ist nun D der Mittelpunkt des einbeschriebenen Kreises, so ist, wenn die Senkrechten DH, DJ und DK gefällt worden sind:

$$EH = EK$$

$$FH = FJ$$

und $$GK = GJ.$$

Bezeichnet man nun

EF mit a,
FG » b,
EG » c,
und EH » x,

so ist $HF = a - x$ und $EK = x$.

Da aber $HF = FJ = a - x$ ist, so ist $GJ = b - (a - x)$, da ferner $EK = x$, so ist $KG = c - x$ und da endlich $GJ = GK$ ist, so muss

$$b - (a - x) = c - x \text{ sein,}$$

oder $$b-a+x=c-x$$
$$2x=a+c-b$$
und $$x=\frac{a+c-b}{2}$$
ferner ist $$FJ=a-x=a-\left(\frac{a+c-b}{2}\right)$$
$$=\frac{2a-a-c+b}{2}$$
$$=\frac{a+b-c}{2},$$
endlich ist $$GK=c-x=c-\left(\frac{a+c-b}{2}\right)$$
$$=\frac{2c-a-c+b}{2}$$
$$=\frac{b+c-a}{2}$$
oder in Worten ausgedrückt:

Es werden immer die Theile der Seiten der fehlerzeigenden Figur, welche durch die Fällung der Senkrechten vom Mittelpunkt des einbeschriebenen Kreises auf dieselben gebildet werden, dadurch gefunden, dass man die beiden ganzen Dreiecksseiten, welche an dem zu suchenden Theil zusammenstossen, addirt, die dritte Seite davon abzieht und den Rest halbirt.

Da nun die Seite AD im Durchschnitt circa 2000^{m} beträgt, der Radius des einbeschriebenen Kreises höchstens 3^{cm}, so kann die Länge $AH=AD$ angenommen werden.

Addirt man desshalb immer zu der durch die Berechnung gefundenen kürzeren Dreiecksseite den anstossenden Abschnitt, der durch die Fällung von Senkrechten aus dem Mittelpunkt der fehlerzeigenden Figur auf die einschlägige Seite derselben gebildet und nach obigem Satz gefunden wird, so erhält man die wirkliche Seitenlänge für den gesuchten Punkt D.

Dividirt man mit dem Logarithmus für 1″ in den Logarithmus des gefundenen Abschnitts, so erhält man

dann auch gleich die Anzahl der Secunden, um welche die Winkel corrigirt werden müssen.

Es ist natürlich selbstverständlich, dass die fehlerzeigende Figur nur bei Bestimmung eines Punktes aus 3 gegebenen Punkten ein Dreieck bildet und bei mehreren Punkten eine mehrseitige Figur annehmen wird, aber es reichen zur Bestimmung eines Punktes III. oder IV. Ordnung schon 3 Punkte aus, namentlich wenn zur Bestimmung solche Punkte gewählt werden, aus welchen der fragliche Punkt sich gut bestimmt. Wohl jeder Praktiker wird gefunden haben, dass sowohl bei der graphischen als auch trigonometrischen Punktenbestimmung diejenigen Punkte sich am besten bestimmen, welche lange Visuren und kurze einem rechten Winkel sich nähernde Einschnitte haben. Bei Ausgleichung der Winkel geht man desshalb noch immer von solchen Dreiecken aus, in welchen die auf dem zu bestimmenden Punkt gemessenen Winkel sich zwischen 80°—100° alter Theilung bewegen und benützt die übrigen Dreiecke mehr zur Controle.

Zur Auswahl solcher Dreiecke hat man auch keine Zeichnung nöthig, denn man erkennt dieselben ja leicht an den Seiten beziehungsweise an den Logarithmen derselben und an den gemessenen Winkeln.

Ist nun aus diesen drei Punkten die Seiten- und Winkelcorrection für den zu bestimmenden Punkt gefunden worden, so wird man auch für die übrigen Seiten und Winkel unter Zuhilfenahme der Azimuthe, Dreiecks- oder Richtungswinkel der gegebenen Punkte die Winkel- und Seitencorrection leicht finden.

Durch dieses Verfahren erreicht man auch zugleich den Zweck, den man bei allen Ausgleichungsmethoden festzuhalten sucht, denn es wird die Correction der Winkel für die langen Strahlen stets eine verhältnissmässig geringere werden als bei den kurzen Strahlen.

Coburg, im October 1873.

Rohlfs'sche Expedition in die libysche Wüste.

Von Professor **Jordan.**

(Mit einem Holzschnitt).

Nachdem der Punkt erreicht ist, von dem aus die Expedition in die Wüste vordringen wird, nämlich die Stadt *Siut* am Nil in Oberegypten, ist der Plan für die auszuführenden astronomischen und geodätischen Messungen so weit festgestellt, dass ich zur Erfüllung des im letzten Heft der Zeitschrift gegebenen Versprechens von Mittheilungen einen Anfang machen kann.

Die bisherige Reise unterschied sich in Beziehung auf die Transportmittel in keiner Weise von einer Reise in Europa, wesshalb hier nur die Reiselinie anzuführen ist, nämlich: von Triest bis Alexandrien mit Lloyd-Dampfer, von Alexandrien bis Cairo mit Eisenbahn, ebenso von Cairo bis Minieh mit Eisenbahn und endlich von Minieh bis Siut mit Dampfschiff.

Diese Art zu reisen hat es bis jetzt möglich gemacht, *alle* Instrumente unversehrt zu erhalten.

Die von mir mitgenommenen *Instrumente* sind:

1. Ein Theodolit von Sickler in Carlsruhe mit Horizontalkreis und Vertikalkreis von 12^{cm} Durchmesser; das Fernrohr ist des Durchschlagens wegen excentrisch angebracht und für Sonnenbeobachtungen mit Ocularblendung versehen. Eine grosse Bussole ist mit dem Instrument verbunden.
2. Ein Spiegelsextant von Kinzelbach in Stuttgart von 12^{cm} Halbmesser mit Glashorizont.
3. Ein Taschenchronometer von Kutter in Stuttgart.
4. Ein Recognoscirungsfernrohr von 46^{cm} Oeffnung mit Bussole auf zusammenlegbarem leichtem Stativ.
5. 2 stählerne Messbänder von je 10^{m} Länge.
6. 2 hölzerne eingetheilte Meterstäbe.
7. Eine kleine Kreuzscheibe.
8. 2 je $6{,}5^{m}$ lange, zusammenlegbare Stangen mit je 3 Visirscheiben.

9. Ein Quecksilberheberbarometer von Mollenkopf in Stuttgart.
10. 3 Federbarometer, nämlich eines von Naudet in Paris und 2 von Goldschmid in Zürich. (Naudet und der grössere Goldschmid sind die im 7. Heft der Zeitschr. für 1873 erwähnten, auf Theilungs- und Temperaturcorrection untersuchten Instrumente).
11. Ein selbstregistrirendes Federbarometer von Goldschmid.
12. Mehrere Thermometer, insbesondere ein Maximum- und Minimumthermometer, bestehend aus einer Zinkspirale, von Kern in Aarau. (Die Thermometer sind vor der Abreise in Beziehung auf ihre Normalpunkte untersucht worden.)

An Federbarometern und Thermometern hat ausserdem noch Herr Rohlfs einen bedeutenden Vorrath.

Auf dem Transport machten natürlich das Quecksilberbarometer und der Theodolit am meisten Schwierigkeit, das erstere habe ich seit drei Wochen nicht aus der Hand gegeben, ausser wenn es mein zuverlässiger Messgehilfe übernahm oder wenn es in richtiger Lage an einer verticalen Wand *befestigt* werden konnte. Den Theodolit hat mein Gehilfe von Carlsruhe bis hieher nicht von der Hand gelassen.

Vorbereitende Messungen und Vergleichungen zu machen, hat sich schon mehrfach Gelegenheit geboten.

Den Gang des Chronometers untersuchte ich noch vom 26. October bis 14. November in Carlsruhe und fand dabei einen mittleren Gang von nur etwa $^1/_5$ Secunde pro Tag, dagegen tägliche Unregelmässigkeiten von mehreren Secunden. Die Chronometeruntersuchung liess sich noch fortsetzen auf der Reise selbst, an mehreren Orten, deren Länge bekannt ist. Zuerst in München auf der Sternwarte von H. Lamont, in Triest durch Beobachtung des jeden Mittag gegebenen Signalschusses, ebenso an 4 Tagen in Alexandrien und endlich auf dem astronomischen Observatorium bei H. *Ismael-Bey*

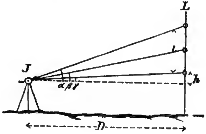
in Cairo. Der letzte Punkt von bekannter Länge ist Siut und eine morgen aus correspondirenden Sonnenhöhen zu ziehende Zeitbestimmung wird den letzten Anhaltspunkt für den Chronometerstand abgeben. Es zeigte sich, dass der Gang des Chronometers auf der Reise viel ungleichförmiger wurde als in Carlsruhe. Einzelne Erschütterungen, wie z. B. das Herabsteigen von der Cheopspyramide haben sich deutlich bemerklich gemacht. Wenn jedoch das künftige Reiten auf dem Kameel keine noch grösseren Störungen bringt, so hoffe ich, die Zeit während zweier Monate wenigstens auf eine Minute zu bewahren.

Breite und Ortszeit kann ich mit dem Höhenkreis meines Theodolits bequem und jederzeit messen und habe somit mit Zuziehung des Chronometers die Möglichkeit, jeden Punkt nach Breite und Länge in die Karte einzutragen. Zu absoluten Längenbestimmungen an wichtigen Punkten habe ich den Sextanten (für Monddistanzen), den ich ausserdem als Reserve-Instrument betrachte für den Fall, dass dem Theodolit etwas zustossen sollte. Von grosser Wichtigkeit für Localmessungen und Festlegung von Itinerarien ist noch die magnetische Declination, die sich leicht messen lässt.

Als astronomisches Jahrbuch reicht mein ›Deutscher Geometerkalender‹ bei Sonne und Fixsternen vollkommen aus. Ausserdem habe ich Bremikers nautisches Jahrbuch vom November 1873 bis Juni 1874 und als Reserve den Nautical-Almanac.

Meine wichtigste Aufgabe wird sein ein trigonometrisches Nivellement von Siut nach der Oase *Farafreh* und womöglich noch weiter bis *Kufarah.* Es handelt sich dabei um genaue Untersuchung der unter den Meeresspiegel reichenden Senkung eines Theiles der libyschen Wüste, welche zuerst Herr Dr. *Rohlfs* im Jahr 1869 auf seiner Reise von Cyrenaika nach der Jupiter-Ammons-Oase entdeckt hat. Da hier kleine Höhenunterschiedo von 40 bis 50 Meter genau zu untersuchen sind, und barometrische Messungen mit sehr weit entlegenen

correspondirenden Beobachtungen immer unzuverlässig bleiben, wurde ein *trigonometrisches* Nivellement für nothwendig gehalten. Mit Hilfe des Theodolits und der oben unter 8 erwähnten 2 Stangen mit Signalscheiben werde ich in folgender Weise vorgehen:



Mit Bezugnahme auf vorstehende Figur ist

$$D = \frac{l}{\text{tang}\,\alpha - \text{tang}\,\gamma}$$

$$h = D\,\text{tang}\,\gamma$$

(abgesehen von Erdkrümmung und Refraction, welche leicht zu berücksichtigen sind). Wenn also mit dem Instrument J die 2 Höhenwinkel α und γ auf 2 um die Grösse l von einander abstehende Punkte der Latte L gemessen werden, so lässt sich die Lage der Instrumentenmitte gegen die Zielpunkte der Latte in horizontaler und verticaler Beziehung finden. Der Höhenwinkel β auf die mittlere Scheibe dient zur Versicherung und zur Vergrösserung der Genauigkeit.

Wegen der Refraction, welche jedoch höchst wahrscheinlich nichts Abnormes zeigen wird, müssen mehrere gegenseitige Messungen gemacht werden. Die Entfernung D wird bis zu 1 Kilometer genommen werden können.

Eine summarische Genauigkeitsberechnung ergibt, dass es möglich ist, den Höhenunterschied Siut-Farafreh auf diese Weise jedenfalls auf 1 Meter genau zu messen. (Ich habe diese Methode früher wiederholt angewendet

und stets gute Resultate gefunden.) Ablesungen an der Bussole werden die beschriebene Messung zur Aufnahme eines Polygonzuges ergänzen, der an mehreren Punkten durch Länge, Breite und Azimuth festgelegt ist. Für Erforschung der erwähnten Bodensenkung hat ein solches Nivellement nur Werth, wenn der Ausgangspunkt bereits gegen das Meer festgelegt ist; in Europa zweifelte ich hieran sehr, ich war jedoch freudig überrascht, von dem Vorstande der geodätischen Arbeiten in Egypten, Herrn *Mahmoud-Bey* in Cairo, zu erfahren, dass ein ganz neues controlirtes Nivellement von Alerandrien bis Siut und sogar noch weiter vorhanden ist. Dieses Nivellement wurde von egyptischen Ingenieuren unter Leitung des sehr verdienten Herrn Mahmoud-Bey gemacht und zwar von Alexandrien bis Cairo doppelt mit einem Schlussfehler von nur $0{,}327^{m}$, von Cairo bis Siut mehr als dreimal. Auf diese Weise wurde das sehr zuverlässige Resultat gewonnen, dass die Schwelle des östlichen Thores der Schule von Hamra in Siut $53{,}104^{m}$ über dem Mittelwasser des mittelländischen Meeres liegt. Der Punkt von Hamra wird als Ausgangspunkt für das Nivellement dienen.

Uebrigens werden viele *barometrische* Messungen neben dem trigonometrischen Nivellement gemacht werden, erstens weil eine Controle sehr erwünscht ist, dann zur Ermittlung der Höhen von seitlich gelegenen Punkten, endlich aber lässt sich dadurch noch ein wichtiges theoretisches Resultat erzielen, nämlich die Kenntniss der täglichen Periode der Barometermessung, welche in Deutschland bis jetzt von Bauernfeind und Rühlmann untersucht worden ist. Die Kenntniss dieser Periode für einen Theil von Afrika kann voraussichtlich zur verbessernden Neuberechnung älterer barometrischer Höhenmessungen dienen. Das registrirende Barometer soll zur Untersuchung der täglichen Periode des Barometerstandes selbst verwendet werden. Die Kenntniss dieser Periode, welche bekanntlich gegen den Aequator hin sowohl an Amplitude, als auch an Regelmässigkeit zu-

nimmt, kann dazu dienen, zu irgend welcher Tageszeit angestellte einzelne Ablesungen auf das Tagesmittel zu reduciren, was vielleicht ebenfalls zur Neuberechnung älterer Messungen führen kann.

So lange das Quecksilberbarometer in gutem Stande bleibt, können sämmtliche Federbarometer lediglich als Interpolationsinstrumente betrachtet werden; es wird genügen, sie sämmtlich etwa alle 8 bis 14 Tage mit dem Quecksilberbarometer zu vergleichen, um von der Standänderung der Federbarometer fast ganz unabhängig zu werden.

Solche Vergleichungen habe ich bis jetzt gemacht ausser in Carlsruhe: am 20. November in Triest und am 5. December in Cairo auf der Sternwarte, wo Herr *Ismael-Bey* die Güte hatte, zugleich eine Vergleichung mit dem Heberbarometer der Sternwarte zu gestatten. An dem letzteren Barometer werden seit 1869 regelmässige tägliche Ablesungen gemacht, welche in den folgenden Monaten uns alscorrespondirende Beobachtungen dienen werden. Temperatur und Dunstdruck (mit August'schem Psychrometer) werden in Cairo ebenfalls wie in Deutschland regelmässig beobachtet*). Eine zweite correspondirende Station lässt sich wahrscheinlich in Siut einrichten mit Zurücklassung von Barometern und Thermometern auf der englischen Missionsschule daselbst.

Von Messungen kann ich noch nichts Nennenswerthes berichten. Die Höhe der Cheops-Pyramide, welche ich vorläufig = 148 Meter fand (mit 202 Stufen), ist längst bekannt, vielleicht weniger die Nilbreite bei *Minieh* = 920 Meter. Die jedem Architekten aus Kugler oder Lübke geläufigen Felsengräber von Beni-Hassan liegen 70 Meter über dem Nil und der Gebirgszug, in den sie

*) Die meteorologischen Beobachtungen von Cairo sind leider noch nicht veröffentlicht. Wenn dieses, wie beabsichtigt ist, in Bälde geschieht, so wird der Wissenschaft ein sehr grosser Dienst erwiesen werden.

eingehauen sind, ist 140 Meter über dem Nil. Der Höhenzug am rechten Nilufer zwischen Minieh und Siut wird im Durchschnitt 100—150 Meter Höhe über dem Nil haben.

In meinem nächsten Berichte von Farafreh hoffe ich über den Fortgang des Nivellements, zu dessen Ausführung ich meinen deutschen Messgehilfen und mehrere Araber, sowie die nöthigen Kameele zur Verfügung gestellt erhalten werde, Einiges berichten zu können.

Zugleich mache ich aufmerksam auf Berichte von den Herren Rohlfs und Zittel, welche in der Nationalzeitung und der Augsburger Allgemeinen Zeitung zur Zeit des Abdrucks dieser Zeilen erschienen sein werden.

Siut, den 10. December 1873.

Oase *Farafreh* 27° 4′ Breite, 45°46′ Länge v. Ferro.

Seit meinem letzten kurzen Berichte von Siut hat sich Vieles geändert. Wichtige Resultate für die Geographie sind bereits erlangt.

Allerdings das erwähnte trigonometrische Nivellement musste unterbleiben, weil die Karawane nicht so langsam vorgehen konnte, dass ich mitgekommen wäre, aber Alles, was sonst wünschenswerth ist, wurde gemessen.

Um unsern Weg anzugeben, bemerke ich, dass derselbe von Siut zunächst nordwestlich im Nilthal bis Marak (Breite 27° 23′) sich hinzog, um dann westlich nach *Farafreh* abzubiegen, das wir in 10 Tagereisen über ein vollkommen vegetationsloses Kalkplateau erreichten.

Ueber diese Reise selbst habe ich der Badischen Landeszeitung einen Bericht geschickt und kann mich natürlich hier nur mit der wissenschaftlichen Seite derselben befassen.

In erster Linie steht astronomische Ortsbestimmung. Desshalb messe ich jeden Abend in der Dämmerung 2—3 Polarsternhöhen mit dem Theodolit, was die Breite

sofort jedenfalls auf 1 Minute genau, sogar in vorläufiger Berechnung liefert.

Kommen Rasttage, so nehme ich noch Sonnenmittagshöhen und dann auch correspondirende Sonnenhöhen für Zeit und Azimuth, beziehungsweise Vergleichung der erhaltenen Declination der Magnetnadel. Die aus correspondirenden Sonnenhöhen erhaltene Ortszeit mit der Chronometerzeit verglichen, welch' letztere ich wiederholt durch Monddistanzen controlirt habe, liefert die Länge.

So habe ich bis jetzt 3 Punkte nach Breite und Länge, und fernere 10 Punkte nur nach Breite festgelegt *). Die nicht astronomisch fixirten Punkte lassen sich nach dem Itinerar eintragen. Ich messe nämlich unterwegs mindestens von Stunde zu Stunde die Wegrichtung durch einfache Compasspeilung vielleicht auf 5—10 Grade genau und die Marsch*zeiten* liefern ganz brauchbare Entfernungen. Das Kameel hat nämlich einen sehr gleichförmigen Gang von nahezu 4 Kilometer pro Stunde. Diese Geschwindigkeit ermitteln wir mittelst eines sehr praktischen *Messrades*, das ein Araber täglich einige Stunden neben der Karavane herschieben muss.

An 9 verschiedenen Tagen fand ich auf diese Weise folgende Geschwindigkeiten ausgedrückt in Kilometern pro Stunde:

4,2 3,9 4,0 3,8 3,6 3,8 3,7 4,0 4,1

im Mittel 3,9. Wegen der unvermeidlichen Krümmungen darf diese Zahl allerdings nicht unmittelbar zum Karteneintrag benützt werden, wesshalb ich die Geschwindigkeit noch astronomisch bestimmte. Durch Eintragen der Punkte Siut und Farafreh mittelst astronomischer Länge und Breite und vorläufiger Eintragung der Zwischenpunkte nach Breite und Itinerar fand sich der ganze Weg = 340 Kilometer, zu deren Durchlaufen die Karavane 90,8 Stunden gebraucht hat. Dieses liefert die Geschwindigkeit 3,74 Kilometer pro Stunde oder 4 %

*) Resultate werden in Petermann's geogr. Mittheilungen in Bälde veröffentlicht werden.

weniger als das Resultat der Radmessungen, was ein ganz befriedigendes Resultat ist.

Ich beabsichtige, später eine strenge Ausgleichung zwischen astronomischen Messungen und Itinerar zu machen, wodurch voraussichtlich jeder Punkt des Weges auf etwa 1 Kilometer genau festgelegt werden wird.

Höhen werden fast nur barometrisch gemessen, nur in seltenen Fällen benützte ich Höhenwinkel. Es sind im Ganzen 8 Barometer vorhanden, nämlich 1 Quecksilberbarometer, der bis jetzt Alles glücklich überstanden hat, und 7 Federbarometer. Alle 8—14 Tage hänge ich den Quecksilberbarometer auf und vergleiche die andern damit. Zu Messungen selbst wird natürlich der Quecksilberbarometer nicht verwendet.

Lufttemperatur muss schon für Barometerhöhen gemessen werden und ich messe auch noch Feuchtigkeit dazu, indessen haben diese meteorologischen Resultate auch selbstständigen Werth, wesshalb ich ihnen besondere Aufmerksamkeit schenke.

Das Goldschmid'sche registrirende Barometer ist leider nicht in Gang zu bringen gewesen und blieb in Siut, desshalb muss viele Zeit, auch Nachts, auf Ablesungen verwendet werden. Correspondirende Barometermessungen werden gemacht in Cairo auf dem astronomischen Observatorium von *Ismael-Bey* und in Siut durch *Mr. Kocks,* Vorstand der englischen Missionsschule, welcher in höchst anerkennenswerther Weise die Beobachtung eines ihm zurückgelassenen Aneroids übernommen hat.

Das Itinerar wird doppelt geführt, nämlich durch Herrn *Rohlfs* und mich. Herr Rohlfs hat eine sehr bedeutende Fertigkeit in Anfertigung von Skizzen des durchzogenen Terrains nach Augenmaass und Compasspeilungen.

Bei längerem Aufenthalt, wie z. B. hier, mache ich auf Grund meiner abgeschrittenen oder mit Messrad bestimmten Basis Festlegung der wichtigsten Bergpunkte.

Als summarisches Resultat der bisherigen Reise lässt sich bezeichnen die Festlegung der Karavanenstrasse von

Sint über Marak nach Farafreh, welche bis jetzt kein Europäer begangen hat, Constatirung der Nichtexistenz des Bahr-bela-ma (Fluss ohne Wasser) zwischen dem Nil und Farafreh, und Auffindung des östlichen steilen Randes des *Uadi* (Thales), in welchem Farafreh liegt, also mehr als selten eine 14tägige Forschungsreise ergeben hat. Das nächste Ziel ist die Oase *Daghel* und dann *Kufarah*, dessen Erreichung von der allerhöchsten Wichtigkeit für die Geographie von Nordafrika ist.

In der Hoffnung, im März noch hierüber berichten zu können, grüsse ich die deutschen Collegen herzlich mit Glückwunsch zum neuen Jahr!

Den 1. Januar 1874. *Wilhelm Jordan.*

Amtliche Mittheilung

von der K. Normal-Eichungs-Commission in Berlin.

In dem am 20. October v. J. herausgegebenen 7. Hefte II. Bandes Ihrer werthvollen Zeitschrift befindet sich auf pag. 351 eine Erörterung über eine vermeintliche Inconsequenz in der Eichordnung des Deutschen Reiches vom 16. Juli 1869, in Betreff deren die unterzeichnete Commission um die gefällige Aufnahme folgender Erklärung bittet:

Die in §. 3 der Eichordnung unter A. III. bei Werkmaassstäben aus Holz für 5 Meter Länge vorgeschriebene Fehlergrenze von 4mm beruht auf eingehenden Erwägungen über die bei derartigen Maassstäben im gewöhnlichen Verkehr stattfindende Veränderlichkeit und über die bei der Anwendung solcher Werkmaassstäbe im öffentlichen Verkehr in Anbetracht aller Umstände überhaupt zu beanspruchende Genauigkeit.

Erfahrungsgemäss sind gewöhnliche hölzerne Werkmaassstäbe von 5 Meter Länge den Wirkungen der Feuchtigkeit sowohl in Bezug auf Streckung und Zusam-

menziehung als auf Verziehung in so hohem Maasse unterworfen, dass die Minimalforderung der Genauigkeit bei der Eichung mit 4^{mm}, welcher eine zulässige Fehlergrenze im Verkehr von 8^{mm} entspricht, als eine den gewöhnlichen Eigenschaften des Materials durchaus entsprechende bezeichnet werden muss.

Wir haben selbst über die Veränderlichkeit gewöhnlicher hölzerner Maassstäbe directe Erfahrungen gesammelt, als deren Resultat wir angeben können, dass sogar bei Maassstäben dieser Art von relativ guter Einrichtung, nämlich Fichtenkern mit hartem Holze allseitig fournirt, durch verschiedene Grade der Feuchtigkeit Schwankungen der Länge von 2 bis 3^{mm} hervorgerufen werden können.

Wir geben dagegen zu, dass durch gewisse Vorsichtsmaassregeln, z. B. durch Auswahl sehr geeigneten Holzes von grossem Querschnitt und durch einen guten Oelfarbenanstrich diese Abhängigkeit der Holzmaassstäbe von der Feuchtigheit verringert werden kann.

Die von uns angesetzte Fehlergrenze für Werkmaassstäbe, welche nach dem Obigen im Verkehr für Fünfmeterstäbe die Einhaltung einer Genauigkeit von nahezu $^1/_{600}$ verbürgen soll, dürfte jedoch für alle Bedürfnisse des gewöhnlichen Maassverkehrs so ausreichend sein, dass wir es nicht für zweckmässig erachtet haben, von den betreffenden Maassstäben solche Eigenschaften und Einrichtungen zu verlangen, vermöge deren die oben erörterte Veränderlichkeit in engere Grenzen eingeschränkt werden könnte.

Ueberhaupt bitten wir zu bedenken, dass die von uns für den öffentlichen Verkehr angesetzten Fehlergrenzen nur die Minimalforderungen enthalten, dass jedoch durch dieselben keineswegs ausgeschlossen wird, beliebige Messgeräthe, welche durch ihre Einrichtungen die dauernde Einhaltung grösserer Genauigkeit verbürgen, genauer prüfen und dem entsprechend auch mit einer besonderen Art der Stempelung versehen zu lassen. In dieser Beziehung enthält die von uns in der Eichordnung einge-

führte Kategorie der Präcisions-Maasse und -Gewichte, sowie die in unserm ersten Nachtrage zur Eichordnung, Beilage zum Bundesgesetzblatt Nr. 29 des Jahres 1870 und Circular Nr. 3, ausdrücklich zugelassene und geordnete Prüfung von Maassen, Messwerkzeugen und Gewichten mit den den Abstufungen unserer Normale entsprechenden höheren Genauigkeiten alle wünschenswerthen Handhaben, um irgend welchen Zweigen des Verkehrs, der Technik und der Wissenschaft die Möglichkeit genauerer Prüfungen und Beglaubigungen für die von ihnen benutzten Einrichtungen zu geben. Wir bemerken z. B., dass es sehr wohl zulässig sein würde, von denjenigen Eichämtern, welche dazu die erforderlichen Einrichtungen besitzen und die bezügliche Ermächtigung Seitens der Aufsichtsbehörde erhalten haben, worüber unser Eichämterverzeichniss (Berlin bei W. Möser, Stallschreiberstrasse Nr. 34—35) die nöthigen Daten enthält, die Prüfung von guten hölzernen Fünfmeterstäben mit solchen Einrichtungen, welche in hinreichendem Maasse die Erhaltung der Genauigkeit innerhalb engerer Grenzen sichern, die Prüfung und Beglaubigung mit der Genauigkeit von Gebrauchsnormalen der Längenmaasse zu verlangen. Die Einhaltung dieser Grenze wird dann auf den Maassstäben durch die Hinzufügung der beiden Präcisionssterne zu dem gewöhnlichen Eichungsstempel. (siehe §. 50 der Eichordnung) zu beglaubigen, auch der hierauf lautende bezügliche Beglaubigungsschein auszufertigen und die in unserm oben citirten Circular 3 festgesetzten Gebühren in Anrechnung zu bringen sein. Die Fehlergrenze bei der Eichung würde sich alsdann von 4^{mm} auf $1,6^{mm}$ herabmindern, und wir glauben, dass diese Genauigkeit die Grenze bilden dürfte, welche selbst von besteingerichteten Maassstäben von 5 Meter Länge andauernd eingehalten werden könnte

Wollte man noch weiter gehen, so könnte die Prüfung der betreffenden Stäbe mit der Genauigkeit von Controlnormalen verlangt werden, wobei sich die Fehlergrenze etwa auf $0,8^{mm}$ verengern würde, oder endlich

mit der Genauigkeit von Hauptnormalen, bei welchen der wirkliche Fehler mit der überhaupt bei der *Prüfung* erreichbaren Genauigkeit in dem Beglaubigungsschein anzugeben wäre.

Letztere beide Genauigkeitsstufen dürften im Gebrauche derartiger Maassstäbe nur dann Realität besitzen, wenn in sehr kurzen Zeitintervallen, womöglich während des Gebrauchs selbst Prüfungen der Unveränderlichkeit der Länge innerhalb dieser engeren Grenzen durch besondere metallene Normale oder Einstellungen zwischen Fixpunkten von grosser Beständigkeit stattfänden und sogar eine Berücksichtigung der jedesmaligen Temperatur der Holzmaassstäbe bei den Messungen einträte.

Die *gleichmässige* Ausnutzung der obigen, von der Normal-Eichungs-Commission für die verschiedenen Genauigkeitsforderungen dargebotenen Maassregeln dürften von den betheiligten Interessenten des Verkehrs und der Wissenschaft dadurch zu erreichen sein, dass die Organe derselben ihrerseits an die Interessenten die bezüglichen Anforderungen stellten, dass z. B. bei hölzernen Fünfmeterstäben, welche bei Vermessungen von gewisser vorgeschriebener Genauigkeit in Anwendung gebracht werden, die Prüfung und Beglaubigung mit der Geauigkeit von Gebrauchsnormalen durchgängig verlangt würde.

Die Normal-Eichungs-Commission glaubt sich durch obige Darlegungen gegen den ihr in der verehrlichen Zeitschrift gemachten Einwurf der Inconsequenz ihrer Vorschriften hiermit hinreichend gerechtfertigt zu haben.

Berlin, den 5. November 1873.

Kaiserliche Normal-Eichungs-Commission.
Foerster.

Literaturzeitung.

Deutscher Geometer-Kalender mit astronomischen Ephemeriden für das Jahr 1874. Herausgegeben von *W. Jordan*, Professor am Polytechnicum zu Carlsruhe. Stuttgart, Verlag von *Conrad Wittwer* 1874.

Der Professor *Jordan* zu Carlsruhe, rühmlichst bekannt durch seine Schriften über das Vermessungswesen und im Deutschen Geometerverein, dem er als Hauptredacteur der Vereinszeitschrift angehört, hochgeschätzt wegen seiner dem Verein nützlich gewesenen Thätigkeit, hat für das Jahr 1874 einen Kalender unter dem Titel

„Deutscher Geometerkalender"

herausgegeben.

Während der im vorigen und früheren Jahren erschienene Kalender des Feldmessers *J. M. Clouth* die Interessen vorzugsweise der Preussischen Feldmesser in Betracht gezogen hat, ist der Professor *Jordan* bemühet gewesen, seinem Kalender einen für alle deutschen Geometer passenden Inhalt zu geben.

Auf dem mässigen Raum von 208 Octavseiten finden wir neben dem eigentlichen Kalendarium und resp. dem Terminskalender Auszüge aus den Bestimmungen über den Eisenbahn-, Post- und Telegraphen-Verkehr, der Münz- und der Eichordnung, ferner Münz- und Maassvergleichungstafeln, eine vierstellige Logarithmen- und eine logarithmisch-trigonometrische Tafel für allgemeineren Gebrauch. Den speciellen Zwecken der Feldmesser ist Rechnung getragen durch Untersuchungen über die Fehler bei der Längenmessung und der Flächeninhaltsberechnung, durch Erläuterung des Verfahrens bei Prüfung und Berichtigung des Theodoliten und des Nivellirinstruments, durch Tafeln zum Behuf der barometrischen Höhenmessung und der Absteckung von Kreisbogen u. s. w.

Aus dem Gebiete der höhern Geodäsie sind die wichtigsten Formeln abgedruckt, die praktische Astronomie ist mehr als in andern technischen Kalendern berück-

sichtigt und enthält der betreffende Abschnitt alles Dasjenige, was zu wissen nöthig ist, um fast alle Aufgaben der sphärischen Astronomie mit Hilfe des Theodoliten und einer Secundenuhr zu lösen.

Mancher Feldmesser, dem es an Zeit fehlt, sich hierüber aus grösseren Vermessungswesen zu informiren, wird im Besitz des Kalenders, den er in jeder Musestunde und auf Reisen mit sich führt und nachlesen kann, angeregt werden, dem Gegenstande mehr Aufmerksamkeit zuzuwenden, als das unmittelbare Geschäftsinteresse dies erfordert.

Eine Anzahl leerer Blätter Schreibpapier zum Eintragen längerer Notizen und die äussere Einrichtung des Kalenders machen denselben als gewöhnliches Taschenbuch brauchbar und kann derselbe als ein durchaus gelungenes und nützliches Werk allen Fachgenossen bestens empfohlen werden.

Selbstverständlich konnte nicht allen begründeten Ansprücher Genüge geschehen. Das Lesen des kleinen eng zusammengeschobenen Typendruckes ist auf die Dauer für das Auge anstrengend. Möchten dem Herrn Verfasser, wie er dies selbst wünschen wird, von recht vielen Seiten Andeutungen gegeben werden, wie etwa ein folgender Jahrgang des Kalenders noch besser und vollkommener hergestellt werden kann.

Unseres Erachtens müssen Auszüge aus den Feldmesser-Reglements der grösseren deutschen Staaten und Tabellen über die zulässigen Fehlerdifferenzen bei geometrischen Arbeiten, die im vorliegenden Kalender fehlen, das nothwendige Requisit eines Geometer-Kalenders bilden.

Gehrmann.

Stambach, der topographische Distanzmesser und seine Anwendung. Aarau 1873. 10 Sgr.

Bei der zunehmenden Verbreitung, welche die Verbindung von Höhenkreis- und Distanzmesser bei Höhenaufnahmen findet, ist eine kurz gefasste Monographie über

denselben ein Bedürfniss. Diesem Bedürfniss kommt die vorliegende Schrift entgegen, in welcher auf 14 Seiten die Theorie des Distanzenmessers entwickelt und alsdann die verschiedenen Methoden, die Resultate abzuleiten, kurz auseinandergesetzt sind — allerdings mit specieller Berücksichtigung der aus der Kern'schen Werkstätte hervorgehenden Instrumente. — Das Wesentliche an diesen Instrumenten ist, dass die Constante, welche das Verhältniss zwischen Lattenabschnitt und Distanz angibt = 100 gewählt ist, so dass jedem auf der Nivellirlatte abgelesenen Centimeter ein Meter Distanz entspricht.

Die vom Verfasser angegebenen Formeln für die Reduction der Distanz auf den Horizont sind

$$d = a \cos^2 n + 1{,}5\, p,$$

$$d = a \cos^2 n,$$

in welcher a die 100fache Lattenablesung, n den Höhenwinkel, p die Brennweite des Objectivs bedeutet. Die erstere Formel gibt er für Arbeiten in grösserem Massstab (Pläne), die zweite für einen kleineren Massstab (topographische Karten). — Die Nummern beider Gleichungen sind 1 a und 1 b (Seite 6); dieselben sind im Druck nicht gehörig gegen die in den Gleichungen vorkommenden Grössen abgehoben, so dass beim ersten Anblick sich Missverständnisse ergeben können. Bei der Ermittlung des Höhenunterschiedes räth der Verfasser, den Mittelfaden immer auf den Punkt der Latte zu richten, welcher ebenso hoch über dem Boden gelegen ist, als der Drehpunkt des Fernrohrs über dem Aufstellungtpunkt des Instruments. Ausserdem gibt der Verfasser (S. 7 oben) noch eine andere Methode an, welche aber voraussetzt, dass der untere Faden auf den Fuss der Latte eingestellt wird. Es wird aber in der Praxis sehr häufig Letzteres nicht möglich sein und es wäre daher eine Verallgemeinerung der bessern Methode angezeigt gewesen, welche Verfasser dadurch erreicht hätte, dass er in der Gleichung Seite 7 oben statt

$\frac{a}{2}$ gesetzt hätte k, wo k den Abstand des mit dem Mittelfaden anvisirten Punktes der Latte von deren Fusspunkte oder die ›Zielhöhe‹ bedeutet.

Betreffend die Berechnung der Formeln

$$d = a \cos^2 n \text{ und}$$

$$h = d \operatorname{tg} n^1$$

führt der Verfasser an die Anwendung 4stelliger Logarithmentafeln, ferner die Anwendung von Tafeln für $100 \sin^2 n$ und $100 \operatorname{tg} n$, welche von Professor Wild entworfen und der Schrift angehängt sind; endlich die Anwendung des Rechenstabs, welcher von Ingenieur Eschmann construirt und von Professor Wild verbessert worden ist. Der eingehenden Beschreibung dieses Hilfsinstrumentes sind die Seiten 10 bis 16 gewidmet, auch findet sich auf einer Figurentafel eine Abbildung desselben.

Durch Hinzufügung einer weiteren Berechnungsmethode — der graphischen — welche allerdings bei den Kern'schen Distanzenmessern weniger angezeigt erscheint, wäre die Brauchbarkeit des Schriftchens wesentlich erhöht worden, indem auch solche, welche mit andern Constanten als 100 arbeiten, die nöthige Belehrung daraus geschöpft haben würden, dem ungeachtet können wir nicht umhin, die vorliegende Arbeit als eine Monographie über den Kern'schen Distanzenmesser zu empfehlen.

Dr. *Schoder.*

Kleinere Mittheilungen.

Am 17. Januar hat sich in Berlin ein Ortsverein des Deutschen Geometervereins gebildet. Derselbe versammelt sich von Montag den 26. Januar an jeden zweiten Montag im

Becker'schen Local in der Commandantenstrasse 62
Abends 8 Uhr,

und fordert hiemit ebenso freundlich wie ergebenst die verehrlichen Mitglieder des Deutschen Geometervereins, die in der Nähe Berlins wohnen oder diese Stadt berühren, auf, seine Versammlungen mit ihrem Besuche beehren zu wollen. Etwaige Beitrittserklärungen, sowie jede Auskunft in Vereinsangelegenheiten ertheilt.

der zeitige Vorsitzende
Buttmann,
Regierungsfeldmesser, Potsdamstr. 82 b.

Auf den von Herrn Geometer *Fecht* in Stuttgart geäusserten Wunsch, Seite 374 des II. Bandes, um Mittheilung einer möglichst populären Abhandlung über den Amsler'schen Polarplanimeter Bezug nehmend, empfiehlt Herr Steuerrath *Gehrmann* in Cassel:

F. H. Reitz, Theorie des Amsler'schen Polarplanimeters. Hamburg 1868. Verlag von Hermann Grüning.

Ferner kann empfohlen werden:

Vortrag über den Amsler'schen Polarplanimeter, gehalten in der Versammlung des Sächsischen Ingenieurvereins am 7. Juni 1857 von Bergrath Professor Julius Weisbach.

Mitgetheilt in dem Civilingenieur, Neue Folge, IV. Bd., 1858.

Auf mehrfache Anfragen hat die Redaction mitzutheilen, dass das

Gesetz, die Sicherung der Gemarkungs-, Gewannen- und Eigenthumsgrenzen, sowie der Dreieckspunkte des der Vermessung des Grossherzogthums Baden zu Grund liegenden Dreiecksnetzes betreffend,

angegeben ist in der

Zusammenstellung der noch giltigen Gesetze und Ver-

ordnungen, welche die I. Abtheilung des Verordnungsblattes der Direction der Katastervermessung enthält. Carlsruhe. Chr. Fr. Müller'sche Hofbuchdruckerei. 1867. Preis 1 Gulden.

Von besonderem Interesse sind auch die in dieser Zusammenstellung angegebenen Verordnungen:

Ueber die Aufstellung der Steinsetzer und deren Dienstanweisung.

Ueber die Aufstellung und Führung der Lagerbücher.

Vereinsangelegenheiten.

Bericht des Vereinscassiers für das Jahr 1873.

Nachdem nunmehr der Rechnungsabschluss über die Einnahmen und Ausgaben des Deutschen Geometervereins für das Jahr 1873 erfolgt ist, beehre ich mich, den Vereinsmitgliedern hierüber Folgendes zu berichten:

Bis zum Schlusse des Jahres 1872 haben sich 730 Mitglieder in den Verein aufnehmen lassen, hievon sind aber im Laufe desselben Jahres 5 gestorben und 4 ausgetreten und es bleiben daher für das Jahr 1873 noch 721 Mitglieder übrig.

Im Namensverzeichniss der Mitglieder, Band I. der Zeitschrift, sind statt 730 nur 725 angegeben, es werden daher die 5 fehlenden Mitglieder hier nachgetragen:

Nr. 742. *Günther*, Ferdinand, Katasterinspector in Metz in Elsass-Lothringen.
„ 743. *Klemm*, Betriebsbauinspector in Geisslingen in Württ.
„ 744. *von Gross*, Kataster-Controleur in Rastenburg in Preussen.
„ 745. *Grimsinski*, „ „ Tuchel „ „
„ 746. *Wohlfarth*, „ „ Rybnick „ „

Neu eingetreten sind im Jahre 1873 266 Mitglieder. Zu den im 8. Heft der Zeitschrift für Vermessungswesen pro 1873 mitgetheilten 254 Mitgliedern sind daher noch bis zum Schluss des Jahres 12 nachzutragen, nämlich:

Nr. 1003. *Voigt*, Albert, Ingenieur in Dömitz, in Mecklenb.-Schwerin.
„ 1004. *Ernst*, Kammer-Ingenieur „ „ „
„ 1005. *Hungrichhausen*, Eisenbahngeometer in Barmen in Preussen.
„ 1006. *Forder*, Abtheilungsgeometer in M.-Gladbach in Preussen.
„ 1007. *de Witt*, Eisenbahngeometer in Cöln in Preussen.
„ 1008. *Müller*, Hermann, Regierungsgeometer in Magdeburg in Preussen.
„ 1009. *Blecher*, Kataster-Controleur und Dirigent der Schaumburg-Lippe'schen Landesvermessung, in Bückeburg in Schaumburg-Lippe.
„ 1010. *Knape*, K., Feldmesser in Schleswig in Preussen.
„ 1013. *Stahlschmidt*, Personal-Vorsteher in Hameln in Preussen.
„ 1014. *Roderbourg*, Eisenbahn-Obergeometer in Detmold in Lippe-Detmold.
„ 1015. *Schelz*, Otto, Geometer in Altenburg in S.-Altenburg.
„ 1016. *Kreuzträger*, Landes-Oekonomiegeometer in Syke in Preussen.

Die 266 neu eingetretenen Mitglieder vertheilen sich auf folgende Länder:

Altenburg 1, Baden 12, Bayern 5, Braunschweig 1, Coburg-Gotha 1, Elsass-Lothringen 2, Hamburg 2, Hessen 7, Lippe-Detmold 2, Mecklenburg 5, Meiningen 1, Preussen 207, Sachsen 4, Schaumburg-Lippe 1, Württemberg 6, Oesterreich 6, Russland 1, Schweiz 2. Summe wie oben 266, so dass die Gesammtmitgliederzahl 987 betrug.

Der Verein verlor im Laufe dieses Jahres durch Tod 3 Mitglieder, nämlich:

Nr. 125. *Rathmayer*, Josef, Bezirksgeometer in Ebern.
„ 134. *Höfer*, Carl, Obersteuer-Conducteur in Dresden.
„ 280. *Rust*, Vermessungsrevisor in Mühlhausen.

Ausgetreten sind 16 Mitglieder, nämlich:

Nr. 20. *Neumann*, Hermann, Vermessungsrevisor in Hersfeld.
„ 61. *Hartmann*, Julius, Bezirksgeometer-Assistent in Nürnberg.
„ 122. *Hennemeyer*, pens. Steuer-Inspector in Lyck.
„ 213. *Kürzinger*, Ludwig, Eisenbahngeometer in München.
„ 278. *Eilfeldt*, Vermessungsrevisor in Mühlhausen (Thüringen)
„ 301. *Rohrdantz*, B., Kammeringenieur in Schwerin.
„ 414. *Rathmayer*, Josef, sen., pens. Trigonometer in Hildburghausen.
„ 475. *Majunke*, Feldmesser in Bassum.
„ 477. *Blümer*, Geometer in Stuttgart.

Nr. 498. *Lüling*, Frnst, Markscheider in Illingen.
„ 601. *Prots*, C., Bezirksgeometer in Auenheim.
„ 644. *Wertheim*, Kataster-Supernumerar in Marburg.
„ 767. *Haack*, Peter, Kataster-Controleur in Becond.
„ 777. *Bohler*, Kataster-Controleur in Prüm.
„ 862. *Vielhaber*, Kataster-Controleur in Mörs.
„ 907. *Alterauge*, Geometer in Drolshagen.

Von 2 Mitgliedern konnte bis jetzt der Mitgliedsbeitrag nicht erhoben werden und 1 Mitglied hat die Zahlung verweigert.

Nach Abzug der Gestorbenen und Ausgetretenen, sowie der 3 letzt Bezeichneten verbleibt somit für das Jahr 1874 ein Mitgliederstand von **965**.

Die Einnahmen ergaben für das Jahr 1873:

a) an Mitgliedsbeiträgen	3954,00	Mark,
b) an Eintrittsgeldern	798,00	›
c) aus dem Verlag der Zeitschrift	514,28	›
d) an Erlös für 7 Exemplare des I. Bandes der Zeitschrift f. V.	28,00	›
e) an Erlös für den Restvorrath des I. Bandes der Zeitschrift f. V.	300,00	›
f) an Zinsen	16,17	›
in Summa	5610,45	›
hiezu der Ueberschuss von 1872 mit	530,25	›
Gesammt-Summe	6140,70	Mark.

Die Ausgaben beliefen sich

a) für die Zeitschrift	2808,77	Mark,
b) › Lithographien zu derselben	250,11	›
c) › Kundmachungen	272,40	›
d) › Kanzleispesen	192,52	›
e) › die Generalversammlung	128,23	›
f) › Honorirung der Vorstandschaftsmitglieder	1329,00	›
g) › Reisekosten derselben	883,75	›
in Summe	5864,78	Mark.

Da nun die Einnahmen . . 6140,70 Mark
und die Ausgaben . . . . . 5864,78 » betragen,

so bleibt mithin Ueberschuss pro 1874 275,92 Mark.

Diesem Berichte erlaube ich mir das Ersuchen beizufügen, die Mitglieder möchten bei Wohnungswechsel etc. dem Unterzeichneten ehebaldigst Nachricht geben; denn wenn nach §. 15 der Satzungen die Mitgliedsbeiträge durch Postvorschuss erhoben werden und es ist der Wohnungswechsel nicht angezeigt worden, so wird die Vereinscasse jedesmal mit 1 Mark und darüber durch das Zurückkommen der Postkarte belastet.

Ferner ersuche ich gleichzeitig diejenigen Vereinsmitglieder, welche die Einsendung ihrer Mitgliedsbeiträge pro 1874 durch Posteinzahlung hewirken wollen, dieses längstens bis Ende März d. J. auszuführen, nach diesem Zeitpunkt aber es zu unterlassen, da sodann die Einhebung derselben durch Postvorschuss beginnen wird.

Coburg, am 27. Januar 1874.

G. Kerschbaum.

Für die Bibliothek des Deutschen Geometervereins wurden nachstehende Geschenke eingesendet:

Von Herrn Obergeometer *Stück* in Hamburg 12 lithographirte Karten aus der Vermessung der Stadt Hamburg, nämlich:

- 1 Karte eines Theils der Stadt Hamburg, Binnenhafen in 1:1000.
- 1 Karte der Vogtei Eimsbüttel in 1:4000.
- 4 Karten der Vogtei Elbinseln, I. Abth., Blatt 1 und 2, II. Abth. Blatt 1 und 2 in 1:4000.
- 1 Karte der Vogtei Hamm in 1:4000.
- 2 Karten der Vogtei Barmbek in 1:4000.
- 1 Karte der Vogtei Elbek in 1:4000.
- 2 Karten der Vogtei Horn in 1:4000.

Verzeichniss der trigonometrisch bestimmten Punkte und Netzkarte zu denselben.

Verzeichniss der trigonometrisch bestimmten Punkte nebst Dreieckskarte.

Nivellements und Höhenbestimmungen von Hamburg und Umgebung mit einer Karte.

Allgemeine Instruction über das Verfahren bei der Vermessung des Landesgebiets.

Bekanntmachung, betreffend den revidirten Tarif für die geometrischen Arbeiten des Vermessungsbureaus.

Instruction für den Gebrauch des Amsler'schen Polar-Planimeters.

Distanz- und Höhenmessung. Formeln und Tafeln behufs Aufnahme und Höhenbestimmung von H. Stück, Obergeometer. Hamburg, Verlag von Otto Meissner. 1873.

Tafeln zur Umwandlung des Hamburger Maasses in Metermaass von H. Stück, Obergeometer. Hamburg, Verlag von Hermann Grüning. 1869.

Von Professsor *Jordan:*

Anweisung zur stückweisen Vermessung sämmtlicher Liegenschaften des Grossh. Baden. Carlsruhe. Verlag der Müller'schen Hofbuchdruckerei. 1863.

Von Obergeometer *Doll:*

Vorlageblätter zum Planzeichnen von M. Doll, Lehrer des Planzeichnens am Polytechnikum in Carlsruhe. Stuttgart. Verlag der J. B. Metzler'schen Buchhandlung. 1873.

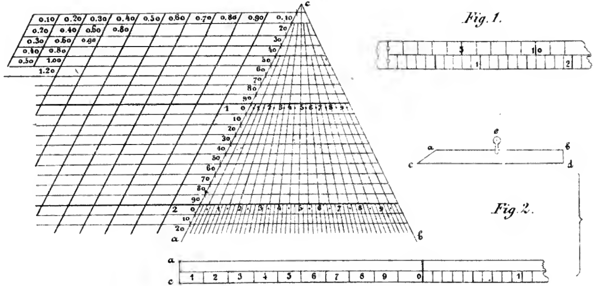


Fig. 1.

Fig. 2.

Diagramm als Berechnungstafel.

Von **Fr. Zrzavý**, k. k. Geometer in Wien.

(Mit einer lithographirten Tafel.)

Denken wir uns ab des Dreieckes abc in $n =$ Theile und ac in $m =$ Theile getheilt, jeden Theilpunkt der ab mit c verbunden und durch die Theilpunkte der ac Parallele zu abgezogen, so haben bekanntlich diese parallelen Transversalen das Verhältniss zu einander, wie:

$$\frac{1}{m} : \frac{2}{m} : \frac{3}{m} \ldots\ldots \frac{m-1}{m} : 1$$

und eine jede erscheint in $n =$ Theile getheilt.

Wünscht man eine parallele Transversale von der Länge $\frac{1}{k}\,ab$, so liegt diese $\frac{1}{k}\,ac$ vom Punkte c entfernt.

Für ab eine mehrziffrige Zahl X gesetzt, entsprechen für die parallelen Transversalen demgemäss die Zahlenwerthe:

$$\frac{1}{m}X, \frac{2}{m}X, \frac{3}{m}X \ldots\ldots \frac{m-1}{m}X, X.$$

Eine von diesen parallelen Transversalen (und sollte diese nicht vorkommen, so ist eine solche leicht zu ermitteln) wird den Zahlenwerth n besitzen; demnach, weil diese in $n =$ Theile getheilt erscheint, ist die Länge eines solchen Theiles die lineare Grösse der Zahleinheit.

In der Folge werden wir immer ab für die Transversale von dem Werthe n annehmen, wodurch sich die Werthe für die parallelen Transversalen:

$$\frac{1}{m}n, \frac{2}{m}n, \ldots\ldots \frac{m-1}{m}n, n$$

ergeben.

Die ab hat daher die Eigenschaft, dass einer Anzahl Theile von den n Theilen eben so viele Zahleinheiten entsprechen. Auch ist zu ersehen, dass man für ab eine beliebig grosse Gerade wählen kann, einmal gewählt, ist diese in $n =$ Theile zu theilen. Man wird aber besser

thun, wenn man eine beliebige Grösse auf eine Gerade n mal auftragt und diese n Theile für ab annimmt.

Indem an den Transversalen von c aus $m, \frac{m}{2}, \frac{m}{3}, \ldots\ldots \frac{m}{m-1}$ Theile erst eine Zahleinheit geben, folgt auch, dass eine dichte Eintheilung in $n =$ Theile für sämmtliche Transversalen nicht nothwendig ist, wenn die Zahlenwerthe von denselben für eine Anzahl Theile bis auf Einheiten genau abgenommen werden sollen.

Durch die Uebertragung der ab auf die Kante eines Lineals erhält man einen Maassstab in Zahleinheiten, dessen man sich zur Bestimmung der Zahlenwerthe:

$$\frac{1}{m}s, \frac{2}{m}s \ldots\ldots \frac{m-1}{m}s, s$$

für die Anzahl Theile s durch Ablesung der Längen dieser Anzahl Theile von den Transversalen mittelst desselben wird bedienen können.

Im praktischen Leben kommen häufig solche Fälle vor für bestimmte Ansätze der *Regel de tri*, die hier durch parallele Transversalen vertreten sind, die aliquote Theile zu suchen; es könnte daher dieses geometrische Verfahren vortheilhaft sein und dürfte manche Tafeln entbehrlich machen.

Das Diagramm aber, mittelst dessen die vorerwähnten Rechnungen auf eine graphische Art zu lösen wären, müsste, um im Resultate für die Annahme einer vielziffrigen Zahl für ab die Einheiten genau zu bekommen, ungeheuer gross gemacht werden.

Um diesem vorzubeugen, ist dieses Diagramm nur für die Genauigkeit der nächst höheren Stellen, als man im Resultate wünscht, zu construiren und zwar:

1. Fall. Die Zahl n sei durch 10 oder 100 theilbar. Man theilt ab statt in n in $\frac{n}{10}$ oder $\frac{n}{100} =$ Theile, wodurch man die Zahlenwerthe auf den Transversalen wird bloss auf Zehner oder Hunderte genau ablesen

können. Z. B. es sei ein Diagramm zur Berechnung des Reinertrages zu construiren. Die Aufgabe des Reinertragsberechners ist, für einen gegebenen Tarif (der ermittelte Reinertrag einer Classe irgend einer Cultursgattung eines Grundstückes auf eine Flächeneinheit, z. B. 1 Joch) den Reinertrag bis auf Einheiten der Kreuzer für ein gegebenes Flächenmaass in Quadrat-Klaftern zu finden. Hier in diesem Falle, weil 1 Joch = 1600□Klftr. enthält, ist $n = 1600$ und ab hat den Werth auf dem Maassstabe des Lineals 1600 Kreuzer. Theilt man ab in 160 = Theile, so wird man auf den Transversalen, die sich zu einander verhalten haben wie die Tarifsätze, die Reinerträge bis auf die Zehner genau für ein gegegebenes Flächenmaass, auf den Transversalen durch Anzahl der Theile (jeder Theil 10□ Klafter) vertreten, ablesen können.

2. Fall. Die Zahl n sei nicht durch 10 oder 100 theilbar. Man tragt auf die Richtung ab von a, wenn $n = k\,10 + r$ oder $= l\,100 + p$ ist (k und l als ganze Zahlen), eine beliebige lineare Grösse k mal oder l mal auf und nimmt dann k mehr $\frac{r}{10}$ eines Theiles oder l mehr $\frac{p}{100}$ eines Theiles für ab an, wodurch man die Länge eines Theiles auf dem Maassstabe des Lineals für 10fache oder 100fache Zahleinheit gewinnt, daher werden die abgelesenen Zahlenwerthe auf den Tranversalen bis auf die Zehner oder Hunderte genau sein. Z. B. man soll ein Diagramm verfertigen zur Berechnung der Zinsen für 100 fl. auf eine gegebene Anzahl Tage für gewisse Procente. Die Transversalen haben sich zu einander zu verhalten wie die Procente.

Für ab ist 3·65 % und für $n = 365$ Tage anzunehmen und auf ab 36 = Theile und $\frac{5}{10}$ eines solchen Theiles aufzutragen.

Würde man ein Diagramm für die Procente bis p verlangen, so wäre vortheilhafter, einen beliebig grossen

Theil auf eine Gerade $10.p$ mal (für 1 fl. = 100 Kreuzer) aufzutragen und diese ganze Länge für $p\%$ anzunehmen, wodurch ein Theil den Werth von 10 Kreuzern erhält. $36\frac{1}{2}$ solche Theile geben die Transversale ab. Zur Construction des Diagrammes ist dann die Transversale für $p\%$ in $36\frac{1}{2}=\frac{73}{2}$ gleiche Theile (d. i. 73 gleiche Theile und je 2 Theile sind für einen zu nehmen) zu theilen, jeder Theilpunkt mit c zu verbinden und für $\frac{1}{2}\%$ Intervall auch ac in $2p$ gleiche Theile zu theilen und durch einen jeden dieser Theilpunkte die parallele Transversale zu ziehen.

Anmerkung. Weil die Werthe von den Transversalen mittelst eines Lineals abgelesen werden, so ist bei einem jeden Diagramme die Länge eines Theiles der ab wenigstens 3^{mm} anzunehmen.

Wie aber die niedrigsten Stellen aus demselben Diagramme ermittelt werden, möge das Folgende erklären.

Vor Allem zerlegen wir die gegebene Anzahl s der Theile, für welche die Ablesung auf den Transversalen zu geschehen hat, in das Vielfache von 100 und in den dadurch sich ergebenden Rest unter 100, d. i. $s=100t+u$ (t als ganze Zahl). Sucht man dann für einen jeden dieser beiden Theile die Einheiten oder die Einheiten und die Zehner, so wird auch die Summe der Einheiten oder der Einheiten und Zehner dieser beiden Theile die Einheiten oder Einheiten und Zehner für s geben.

Nach der Eigenschaft der ab, wenn die ganze Länge 100 Zahleinheiten gleichgesetzt und in 100 gleiche Theile getheilt wird, ist ein solcher Theil die lineare Grösse der Zahleinheit. Verbindet man daher diese 99 Theilpunkte mit c und zieht diese, zum Unterschiede von den bereits $\frac{n}{10}+1$ oder $\frac{n}{100}+1$ schwarz ausgezogenen Verbindungslinien mit c, etwa roth aus, überträgt man hernach die ab mit den 100 gleichen Theilen auf

die Kante eines Lineals, so wird man auch hier, durch Ablesung der Längen der 100 Theile, d. i. der ganzen Transversalen oder der Längen der u Theile von 100 der Transversalen auf dem Maassstabe dieses Lineals, die Zahlenwerthe für 100 Theile oder für u Theile in Einheiten oder Einheiten und Zehnern genau erhalten und sogar im Stande sein, die Zehntel abzuschätzen.

Wenn man aber diesen 100theiligen Massstab II. über den $\frac{n}{10}$ theiligen oder $\frac{n}{100}$ theiligen (oder $k + \frac{r}{10}$ oder $l + \frac{p}{100}$ theiligen), welche sämmtlich der ganzen Länge nach gleich ab sind, construirt (Fig. 1), aber der Art, dass ihre Nullpunkte, daher auch Endpunkte, zusammenfallen, so wird man aus dieser Lage der Theilstriche gegen einander, dieser beiden Massstäbe, entnehmen können, welche Lage das rothe Netz von Linien (aus der Verbindung der 99 Theilpunkte mit c) in dem schwarzen Netze (aus der Verbindung der $\frac{n}{10} + 1$ oder $\frac{n}{100} + 1$ Theilpunkte mit c) hat. Das Einzeichnen des rothen Netzes kann daher unterbleiben und die Aufsuchung der Einheiten oder der Einheiten und Zehner hat auf folgende Art zu geschehen.

Für die gegebene Anzahl Theile u ist der Theilstrich mit dem Index u auf dem Massstabe II. (der Anfangspunkt der Massstäbe und der Transversalen ist mit Null zu bezeichnen) aufzusuchen, die Coincidenz mit diesem Theilstriche auf dem Massstabe I. z. B. k abzulesen und auf der betreffenden Transversalen — auf welcher der Zahlenwerth für u Theile in Einheiten oder Einheiten und Zehner gesucht wird — für k Theile, die Coincidenz auf dem Massstabe II. anzugeben (selbstverständlich sind die Nullpunkte der beiden Massstäbe über den Nullpunkt der Transversalen zu stellen). Diese zuletzt abgelesene Coincidenz in Einheiten oder Einheiten und Zehnern (Zehntel eines Theiles können sogar abgeschätzt werden) gibt an die gesuchten Einheiten oder

Einheiten und Zehner für die gegebene Anzahl Theile u unter 100.

Legt man das Lineal auf die Transversalen immer zurecht, d. h. den Nullpunkt der Massstäbe über den Nullpunkt der Transversalen, so bekommt man aus der Ablesung der ganzen Länge der Transversalen auf dem Massstabe II. den Werth für 100 Theile in Einheiten oder in Einheiten und Zehnern (die Zehntel können abgeschätzt werden).

Das Product des oben gefundenen Werthes für 100 Theile mit der Anzahl Hundert t, nur auf eine oder zwei Stellen in Einheiten oder Einheiten und Zehnern bestimmt, gibt an die gesuchten Einheiten oder Einheiten und Zehner für 100 t.

Zweckmässiger ist es, wenn man auf der rechten Seite des Diagrammes längs der bc so viele Colonnen als Anzahl Hunderte t bei der Berechnung möglich sind, eröffnet, diese indicirt, die sämmtlichen Transversalen bis zum Durchschnitte mit den Colonnen verlängert und in diese Schichten die entfallenden Werthe in Einheiten oder Einheiten und Zehnern auf 100 t für eine jede Transversale einträgt.

Schliesslich bleibt noch zu erwähnen, dass es nothwendig erscheint, allererst die Einheiten oder Einheiten nnd Zehner im Resultate zu bestimmen, da erst diese in der Ablesung des Werthes von der Transversalen mittelst des Massstabes I., bei denen die Einheiten oder Zehner geschätzt werden, dazu beitragen, die Zehner oder Hunderter des Resultates sicherzustellen. Z. B. diese Ablesung würde 127·1 geben und die Einheiten ermittelte man bereits mit 9, dann ist das wahre Resultat 1269, oder man ermittelte 94 und jene Ablesung gab 218·1, so ist für das wahre Resultat 21794 zu schreiben.

Einfacher gestaltet sich die Berechnung, wenn $n = 10^3$ oder 10^4 ist, da dadurch, indem $\frac{10^3}{10}$ oder $\frac{10^4}{10^2} = 100$ ist, die beiden Massstäbe congruent werden, daher nur ein einziger 100theiliger Maassstab genügen wird.

Als Beispiel diene uns abermals die Berechnung des Reinertrages für die Annahme, wenn die Tarife für die neue Flächeneinheit Hektar gegeben werden.

Setzen wir ferner voraus, dass die Flächininhalte durch das Kataster auf $\frac{1}{10}$ Ar $= 10^{\square m} = 0{\cdot}001$ Hektar angegeben werden, dann haben wir $n = 1000$ und $ab = 10$ fl. $= 1000$ Kreuzer Tarif. Theilt man ac in 100 gleiche Theile und zieht man durch diese Theilpunkte die Parallelen zu ab, so haben wir dadurch die Transversalen für die Tarife von 10 kr. bis 10 fl., Intervall 10 kr., gewonnen.

Wird auch ab in 100 gleiche Theile getheilt und auf die Kante eines Lineals übertragen, so kann man, wenn früher jeder Theilpunkt der ab mit c verbunden wird (eine solche dichte Eintheilung an den Transversalen für kleine Tarife ist nicht nothwendig), mittelst dieses einzigen Massstabes auf dem Lineal die Reinerträge für ein gegebenes Flächenmass auf folgende Art finden.

Man suche zuerst die Einheiten für s, d. i. für 100 t und u.

Für 100 Zehnteln-Aren erhält man offenbar 10 mal weniger Reinertrag als der gegebene Tarif, d. i. der Reinertrag auf 1000 Zehnteln-Aren beträgt. Das Product nur auf Einheiten, bestimmt aus Einheiten des Reinertrages für 100 Zehnteln-Aren mit t, gibt die Anzahl der Einheiten für 100 t.

Die abgelesene Coincidenz für u Theile der Transversalen für den gegebenen Tarif (die Transversalen zu 100 Theilen gerechnet) auf dem Massstabe des Lineals (wenn dasselbe auf der Transversalen zurecht steht), blos auf Einheiten genau (ein Theil des Massstabes als 1 Kreuzer betrachtet), gibt die Anzahl der Einheiten für u.

Die Summe der Einheiten für 100 t und u gibt die Einheiten für s.

Ferner wird für die gegebene Anzahl s Theile auf derselben Transversalen (zu 1000 Theilen gerechnet) die Coincidenz mit dem Massstabe auf dem Lineal (ein Theil als 10 Kreuzer) auf 10 Kreuzer genau (wobei Einheiten

geschätzt werden) abgelesen. Diese Ablesung auf Zehner, genau den bereits ausgeschriebenen Einheiten des Resultates vorgesetzt, gibt den gesuchten Reinertrag.

Für den gegebenen Tarif T über 10 fl. ist T in $q.10 + r$ zu zerlegen (q als ganze Zahl). Für den Tarif $q.10$ fl. folgt der Reinertrag für f Zehnteln-Aren $= qf$ Kreuzer und für den Tarif r ist der Reinertrag aus dem Diagramme zu ermitteln.

Ein Theil eines solchen Diagrammes zur Berechnung des Reinertrages liegt hier bei. Es bleibt noch zu bemerken, dass das an ac des Diagrammes anstossende Schema die Reinertragswerthe für die Hektaren von 1 bis 9 angeben soll und für die Zehner und Hunderte der Hektaren nur der Decimalpunkt entsprechend zu verrücken ist.

Was die Eintheilung an den Transversalen betrifft, so genügt diese in dem hier gezeichneten Theile des Diagrammes vollkommen. Die Verbindung eines jeden Theilpunktes der ab resp. der Transversalen für 10 fl. mit c ist nur bis zu der Transversalen für den Tarif 5 fl. und zwischen den Transversalen für 2 und 5 fl. jede zweite von diesen Verbindungslinien (Theillinien) auszuziehen. Der besseren Uebersicht wegen ist jede fünfte Theillinie mit einem Punkte zu markiren, jede zehnte Theillinie zu indiciren und dieses Beides nur an den stärker ausgezogenen Transversalen für den Tarif in Gulden vorzunehmen.

Dieses Diagramm ist zugleich Multiplicationstabelle für die Factoren von 1 bis 99 mit 1 bis 999.

Wenn das Product auf Hunderte genau bestimmt werden soll, so bekommt man das Resultat direct aus diesem Diagramme wie bei Ermittelung des Reinertrages. Z. B. für 786 mit 35 ist der Reinertrag von 786 Zehnteln Aren für den Tarif 3 fl. 50 kr. zu suchen. Das Diagramm gibt: 275.

Das Product der Einheiten des einen Factors mit Einheiten des andern Factors gibt die Einheiten ($5.6 = 30$) — und die Summe dieser Zehner (3) und der

Producte auf eine Stelle aus Einheiten des einen Factors (5) mit Zehnern des andern Factors (8) [5.8 = 40] und aus Einheiten dieses Factors (6) mit Zehnern jenes Factors (3) [6.3 = 18] = 8 (d. i. 3 + 0 + 8 = 11) gibt die Zehner 1 — des gesuchten Productes. Zu diesen Einheiten und Zehnern (10) der ermittelte Reinertrag von 786 Zehntel Aren für den Tarif 3 fl. 50 kr. vorgesetzt, erhält man das Product von 786 mit 35 = 27510.

Für Wald und Weideland variirt der Tarif zwischen 0 bis 6 fl. und für die vorwiegenden am stärksten parcellirten Culturgattungen Aecker und Wiesen meistentheils zwischen 5 und 20 fl., es dürfte daher ein Diagramm für den Tarif bis zum Maximalwerth von 20 fl. wünschenswerth sein, um nicht oft in die Lage zu kommen, gegebenen Tarif T zu zerlegen.

Von einer gewissen Grenze der Tarife an (von 10 bis 20 fl.) hinauf zu werden die Tarife nicht mehr auf 10 kr. gestellt, sondern auf die Einheiten von Gulden.

Für dieses Intervall 1 fl. kann man die Reinerträge für die Tarife bis 100 fl. auch aus diesem Diagramme für 10 fl. entnehmen. Wählen wir das vorhergehende Beispiel, es soll der Reinertrag von 786 Zehnteln Aren, aber für das Zehnfache des dort angegebenen Tarifes, nämlich für 35 fl. gesucht werden. Demgemäss wird der aufgefundene Reinertrag für 3 fl. 50 kr. mittelst dieses Diagrammes 10 mal grösseren Werth für den Tarif 35 fl. erhalten müssen, daher = 275 Zehner. Um die Einheiten zu bekommen, ist so zu verfahren, wie bei der Bestimmung des Productes 786 mit 35, es werden daher 2751 kr. resultiren.

Ein Lineal im Querschnitte *abcd* (Fig. 2), welches der Länge nach in der Mitte einen Knopf trägt und auf dem, auf der Fläche *ac*, der Massstab (in andern Fällen die beiden Massstäbe, wie Fig. 1) und die Indexe für die Hektare von 1—9 sich befinden, ist zur bequemen Ablesung zu empfehlen. Auch ist nicht zu vergessen, dass das Lineal immer über die Transversale zu legen

ist, welches man bei Verfertigung der Massstäbe auf dem Lineal zu berücksichtigen hat.

Wien, im October 1873.

Ueber die Benutzung des Multiplications-Massstabes für beliebige Karten-Verhältnisse.

Von Vermessungsrevisor Koch in Kassel.

Die von verschiedenen Seiten an mich gestellten Fragen, ob ich den von mir im 1. Jahrgange dieser Zeitschrift Seite 58 beschriebenen Multiplications-Massstab nicht auch für andere Verjüngungs-Verhältnisse, als dort angenommen, construiren wolle, habe ich stets einfach verneinend beantwortet, um nicht in einzelner Correspondenz mich auf längere Erörterungen hierüber einlassen zu müssen. Neuerdings wiederholte Anfragen lassen es mir jedoch angemessen erscheinen, bezüglich dieser Angelegenheit allgemein mitzutheilen, dass eine Aenderung der Construction des Multiplications-Massstabes durchaus nicht erforderlich ist, dass man sich vielmehr denselben für jedes beliebige Karten-Verhältniss leicht nutzbar machen kann, sofern man nur den zugehörigen Längenmassstab entsprechend reduciren und diesen so einrichten will, dass man auf demselben die Producten-Linien des Multiplications-Massstabes nach dem verlangten Verhältnisse findet.

Zu diesem Zwecke hat man einen Längen-Massstab herzustellen, welcher als Einheit die Länge der Quadratseite hat, die dem Inhalte des dem Multiplications-Massstabe zum Grunde liegenden Einheitsquadrates, gemessen in dem verlangten Verhältnisse, entspricht.

Wenn also $\frac{1}{a}$ das dem Multiplications-Massstabe zum

Grunde gelegte Verhältniss zur Wirklichkeit, und $\frac{1}{n}$ das Verjüngungs-Verhältniss der zu berechnenden Karte bezeichnet, so ist $\frac{n}{a}$ das Mass der Quadratseite und $\frac{n^2}{a^2}$ der Inhalt des Quadrates des Multiplications-Massstabes, berechnet in dem letzteren Verhältnisse. Soll nun der Längenmassstab hergestellt werden, welcher auf dem für das Verhältniss $\frac{1}{a}$ construirten Multiplications-Massstabe durch die Länge des einen Factors die Producten-Linie für den anderen Factor bezeichnet, so ist jenes Quadrat als Einheit anzunehmen, und also 1 durch die ermittelte Fläche zu dividiren. Dies ergiebt $\frac{a^2}{n^2}$ als die Längen-Einheit des gesuchten Massstabes, gemessen mit dem, dem Multiplications-Massstabe zum Grunde gelegten Masse, welches Einheitsmass durch Multiplication mit dem natürlichen Masse dieses Massstabes (d. i. für den von mir construirten und a. a. O. beschriebenen Massstab $\frac{1}{2000} \cdot \sqrt{10}^{\,\mathrm{m}} = 1{,}58114^{\mathrm{mm}}$) in einfaches Metermass verwandelt wird.

Setzt man hiernach für a 2000 und für n beispielsweise 4000, so ist die Einheit des verlangten Massstabes $\frac{4{,}000{,}000}{16{,}000{,}000} = 0{,}25$ in dem Masse des Multiplications-Massstabes und in einfachem Metermasse also $0{,}25 \,.\, 1{,}58114^{\mathrm{mm}} = 0{,}39528^{\mathrm{mm}}$.

Für die gangbarsten Karten-Verhältnisse ermittelt sich das Einheitsmass somit, wie folgt:

$1:1000 = 4{,}0000 \,.\, 1{,}58114^{\mathrm{mm}} = 6{,}32456^{\mathrm{mm}}$
$1:1500 = 1{,}7778 \,.\, 1{,}58114^{\mathrm{mm}} = 2{,}81091^{\mathrm{mm}}$
$1:2000 = 1{,}0000 \,.\, 1{,}58114^{\mathrm{mm}} = 1{,}58114^{\mathrm{mm}}$
$1:2500 = 0{,}6400 \,.\, 1{,}58114^{\mathrm{mm}} = 1{,}01193^{\mathrm{mm}}$
$1:3000 = 0{,}4444 \,.\, 1{,}58114^{\mathrm{mm}} = 0{,}70273^{\mathrm{mm}}$
$1:4000 = 0{,}2500 \,.\, 1{,}58114^{\mathrm{mm}} = 0{,}39528^{\mathrm{mm}}$
$1:5000 = 0{,}1600 \,.\, 1{,}58114^{\mathrm{mm}} = 0{,}25298^{\mathrm{mm}}$.

Mit der so ermittelten Einheit hat man einen Transversal-Massstab herzustellen und mittelst desselben je einen Factor der zu berechnenden Dreiecksflächen zu messen. Das gefundene Mass bezeichnet dann die Producten-Linie, auf welcher die Länge des anderen Factors die Fläche des Dreiecks angiebt.

Zu bemerken habe ich hierbei noch, dass man wohl thut, in jedem Falle und also auch bei dem der Construction zum Grunde gelegten Verhältnisse $\frac{1}{2000}$ den Längenmaassstab *auf Metall* anfertigen zu lassen. Benutzt man einen solchen möglichst genauen Maassstab, so sind die Resultate nach jeder Richtung hin zufriedenstellend, gleichviel, in welchem Verhältnisse die Karte angefertigt ist.

Ueber die Resultate vergleichender Berechnungen, welche mit verschiedenen Instrumenten und auch mit dem inzwischen von Herrn *Immeckenberg* in Fulda erfundenen Planimeter erzielt sind, werde ich, sobald als möglich, Mittheilung machen.

Cassel, im November 1873.

Nachtrag zu dem Instrumente zur Verwandlung von Vielecken in Dreiecke.

Im 2. Hefte ist S. 84 gesagt, dass das bei der hierländischen Vermessung gebräuchliche Verwandlungs-Instrument von mir erfunden worden sei. Diese Angabe ist dahin zu berichtigen, dass ich nicht der Erfinder bin, sondern ein dem Katasterbureau von dem belgischen Geometer *Dasnoy* zugesandtes Instrument zur Verwandlung von Figuren in der Weise abgeändert habe, wie es jetzt bei uns im Gebrauche ist.

Carlsruhe, 14. April 1874.

Hofmann,
Vermessungs-Inspector.

Verschiebung der Tunnelaxen in Curven

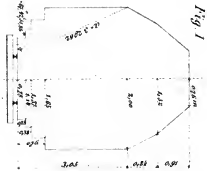


Fig. I

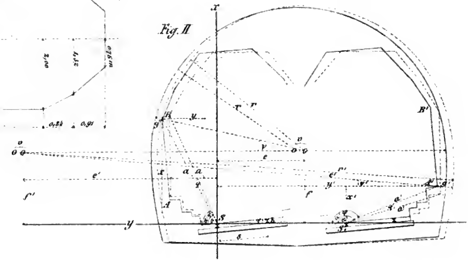


Fig. II

Ueber die Verschiebung der Axe derjenigen Tunnels, welche in Curven liegen.

Von L. Winckel, Ober-Geometer der Rhein. Eisenb.-Gesellschaft.

(Mit einer lithographirten Beilage *).

Um den Uebergang der Eisenbahn-Fahrzeuge von einer Bahn auf die andere ohne Gefahr stattfinden zu lassen, waren gemeinsame Bestimmungen erforderlich, welche die Dimensionen festsetzen, innerhalb welcher zu beiden Seiten des Schienengeleises, sowie über demselben der Raum frei gehalten werden muss, um ein Anstossen der Maschinen und Wagen zu verhindern.

Diese Bestimmungen sind für Deutschland zusammengestellt in dem sogenannten »Normalprofil für den freien Raum«, welches auf der Versammlung deutscher Eisenbahn-Techniker in Wien im Mai 1857 vereinbart, durch die Generalversammlung des Vereins deutscher Eisenbahn-Verwaltungen vom 13. bis 15. September 1858 zu Triest bestätigt und seitdem für alle deutschen Bahnen obligatorisch ist. Dasselbe hat die Form und Ausdehnung der Figur 1. Bei zweigleisigen Bahnen braucht dasselbe jedoch insofern nicht vollständig innegehalten zu werden, als eine Entfernung von 3,56^m zwischen den Mittellinien beider Geleise für ausreichend erachtet und gestattet ist.

Selbstverständlich sind die Dimensionen aller Bauwerke, welche über einer Bahn errichtet werden, also namentlich Tunnels und Wegeüberführungen, in erster Linie von diesem Profil abhängig. Dasselbe wird von dem Gewölbe — abgesehen von einem angemessenen Spielraum — in der Regel so eng umschlossen, wie es sich mit einer soliden Construction vereinigen lässt, wodurch eine unnöthige Erweiterung des Tunnels, resp. der Brücke vermieden wird. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass in Curven das Profil in Folge der Ueberhöhung der äusseren Schiene aus seiner senkrechten

*) In Figur II. soll die Hilfslinie zwischen r' und y' mit l' statt e' bezeichnet sein.

Lage kommt und dadurch eine grössere Ausdehnung des Gewölbes erfordert.

Es wird Gegenstand der nachstehenden Untersuchung sein, den Einfluss dieser Ueberhöhung auf die Ausdehnung des Tunnelgewölbes festzustellen und zu zeigen, wie derselbe am zweckmässigsten auf das geringste Maass zurückgeführt wird.

Es ist von selbst klar (siehe übrigens Figur 2), dass sich das Profil nur anf der inneren Curvenseite dem Gewölbe nähert, während es sich auf der convexen Seite von demselben entfernt. Daraus ergibt sich sofort die Zweckmässigkeit einer Verschiebung, entweder der Gleise, oder des Tunnels selbst. Erstere würde unnöthigerweise eine Contrecurve in den Schienenweg hineinbringen und ist daher — obschon bis jetzt häufig angewendet — unbedingt zu verwerfen. Statt dessen ist die Tunnelaxe beim Baue desselben um so viel gegen die Bahnaxe nach der concaven Curvenseite hin zu verschieben, dass die kleinsten Abstände des Normalprofils vom Gewölbe an beiden Seiten gleich gross sind.

An welchen Punkten die kleinsten Abstände vorkommen, hängt von der Form des Gewölbes ab. Für Tunnels auf ein- und zweigleisigen Bahnen kommt in der Regel an der innern Curvenseite der Punkt B, an der äussern der Punkt A' in Betracht (Fig. 2). Da die Untersuchung für alle Punkte vollständig analog ist, wird dieselbe nur für die Genannten geführt werden, und bemerke ich, dass in der Figur 2 das sogenannte deutsche ›Tunnelprofil‹ angenommen ist.

Legt man ein Coordinatensystem zu Grunde, dessen X-Axe senkrecht, dessen Y-Axe wagerecht ist und dessen Anfangspunkt in der Mitte des inneren Schienenkopfes, um welchen sich das Profil dreht, liegt; nennt man die Entfernung beider Schienen von einander (von Mitte zu Mitte gemessen) s und die Ueberhöhung der äusseren Schiene h, so ist der Winkel φ, um welchen das Profil gedreht wird:

1. $$\sphericalangle \varphi = arc.\left(sin = \frac{h}{s}\right).$$

Es sei ferner a die Verbindungslinie BS vom Punkte B zum Schienenkopfe, α der Winkel, welchen diese Linie mit der Wagrechten bildet. Alsdann ist:

2. $$x = a.\,sin\,(\alpha - \varphi)$$

3. $$y = a.\,cos\,(\alpha - \varphi).$$

Dass der Winkel α und die Linie $BS = a$ bekannte und constante Grössen sind, braucht wohl kaum bemerkt zu werden.

Da das Tunnelgewölbe in der Regel aus einem oder mehreren Kreisabschnitten besteht (das deutsche Tunnelprofil besteht aus einem Halbkreise, dessen Mittelpunkt 2^m über Schienenoberkante liegt und dessen Halbmesser $4{,}1^m$ lang ist und aus 2 tangential anschliessenden Kreisbögen, deren Halbmesser 12^m lang ist), so empfiehlt es sich, die Lage des Punktes B durch Polarcoordinaten zu bestimmen, deren Scheitel im Mittelpunkt O des Kreises liegt, zu welchem das Gewölbestück bei B gehört. Der feste Schenkel sei wagerecht. Nennt man den horizontalen Abstand des Mittelpunktes O von der vorherigen X-Axe e, den senkrechten Abstand desselben von der Y-Axe f, den Winkel, welchen der Strahl $OB = l$ mit der Horizontalen einschliesst, $\sphericalangle \psi$, so ist:

4. $$\sphericalangle \psi = arc\left(tg = \frac{x \pm f}{y + e}\right)$$

5. $$OB = l = \frac{x \pm f}{sin\,\psi}.$$

Der Abstand des Punktes B vom Gewölbe ist:

6. $$g = r - l$$

wenn r der Halbmesser des Gewölbekreises.

Zur Bestimmung der Lage des Punktes A' gelten dieselben Formeln, wenn man mit Winkel α den Winkel

$SS'A'$ bezeichnet und in der Formel 4 die Vorzeichen entsprechend ändert. Allgemein giltig muss diese Formel daher heissen:

4. $$\sphericalangle\, \psi = arc \left[tg = \pm \left(\frac{x \pm f}{y \pm e} \right) \right]$$

Bezeichnet man die auf den Punkt A' bezüglichen Werthe unter Beibehaltung der entsprechenden Buchstaben mit —', also mit resp. $\sphericalangle\, \alpha'$, a', x', y', e', f', $\sphericalangle\, \psi'$, l', g', r', so ist die Tunnelmitte soweit zu verschieben, dass $g = g'$ wird. Es muss also $g^0 = \frac{g + g'}{2}$ werden, wenn mit g^0 der an beiden Seiten gleiche kleinste Abstand nach der Verschiebung bezeichnet wird. Die Verschiebung v wird daher:

7. $$v = \frac{g' - g}{2} \text{ (annähernd).}$$

Da die Verschiebung nur in wagerechter Richtung stattfinden kann, die bisher berechneten Werthe g, g' und v sich aber auf die Richtung der Strahlen l, l' beziehen, so entspricht v theoretisch allerdings noch nicht der oben gestellten Anforderung, wird jedoch für praktische Zwecke immer genau genug sein. In aller Strenge wäre:

8. $$v = \frac{g + g'}{2} . \cos \psi = \frac{g' - g}{2} . \cos \psi'.$$

Wenn eine Uebergangscurve (cubische Parabel) im Tunnel liegen sollte, so sind obige Formeln immer direct zu gebrauchen, wenn man nur für den betreffenden Punkt der Curve die Ueberhöhung h bestimmt hat. Man erkennt sofort, dass dadurch nur der Werth des Winkels φ direct berührt wird, von welchem die übrigen Werthe abhängig sind.

Cöln, im Januar 1874.

Ueber die theoretische Ausbildung der Feldmesser in Preussen.

Von Steuerrath **Gehrmann** in Cassel.

In der Versammlung des Deutschen Geometer-Vereins zu Nürnberg am 3. August 1873 hielt Herr Professor Jordan aus Carlsruhe einen längeren Vortrag, in welchem der Nachweis geführt wurde, dass die bisherige theoretische Ausbildung der Feldmesser höchst ungenügend und dass der Verein vor Allem berufen sei, mit Verbesserungsvorschlägen hervorzutreten.

Sollen die Feldmesser für alle an sie zu stellende Anforderungen hinreichend vorgebildet, soll der Stand den Zeitverhältnissen entsprechend gehoben werden, dann bedürfte es, wie speciell ausgeführt wurde, der Einführung besonderer Lehrcurse für angehende Feldmesser und eines staatlichen Zwanges für dieselben zum Besuche des betreffenden Unterrichts. Dieser Unterricht, welcher neben der Mathematik und der Physik unter andern auch auf einen Theil der Rechtswissenschaft ausgedehnt werden müsse, würde am zweckmässigsten auf den höhern technischen Lehranstalten in besondern Fachclassen ertheilt werden können. Es wurde vorgeschlagen, die Errichtung solcher Fachclassen anzustreben, indem zunächst versucht werde, die betreffenden Schulvorstände dafür zu interessiren.

Der allgemeine Beifall, mit welchem die Versammelten den Vortrag aufnahmen, liess erkennen, dass die Darlegung der Verhältnisse als zutreffend erachtet und die Verbesserung in der angegebenen Art gewünscht werde.

Dem Antrage gemäss wurde beschlossen, in geeigneter Weise auf die Einrichtung theoretischer Lehranstalten für Feldmesser-Candidaten hinzuwirken.

Im Nachstehenden soll nun erörtert werden, ob und inwieweit eine erfolgreiche Durchführung des Beschlusses bei Lage der Verhältnisse im preussischen Staat möglich sein wird.

Vergleicht man die Bestimmungen, von welchen in den

verschiedenen Staaten des Deutschen Reiches die Zulassung zum Feldmesser-Examen abhängig gemacht ist, so findet man, dass in Bezug auf praktische Kenntnisse ziemlich gleiche Anforderungen gestellt werden, dass dagegen für die theoretische Vorbildung grosse Unterschiede bestehen. In einzelnen Reglements wird ein bestimmter Nachweis über den Grad der erlangten Schulbildung gar nicht verlangt, dagegen stehen wieder die wissenschaftlichen Aufgaben aus der Mathematik, welche nach den Prüfungs-Reglements der verschiedenen Staaten zu lösen sind, auf ziemlich gleicher Höhe.

Dieselben beschränken sich überall auf ein gewisses Gebiet der elementaren Mathematik.

Eine noch höhere Schulbildung, als in Preussen für das Examen nöthig ist, wo der Examinand die Reife für die erste Classe eines Gymnasiums oder der ersten Classe einer Realschule höherer Ordnung besitzen muss, wird in keinem andern deutschen Staate gefordert. In Bayern soll der Feldmesser-Candidat zwar die Latein- und Gewerbsschule und in diesem Falle ausserdem noch einen vierjährigen Curs an einer technischen Lehranstalt oder das Gymnasium absolvirt haben, in den erstern Schulen wird der Schüler aber in der Regel nicht so weit gebracht, als in der Obersecunda der vorgenannten preussischen Lehranstalten.

In der Obersecunda einer höhern Realschule lernt ein Schüler vollständig dasjenige, was er in der Mathematik für das Feldmesser-Examen gebraucht. Der Unterricht in derselben Classe der Gymnasien reicht dafür selten aus, indem unter andern die Trigonometrie in den meisten Gymnasien erst in Prima gelehrt wird.

Während der zweijährigen praktischen Lehrzeit, die der Feldmesser-Eleve bei der jetzt bestehenden Einrichtung nach dem Abgange von der Schule durchzumachen hat, gelingt es wohl dem Einen oder dem Andern, ohne Nachtheil für seine praktische Ausbildung die Lücken seiner mathematischen Kenntnisse durch Privatstudien zu ergänzen. Mancher Eleve hat aber während seiner

Schulzeit in der Mathematik wenig geleistet, jede Uebung während der praktischen Lehrzeit unterlassen und ist dann genöthigt, sich vor dem Examen durch Selbstunterricht oder mit Hilfe eines vielleicht mittelmässigen Lehrers nothdürftig das Erforderliche anzueignen. Das Examen wird dann, was allerdings sehr häufig der Fall, auch nur nothdürftig bestanden.

Ist das Examen erst absolvirt, dann sucht der junge Feldmesser so rasch als möglich lohnende Beschäftigung zu erhalten. Seine Arbeiten werden nach der Leistung bezahlt, eigentliche mathematische Aufgaben sind in der Praxis selten zu lösen, und wo dies nöthig ist, bedient man sich der vorgeschriebenen Formeln und der vorhandenen Hilfstafeln.

Ist hiernach weder zur Ablegung des Feldmesser-Examens, noch zum Betriebe der Feldmesser-Praxis eine höhere theoretische Vorbildung erforderlich, so gibt auch die Arbeit des Feldmessers selbst dem Einzelnen wenig Anregung zu weitern mathematischen Studien. Die Arbeiten sind meistens dringend und nehmen die ganze Thätigkeit des Feldmessers so in Anspruch, dass ihm zu jeder ernsten Nebenbeschäftigung Zeit und Gelegenheit fehlt.

Manche Feldmesser haben sich ihrem Fache zugewendet, weil sie die Schule ganz zu absolviren und andere Carrièren einzuschlagen durch Mangel an Mitteln oder durch vorgerücktes Alter behindert gewesen sind; andere nehmen zu dem Fach ihre Zuflucht, nachdem sie in irgend einer andern Branche ihr Glück versucht und solches nicht gefunden haben. Es bleibt nur eine kleine Zahl von Personen übrig, welche aus wirklicher Liebe zum Fach Feldmesser geworden und welche von Hause aus auf eine entsprechende tüchtige Vorbildung bedacht gewesen sind.

Unter diesen Umständen ist es nicht zu verwundern, wenn das Streben nach weiterer theoretischer Ausbildung bei den Feldmessern nicht vorherrschend und die Zahl derjenigen eine geringe ist, welche neben ihren praktischen

Arbeiten die Mathematik und andere Wissenschaften um ihrer selbst willen betreiben. Solche strebsamen Feldmesser gibt es aber doch nicht so wenige, dass man dieselben, wie ein gelehrter College behauptet hat, mit der Laterne zu suchen hätte.

Das Verhältniss wird sich gewiss günstiger gestalten, wenn der Einzelne in seiner weitern Ausbildung nicht wie bisher lediglich auf sich selbst angewiesen sein wird, wenn ihm vielmehr durch Fachschulen die Gelegenheit zur Erlangung einer bessern wissenschaftlichen Ausbildung geboten ist. Die Einrichtung von dergleichen Fachschulen in Verbindung mit vorhandenen technischen Lehranstalten kann aber keine Schwierigkeit finden, sobald nur auf eine angemessene Betheiligung am Unterricht zu rechnen ist.

Hierzu ist es aber nothendig, dass der Besuch zur Bedingung gemacht wird für die Zulassung zum Examen oder mindestens für die künftige Anstellung der Feldmesser im Staatsdienst. Die Staatsregierung wird sich allerdings schwer bestimmen lassen, hierauf einzugehen, denn gegenwärtig besteht grosser Mangel an Feldmessern. Die Grundsteuer-Vermessungspersonale in den Provinzen Hannover und Schleswig-Holstein und im Regierungsbezirk Cassel haben nicht die ausreichende Zahl von Geodäten, obgleich eine grössere Zahl von nicht examinirten Vermessungsgehilfen beschäftigt wird. In verschiedenen Katasterbureaus der alten Provinzen müssen schon seit längerer Zeit an Stelle eigentlicher Feldmesser Hilfsarbeiter mit zum Theil geringer technischer Ausbildung beschäftigt werden. Desgleichen ist Mangel an Feldmessern bei den General-Commissionen für Auseinandersetzungssachen und die Eisenbahn-Verwaltungen sind oft genöthigt, versuchsweise auch solche Feldmesser anzunehmen, welche bei andern Verwaltungen als unbrauchbar entlassen sind, oder sich mit Vermessungsgehilfen zu behelfen.

Um diesem Uebelstande zu begegnen, hat dei Herr Handelsminister auf den Antrag der untergeordneten

Behörden einer grossen Zahl von praktisch bewährten Vermessungsgehilfen, die nicht den vorgeschriebenen Grad der theoretischen Vorbildung besitzen, ausnahmsweise die Berechtigung zur Ablegung des Feldmesser-Examens ertheilt, wenn berichtet werden konnte, dass sie sich eine entsprechende allgemeine Bildung angeeignet haben.

Hat es bei den gegenwärtig bestehenden Vorschriften nicht gelingen wollen, die für das öffentliche Interesse erforderliche Zahl geodätischer Kräfte zu gewinnen, so muss sich die Sache noch viel ungünstiger gestalten, wenn man, statt dass jetzt Ausnahmen zu Gunsten von Personen mit unzulänglicher Schulbildung gemacht werden, allgemein noch höhere Anforderungen als bisher stellen wollte.

Hierbei darf allerdings nicht unberücksichtigt bleiben, pass in Folge des raschen Aufschwungs auf allen Gebieten auch in andern Branchen des Staatsdienstes, sowie in Privatstellungen die Kräfte fehlen. Der Zugang an Kräften ist gegen das wachsende Bedürfniss überall zurückgeblieben.

Die Arbeiten der Feldmesser sind mühsam und beschwerlich. Es gehört zur Ausübung der Feldmesser-Praxis ein gutes Auge und ein kräftiger Körper, der sowohl anhaltendes Sitzen im Zimmer, als auch anstrengendes Gehen und Witterungseinflüsse leicht ertragen kann. Dies und die unregelmässige mit dem auswärtigen Aufenthalt nothwendig verbundene Lebensweise müssen manchen jungen Mann abhalten, die Feldmesser-Carrière zu machen. Nur die Aussicht auf frühzeitige Erlangung einer selbstständigen Stellung mit entsprechender Einnahme bestimmt viele unbemittelte Personen, den Beruf als Feldmesser zu wählen. So lange die im Jahre 1849 wieder aufgehobene Bestimmung galt, dass Jeder, der zum Baufach gehen wollte, das Feldmesser-Examen abgelegt und sich als Feldmesser praktisch bewährt haben musste, blieben auch Leute, die ursprünglich höhere Ziele verfolgten, in der Feldmesser-Carrière, wenn sie darin ihr Auskommen fanden.

Diese Carrière wird nun noch weniger gesucht sein als bisher, wenn der angehende Feldmesser genöthigt ist, ausser der praktischen Lehrzeit auch noch einen theoretischen Fachcursus zu absolviren, wozu es eines grösseren Kostenaufwandes bedarf. Junge Männer mit der für Feldmesser vorgeschriebenen Schulbildung werden dann besser thun, als Civilsupernumerare bei einer Staatsbehörde zu arbeiten, woselbst sie nach drei Jahren Diäten und demnächst feste Anstellung mit steigender Einnahme zu erwarten haben; während sie im Feldmesserfach allein mindestens drei Jahre gebrauchen müssten, um das Examen zu machen, wenn der jetzigen zweijährigen praktischen Lehrzeit nur ein Jahr Studienzeit hinzugefügt wird. Zur Erlangung einer Anstellungsberechtigung bedarf es dann wieder einer dreijährigen Periode unentgeltlicher Dienstzeit, zur Erlangung der Pensionsberechtigung einer 10jährigen Thätigkeit.

Nun ist nicht zu verkennen, dass bei höheren Anforderungen viele mittelmässige Kräfte von der Carrière fern gehalten und in Folge dessen vielleicht allgemein bessere Arbeiten geliefert werden würden, für welche dann auch eine höhere Bezahlung zugestanden werden kann. Die bessere Bezahlung wird aber erst dann eine grössere Anzahl von Eleven heranziehen, wenn Arbeiten vorhanden sind, bei welchen auf viele Jahre hinaus Beschäftigung zu finden ist. Dies ist in der Regel nicht der Fall. Abgesehen von den nicht so rasch abzuwickelnden Arbeiten bei den Auseinandersetzungenbehörden müssen fast alle grösseren Arbeiten in der Zeit von wenigen Jahren zu Ende geführt werden. Selten bietet eine Beschäftigung so grosse Vorthelie, wie solche den Feldmessern in den Grundsteuer-Vermessungs-Personalen für die Provinzen Hannover, Hessen-Nassau und Schleswig-Holstein zu Theil werden. Dieselben können sich zur Annahme als Katastersupernumerare melden und erhalten, wenn sie angenommen werden, ihre Beschäftigung bezahlt und die Zeit zugleich als Dienstzeit angerechnet.

Es fragt sich nun, was ist zu thun, um eine höhere

theoretische Ausbildung der Feldmesser allgemein einzuführen, ohne dass dadurch die Carrière zu sehr erschwert und der Zugang neuer Kräfte behindert wird?

Von der zweijährigen praktischen Lehrzeit, welche für Preussen vorgeschrieben ist, ein ganzes Jahr oder ein halbes Jahr zu kürzen und diese Zeit rein für die theoretische Ausbildung zu bestimmen, ist nicht zu empfehlen, denn der Feldmesser, welcher nach dem Examen selbstständig arbeiten soll, gebraucht reichlich zwei Jahre, um sich in den verschiedenen Feldmesserarbeiten tüchtig zu machen. Den praktischen Unterricht ganz mit der Schule zu verbinden, ist noch weniger zweckmässig; es fehlt hier an Gelegenheit, dem Einzelnen solche Arbeiten selbstständig zu übertragen, wie er dieselben später auszuführen hat. Erwägt man aber, dass in den sechs östlichen Provinzen des Staates Neumessungen ganzer Gemarkungen selten vorkommen und dort dem Feldmesser-Candidaten keine Gelegenheit gegeben ist, sich in den Messungsmethoden einzuüben, während andererseits vielen, welche die Feldmesser-Carrière ergreifen wollen, darum zu thun ist, die Elevenzeit in der Nähe ihrer Heimath abzumachen, so erscheint, wenn allen Verhältnissen Rechnuug getragen werden soll, nur ein Ausweg dahin möglich, dass die praktische Lehrzeit in der Hauptsache beibehalten, neben derselben aber der Besuch einer Fachschule mit theils theoretischem, theils praktischem Unterricht angeordnet wird.

Der Examinand müsste nachweisen:

1. eine praktische Lehrzeit bei einem bewährten Geometer von mindestens $1^1/_2$jähriger Dauer,
2. die Reife für die erste Classe eines Gymnasiums oder einer Realschule wie bisher,
3. die Theilnahme an zwei halbjährigen Unterrichtscursen in einer Fachschule für Feldmesser, von denen der erste Cursus mit praktischen Uebungen verbunden, der zweite lediglich für den theoretischen Unterricht bestimmt und so eingerichtet ist, dass der Candidat während desselben seine Probekarte für das Examen anzufertigen im Stande ist.

Die Meldung zum Examen hätte nach Absolvirung des ersten Cursus und die Ablegung des Examens am Schluss des zweiten Cursus zu erfolgen. Bei dieser Einrichtung geht dem Candidaten nicht mehr an Zeit verloren, als er gegenwärtig für die Vorbereitung zum Examen in der Regel nöthig hat, denn bisher währte es nach Beendigung der zweijährigen Elevenzeit auch noch ein halbes Jahr, ehe der Candidat seine Probekarte anfertigen und sich für das Examen gehörig vorbereiten konnte.

Eine Erleichterung dieser Bedingungen liesse sich für einzelne Fälle in der Weise schaffen, dass denjenigen Candidaten, welche während der praktischen Lehrzeit grössere Messungen und Nivellements ausgeführt haben und welche sich über einen entsprechenden Grad mathematischer Ausbildung in einem Tentamen ausweisen können, der erste halbjährige Lehrcursus auf der Fachschule erlassen wird. Die Theilnahme an dem zweiten Cursus wird aber in jedem Falle verlangt werden müssen.

Um für künftige Zeiten eine weitere Steigerung der Anforderungen anzubahnen, möchte es sich empfehlen, im Anschluss an den zweiten halbjährigen Cursus noch einen dritten ebenfalls halbjährigen Lehrcursus für wirkliche Feldmesser einzurichten, welchen diejenigen zu besuchen haben, die zu Vermessungsrevisoren, Obergeometern oder Inspectoren befördert sein wollen.

Der erste Cursus müsste zur Erleichterung der praktischen Uebungen auf das Sommerhalbjahr gelegt werden, der zweite und der dritte Cursus müssten dagegen auf das Winterhalbjahr fallen.

Als Unterrichtsgegenstände wären zu bestimmen:

a. für den ersten Cursus:
Repetitionen in der elementaren Mathematik, ebene Trigonometrie, Instrumentenkunde, praktische Uebungen und Zeichnen;

b. für den zweiten Cursus:
sphärische Trigonometrie, Stereometrie, Curvenlehre, Differentialrechung, Physik;

c. für den dritten Cursus:

Differential- und Integralrechnung, Ausgleichungsberechnung, Wiesenbau, Draintechnik, Bodenkunde.

Dem Candidaten mag überlassen bleiben, ob er den ersten Cursus vor oder nach der praktischen Lehrzeit abmachen will.

Die Fachschulen lassen sich am zweckmässigsten in Verbindung mit den Provinzial-Gewerbeschulen einrichten. Am Sitz der Bezirksregierung, wo sich der Feldmessercandidat ohnehin zur Ablegung des Examens aufhalten muss, findet sich in der Regel auch eine solche Anstalt. Dass Seitens der Directoren derselben auf den Plan gern eingegangen wird, darf erwartet werden, um so mehr, als viele dieser Schulen ausreichende Räumlichkeiten haben und ihre gewöhnliche Schülerzahl nicht zu gross ist.

Wie die Verhältnisse in Preussen liegen, würde der Antrag zur Einrichtung der gedachten Fachschulen von dem Vereinsvorstand ausgehen müssen und an den Herrn Handelsminister zu richten sein. Von diesem ressortiren sowohl die Gewerbeschulen, als auch die zur Ausstellung der Feldmesser-Zeugnisse berufene Behörde, die technische Baudeputation zu Berlin. Abschrift des Antrags wäre den Ministerien der Finanzen und der landwirthschaftlichen Angelegenheiten mit der Bitte vorzulegen, sich wegen der in ihren Ressorts zu beschäftigehden Feldmesser gleichfalls für die Sache interessiren zu wollen.

Soll die neue Einrichtung Bestand haben, dann muss nicht blos der Schulbesuch in den Fachclassen obligatorisch sein, sondern es ist ferner nöthig, dass ein neues Regulativ über die Ablegung des Feldmesser-Examens erlassen wird.

Die anderweitige Ausbildung der Feldmesser bedingt aber auch ein neues Feldmesser-Reglement und hierzu ist die gegenwärtige Zeit gerade günstig, da es ohnehin im Werke ist, Abänderungen des Reglements hinsichts der längst nicht mehr zutreffenden und thatsächlich ausser Curs gekommenen Bezahlungssätze einzuführen.

Selbstverständlich ist bis zum Eintritt der Giltigkeit

der neuen Prüfungsbestimmungen eine angemessene Frist zu bewilligen, damit diejenigen Personen, welche bereits in die Carrière eingetreten sind, das Examen nach den bisherigen leichtern Bedingungen noch ablegen können. Hierbei darf vorausgesetzt werden, dass sich manche der betreffenden Candidaten freiwlllig zum Besuch der Fachclassen verstehen werden.

Von denjenigen Vermessungsgehilfen, welche ferner ohne den Nachweis der erforderlichen Schulbildung zum Examen zugelassen sein wollen, wird verlangt werden müssen, dass sie die beiden ersten Lehrcurse in der Fachklasse mit Ausnahme vielleicht der praktischen Uebungen durchmachen. Viele Vermessungsgehilfen, die jetzt mit geringen Mitteln ihre Vorbereitung zum Examen durchführen und dasselbe nach kurzem Privatstudium ablegen können, würden später dazu nicht im Stande sein.

Wenn in Folge dessen ein zu grosser Mangel an Feldmessern entstehen sollte, so würde nur übrig bleiben, den betreffenden Personen noch für eine fernere Zeitperiode die Ablegung des Examens nach dem bisherigen Modus zu gestatten und sie demnächst als Feldmesser II. Classe zu bezeichnen mit der Beschränkung, dass sie nicht die vollen reglementsmässigen Gebühren liquidiren dürfen und von der Anstellung im Staatsdienst ausgeschlossen bleiben.

Der nachträgliche Besuch der Fachschule und die Ablegung des daran anschliessenden Examens würde diesen Feldmessern aber vorbehalten werden müssen.

Die angegebene Einrichtung ist das Höchste, was sich meines Erachtens gegenwärtig erreichen lässt, man wird später vielleicht dahin gelangen, noch höhere Anforderungen zu stellen, wenn die Schulen überhaupt erst bestehen und prosperiren werden.

Der Herr Professor Jordan verlangt, dass der junge Mann nach dem Austritt aus dem Gymnasium resp. der Realschule zunächst noch zwei volle Jahre und möglichst drei Jahre den Studien widmen und erst dann zur praktischen Ausbildung übergehen soll. Eine solche Ein-

richtung geht, wenn dieselbe überhaupt durchzuführen wäre, weit über das gewöhnliche Bedürfniss hinaus. Die Anforderung würde nur berechtigt sein, wenn es sich darum handelte, Lehrer für Schulanstalten oder Personen auszubilden, welchen die erste Triangulation ganzer Länder übertragen werden soll. Dieser Zweck liegt nicht vor. Die Herstellung der Dreiecksnetze höherer Ordnungen ist in Preussen, wie in vielen andern Staaten, der Militärbehörde überlassen. Die Ausführung geschieht, wo dies nöthig ist, unter Leitung oder Mitwirkung weniger Fachgelehrten. Bei einem grossen Theil der hierbei vorkommenden Verrichtungen bedarf es nicht einmal einer höhern mathematischen Vorbildung. In Preussen werden Feuerwerker der Artillerie, welche noch nicht zur Ablegung des Feldmesser-Examens berechtigt sind, bei der Winkelbeobachtung und bei verschiedenen Theilen der Berechnungsarbeiten mit Vortheil verwendet.

Die subtilen Berechnungen zur Ausgleichung der Fehler in einem Hauptdreiecksnetz bilden eine Aufgabe der höheren Geodäsie. Dieselben erfordern eine streng wissenschaftliche Lösung, zu welcher man stets Fachgelehrte und nicht Personen aus der Classe der Feldmesser berufen wird.

In erster Linie muss aber die Ausbildung des Feldmesser-Candidaten auf das gerichtet werden, was er für sein Fach vorzugsweise gebraucht. Die grosse Masse der Feldmesser-Arbeiten ist rein mechanischer Art. Zur guten Ausführung ist für den Fachmann durchaus kein umfassendes Wissen, sondern nur ein verständiges Disponiren, Zuverlässigkeit und Fleiss erforderlich.

Wer erst längere Studien in der höhern Geodäsie und in andern Wissenschaften gemacht hat, wird sich nicht dazu bequemen wollen, die mechanischen Arbeiten der niedern Geodäsie zu betreiben, bei welchen er keine Gelegenheit findet, seine Kenntnisse angemessan zu verwerthen, im Gegentheil, wenn er etwas leisten will, genöthigt ist, oft ganz handwerksmässig zu arbeiten.

Der Grund des Herrn Professors Jordan, dass der

Staat, wenn er eine grössere Vermessung anordnen will, die leitende Person nicht aus seinen gewöhnlichen Vermessungsbeamten auswählen kann, erledigt sich dadurch, dass dieser Fall bei der Landestriangulation in Preussen nicht vorkommen kann. Soweit es aber nöthig ist, im Anschluss an die Punkte der Landestriangulation und mit Benutzung der dafür ermittelten Bestimmungsmaasse weitere Dreieckspunkte und Polygonpunkte herzustellen, an welche Stückvermessungen anzuschliessen sind, so hat es unter den Preussischen Feldmessern nicht an Personen gefehlt, welche diese Arbeiten sachgemäss auszuführen oder dieselben für grössere Gebiete richtig zu leiten verstanden haben.

Für solche Arbeiten und für manche Zweige der niedern Geodäsie reichte die bisherige Ausbildung der Feldmesser-Candidaten nicht überall aus, die theoretische Vorbildung hat aber doch so weit genügt, dass es vielen bei ernstem Streben gelungen ist, die Lücken ihrer ersten mangelhaften Ausbildung nach und nach zu ergänzen.

Hiernach ist auch der Vergleich, den der Herr Professor Jordan zwischen dem Feldmesserfach und dem Eisenbahnbau-Wesen anstellt, nicht zutreffend. Kein Bautechniker wird auf der Bauschule soweit bebracht, um einen grössern Eisenbahnbau leiten zu können. Die Ausführung solcher Anlagen pflegt an Techniker übertragen zu werden, welche nach langjähriger Praxis in allen Zweigen des Eisenbahnbau-Wesens entsprechende Kenntnisse nnd Erfahrungen gesammelt haben, zugleich aber ein tüchtiges Organisationstalent besitzen, um ein grosses Personal richtig zu leiten. Dem Feldmesser ist im Allgemeinen der Weg verschlossen, im Gebiete der höhern Geodäsie praktische Kenntnisse und Erfahrung zu sammeln, die er nöthig hätte, um bei grösseren Landestriangulationen alle wissenschaftlichen Anforderungen zu erfüllen.

Was bei der Einführung eines neuen Prüfungsreglements für Feldmesser vor allen Dingen angestrebt werden muss, das ist die vollständige Gleichstellung der An-

forderungen für alle deutschen Staaten. Gegenwärtig ist das Verhältniss so, dass die Arbeiten eines Feldmessers nur in dem Staate, in welchem er examinirt und vereidigt ist, öffentliche Giltigkeit haben. Die Behörden, welche Feldmesser beschäftigen, dürfen zunächst nur die eigenen Staatsangehörigen zulassen. Die Beschäftigung der Feldmesser aus andern deutschen Staaten geschieht in der Regel unter beschränkenden Bedingungen. In Preussen, wo der Mangel an Feldmessern bei den seit dem Jahre 1868 eingeleiteten Grundsteuer-Vermessungsarbeiten besonders fühlbar wurde und viele Feldmesser aus andern deutschen Staaten herangezogen worden sind, ist den auswärtigen Feldmessern mit wenigen Ausnahmen bei den gedachten Arbeiten der Vollbezug der Gebühren gleich den einheimischen Feldmessern zugestanden worden. Mehreren hat man man auf Grund ihrer Prüfungsacten die volle Qualification als preussische Feldmesser beigelegt und damit für sie das Hinderniss beseitigt, das ihrer Zulassung zum Katasterdienst und der selbstständigen Beschäftigung bei den Auseinandersetzungsbehörden, resp. den Verkoppelungsarbeiten entgegenstand.

Soll die auch den Feldmessern in der Gewerbe-Ordnung für den Norddeutschen Bund vom 21. Juni 1869 eingeräumte Gewerbefreiheit einen vollen reellen Werth erhalten, dann muss auf Grund gleichmässiger Prüfungsbedingungen bestimmt werden, dass jeder in irgend einem deutschen Staate geprüfte und vereidigte Feldmesser zur unbeschränkten geometrischen Praxis in jedem andern deutschen Staate und zum Vollbezug der für den betreffenden Staat geltenden Gebühren berechtigt sein soll, dass ferner seine Arbeiten in derselben Art wie die Arbeiten eines einheimischen Feldmessers als glaubwürdig anzusehen sind.

Die vorstehenden Vorschläge bezüglich des Feldmesser-Examens und der Feldmesser-Fachschule weichen wesentlich von dem ab, was der Herr Professor Jordan erreichen will. Es kann nur gewünscht werden, dass sich noch recht viele Stimmen über den Gegenstand ver-

nehmen lassen. Aus vielen Ansichten wird sich zuletzt das Richtige ergeben und wird die zur Verfolgung der Sache berufene Commission bis zur nächsten Generalversammlung dann im Stande sein, mit solchen Vorschlägen hervorzutreten, welche den Verhältnissen angemessen sind und sowohl die Zustimmung der Fachgenossen, als die nöthige Berücksichtigung Seitens der competenten Behörden finden können.

Berichtigungen.

Seite 72, Zeile 14 v. o. statt $\Delta y_1 \varphi$ zu lesen $-\Delta y_1 \varphi$

„ „ „ 24 „ „ „ $n y_{n+1}$ „ „ $n x_{n+1}$

„ 74, „ 2 „ „ „ $n x_{n+1} - [x]_n = \Delta x_1 \ldots . n \Delta x_n = u$
zu lesen $(n x_{n+1} - [x]_n) \varphi = (\Delta x_1 \ldots . n \Delta x_n) \varphi = u$

„ 74, „ 4 v. o. statt $n y_{n+1} - [y]_n = \Delta y_1 \ldots . n \Delta y_n = v$
zu lesen $(n y_{n+1} - [y]_n) \varphi = (\Delta y_1 \ldots . n \Delta y_n) \varphi = v$

„ 78, „ 2 v. o. statt 465,01 zu lesen 405,01

„ „ „ 7 „ „ „ 275,22 „ „ 275,52

„ „ „ 9 v. u. „ 0,09 „ „ 0,07

„ „ „ „ „ „ „ 0,25 „ „ 0,27

„ „ „ 7 „ „ „ 494,19 „ „ 494,10

„ „ letzte Zeile „ $+4,67 - 4,67$ zu lesen $+4,69 - 4,69$

„ 80, Zeile 9 v. u. statt „Messkette“ „ „ „Messlatte“,

„ 82, „ 7 „ „ „ $[r \Delta x_r] = u$ zu lesen $[r \Delta x_r] \varphi = u$
$[r \Delta y_r] v$ zu lesen $[r \Delta y_r] \varphi = v$

„ 83, „ 8 v. o. „ z zu lesen 7

„ 88, „ 11 v. u. „ 3^{cm} zu lesen 3^{dm}

„ 89, „ 16 v. o. „ „noch“ zu lesen „auch“

„ „ „ 8 v. u. „ „Dreiecks“ zu lesen „Directions“.

Literaturzeitung.

Schloemilch, Dr. Oscar: Grundzüge einer wissenschaftlichen Darstellung der Geometrie des Maasses. Ein Lehrbuch. 2 Theile. (1. Theil: Planimetrie und ebene Trigonometrie, 2. Theil: Geometrie des Raumes.) 5. u. 3. Aufl., Eisenach, Baumeister, 8⁰, CVII. 254 S. u. VII. 266 S.)

Das vorliegende Werk des um die Wissenschaft und ihre Lehre sehr verdienten Verfassers bietet auf verhältnissmässig kleinem Raume eine sehr gehaltreiche Darstellung derjenigen Parthie der Geometrie, welche das Messen zum Ansgangspunkte nimmt und sich in der Behandlung des Stoffes vorzugsweise der allgemeinen Arithmetik und Algebra bedient, ohne jedoch das rein constructive Element principiell auszuschliessen. In wohlgeordnetem, stufenweise fortschreitendem Lehrgange behandelt der erste Theil die Entstehung und die Fundamentaleigenschaften geradliniger Gebilde, die Vergleichung und Ausmessung der Figuren, die Aehnlichkeit, die Figuren im Kreise, insbesondere die Sehnen- und Tangentenvielecke, die Rectification und Quadratur des Kreises, die trigonometrischen Functionen, die Berechnung des Dreiecks und der Vielecke nebst Anwendungen der Trigonometrie auf geodätische Probleme, sowie in einem Anhange die directe Berechnung der trigonometrischen Functionen, die graphische Rectification von Kreisbogen, die regelmässigen Vielecke und insbesondere das reguläre Siebenzehneck. Der zweite, den stereometrischen Lehren gewidmete Theil giebt in gleicher Behandlungsweise die fundamentalen Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen, die körperliche Ecke, die ebenflächigen Gestalten, die Vergleichung und Ausmessung der Polyeder, die Kugelfläche, Kegelfläche, Cylinderfläche, die sphärischen Figuren, die Lehre von den Kegelschnitten, die Berechnung der runden Körper, die sphärische Trigonometrie nebst deren Anwendung auf Stereometrie und die Elemente der descriptiven Geometrie einschliesslich der Perspective.

Hinsichtlich der Auswahl und Anordnung des Lehrstoffes genügt das Buch allen Anforderungen, welche

der Lehrplan guter Gymnasien und Realschulen stellen kann, in vollem Maasse; hinsichtlich der Darstellung zeichnet es sich durch grosse Deutlichkeit und eine gewisse Eleganz der Sprache sehr vortheilhaft aus. Ohne der Strenge der Beweisführung Eintrag zu thun, bedient sich der Verfasser vorzugsweise der Methode der fortlaufenden Entwickelung und verleiht dadurch dem Buche eine gewisse Lebendigkeit, welche viel mit dem Anregenden des gebildeten mündlichen Vortrags gemein hat. Auch der zweiten Hauptrichtung, auf welche ein Lehrbuch neben der Kunst des Beweisens alle Sorgfalt verwenden muss, nämlich der Kunst des Erfindens wird der Verfasser vollkommen gerecht, wie ein Blick auf die sorgfältig ausgeführte Behandlung der constructiven Aufgaben erkennen lässt. Diesen Vorzügen schliessen sich eine Menge von Eigenthümlichkeiten an, welche in fein berechneten kleinen Zügen bestehen, die sehr geeignet sind, das Interesse des Schülers zu wecken und zu fesseln. Referent kann nicht umhin, zu gestehen, dass in dieser Hinsicht für ihn das Buch sehr viel Anziehendes und vielfach auch Belehrendes besitzt. Er glaubt es insbesondere auch als eine vortreffliche Einführung in die geometrische Wissenschaft bezeichnen zu können für solche gebildete Leser, welche auf Selbststudium angewiesen sind.

Ueber Einzelheiten will Referent mit dem Verfasser nicht rechten. Nur zwei Wünsche möchte er aussprechen: dass nämlich bei einer neuen Auflage die Grundlage der Parallelentheorie etwas gewinnen und das Anregende, welches historische Angaben über die Entdecker berühmt gewordener Sätze für Schüler hat, nicht ganz unberücksichtigt bleiben möge.

Für die Leser dieser Zeitschrift wird insbesondere die Behandlung der beiden Trigonometrien und deren Anwendungen auf Geodäsie von Interesse sein.

Die Figuren des Textes sind sorgfältig ausgeführt und die Ausstattung ist recht gut zu nennen.

Schell.

Vorlageblätter zum Planzeichnen, bearbeitet für den Unterricht an technischen Lehranstalten von *M. Doll*, Lehrer des Planzeichnens am Polytechnicum in Carlsruhe. Mit 11 lithogr. Blättern. Preis gebunden 4 Thlr. Stuttgart. Verlag der Metzler'schen Buchhandlung. 1873.

Inhaltsverzeichniss nebst Angabe der Preise bei Bezug einzelner Blätter:

			kr.		Sgr.
Bl.	1.	Die bei Planzeichnungen vorkommenden Schriftarten	15	=	5
›	2.	Transversal-Massstäbe mit 8 Scalen und 2 Transporteuren für alte und neue Kreistheilung, zum Einzelverkauf auf starken Carton trocken gedruckt	18	›	6
›	3.	Kreuzscheibenaufnahme, als Vorlage zum Auftragen aus den angegebenen Massen	48	›	15
›	4.	Theodolithaufnahme, als Vorlage, um das Planbild aus den beigegebenen Coordinaten und den eingetragenen Massen auftragen zu können	48	›	15
›	5.	Nivellement, als Vorlage zum Auftragen aus Zahlen	48	›	15
›	6.	Schraffirübungen ebener Flächen, für die Hand des Schülers zum Einzelverkauf auf gutes Zeichenpapier gedruckt	9	›	3
›	7.	Schraffirübungen krummer Flächen, zum Einzelverkauf auf gutes Zeichenpapier gedruckt	9	›	3
›	8.	Situationsbezeichnungen in *Farbendruck*, als Vorlage für das Anlegen von Culturarten und die Bezeichnungen der verschiedenen Gegenstände	72	›	22½
		Dazu die *schwarzen* Umrisse zum Einzelverkauf für die Hand des Schülers auf gutes Zeichenpapier gedruckt	9	›	3
›	9.	Höhenschichtenplan aus dem Hügellande, als Vorlage	48	›	15

		kr.		Sgr.
Bl. 10.	Höhenschichtenplan aus dem Mittelgebirge in Farbendruck	72	=	22½
› 11.	Höhenschichtenplan aus dem Hochgebirge	48	›	15

Es ist gewiss von Allen, die entweder in amtlicher Stellung Unterricht im Planzeichnen zu ertheilen haben oder im Wege der Selbstbelehrung Uebungen in diesem Zweige des technischen Zeichnens anstellen, schon oft und lebhaft bedauert, dass es immer noch an einer Sammlung guter Vorlagen zum Planzeichnen fehle. Diesem Mangel trat der Verfasser im Jahre 1867 durch Herausgabe einer Anleitung zum Planzeichnen einigermassen entgegen. Nach der Tendenz dieser Schrift ‹ hatten aber die einzelnen Tafeln mehr den speciellen Zweck, als Musterblätter zu dienen, um die Art der Ausführung von geometrischen Plänen und topographischen Karten zu ersehen und konnten daher auch nur in geringem Masse als Vorlagen zum Copiren verwendet werden ›.

Gleichsam als Fortsetzung und Schluss dieser Schrift, jedoch zugleich als ein selbständiges Werk, hat der Verfasser in jüngster Zeit die oben angekündigten Vorlageblätter herausgegeben und dadurch dem vorhin bezeichneten Bedürfnisse wesentlich abgeholfen.

Schon aus dem oben mitgetheilten Inhaltsverzeichnisse geht hervor, dass diese Vorlagen nicht blos zum einfachen Copiren bestimmt sind, sondern wenigstens theilweise auch zur Erlernung des Auftragens eines Planes aus gegebenen Massen dienen sollen; Blatt 3—5. Aus diesem Grunde enthalten Bl. 3 und 4, abgesehen davon, dass ersteres auch den Gang der Aufnahme eines combinirten Details durch Linearconstruction deutlich erkennen lässt, die bei der Aufnahme erhaltenen Masse, so dass der Schüler unter Benützung des Textes im Stande ist, die Blätter selbständig auftragen zu können.

Bl. 5 stellt das Längenprofil einer Eisenbahnanlage, nach den im Texte mitgetheilten Bestimmungen des Königl. Preuss. Handelsministeriums vom Jahre 1871

ausgeführt, vor, und enthält zugleich sämmtliche, zum selbständigen Auftragen erforderlichen Masse.

Bl. 6—8 sind in der Weise eingerichtet, dass sie sowohl als Vorlage dienen, als auch zugleich zur Ausführung durch den Schüler benutzt werden können; der zugehörige Text enthält in kurzen Zügen die Theorie der Bergschraffirung, bezw. die Anweisung zum Coloriren der Situationspläne.

Bl. 9—11 stellen bei verschiedener Auszeichnung der Horizontalcurven einen Höhenschichtenplan bezw. aus dem Hügellande, dem Mittel- und dem Hochgebirge dar; das letztere Blatt soll einmal als Vorlage dienen, sodann aber auch veranschaulichen, wie die Trace einer Gebirgsbahn aus den Horizontalcurven aufgesucht wird.

Bl. 1 und 2 sind beim Copiren, bezw. beim Auftragen als Hilfsmittel unentbehrlich.

Wenn schon das flüchtige Durchblättern des in Rede stehenden Werkes dasselbe als ein vorzügliches erscheinen lässt, so erkennt man dessen wahren Werth doch erst bei einer genaueren Durchsicht. Die Blätter umfassen nicht blos einen ganzen Curs, der die verschiedenen Zweige enthält, welche bei den Uebungen im Planzeichnen an technischen Lehranstalten vorkommen, sondern sind auch einzeln und im Zusammenhange nach Principien entworfen und ausgeführt, die der Verfasser in seiner Stellung als Lehrer des Planzeichnens mit Recht als die einzig richtigen kennen gelernt hat.

Der begleitende Text ist für die Schule eine sehr willkommene Zugabe nnd ermöglicht für den Privatgebrauch Verständniss und Erfolg.

Die Vorzüglichkeit der Vorlagen, sowohl in Bezug auf Princip, Ausführung, Ausstattung und Zusammenstellung, lässt mit Grund erwarten, dass sie in den betreffenden Kreisen, für den Schul- nnd Privatgebrauch, mit grossem Beifall aufgenommen und die verdiente Verbreitung finden werden.

Prof. Dr. *Huisken*,
Lehrer d. prakt. Geometrie u. d. Planzeichnens
am Polytechnicum in Braunschweig.

10.

Vorlegeblätter für den Unterricht im Linearzeichnen an technischen Lehranstalten. Bearbeitet und herausgegeben von Ernst *Fischer*, a. o. Professor an der K. Polytechnischen Schule in München, I. Heft. 12 Tafeln in Farbendruck mit erläuterndem Texte. München. Verlag der lithographischen Kunstanstalt von Gebr. Obpacher, 1873.

Die Arbeit hat nach dem Vorworte den Zweck, genaue und geschmackvolle Vorlegeblätter zu liefern, durch welche der Schüler sich an ebensolches Zeichnen gewöhnt. Der Text soll nur kurze Erläuterungen bringen. Die Aufgaben im vorliegenden Hefte sind aus der Geometrie, der Stereometrie und dem Maschinenfache genommen. Es ist Pol und Polare, Aehnlichkeit, Potenzlinie, die Kreisberührungen in ausgedehnter Weise, die Ellipse, die Durchdringung von 5 gleichen Hexaëdern, unter den regulären Polyëdern das Dodekaëder und das 20eckige Sterndodekaëder behandelt und ein Schraubenbolzen und eine Schienenbefestigung in Farben mit Lichtwirkungen dargestellt. Jenes gesteckte Ziel, genaue und geschmackvolle Vorlagen zu schaffen, ist in vollem Maasse erreicht. Die Linien sind alle sehr genau in schwarz und in verschiedenen Farben ausgeführt, die Hilfslinien roth oder blau, und gewisse hervorzuhebende Figuren haben einen schmalen Farbenrand erhalten, wodurch sie sehr wohlthätig wirken. Warum bei manchen Figuren die farbigen Hilfslinien gestrichelt wurden, kann Referent nicht erkennen, da doch der wesentliche Zweck ihrer Farbe der ist, das zeitraubende Stricheln, das sonst zu ihrer Unterscheidung benutzt wird, zu ersparen. Bei der Darstellung der 8 Kreise, welche 3 gegebene berühren, wäre die Figur wohl durch Hinweglassung der zu 6 jener Kreise gehörigen Hilfslinien übersichtlicher geworden. In Bezug auf die 4 höheren regelmässigen Vielflache ergreife ich die Gelegenheit, wiederholt auszusprechen, dass sie nicht alle Poinsot angehören, wie ich früher selbst irrthümlich angab, sondern dass die beiden Stern-Zwölfflache Kepler zuzuschreiben sind, der sie in seiner *Harmonia mundi* mittheilt.

In einem Punkte kann ich jedoch dem Verfasser nicht zustimmen, nämlich in der Art der Darstellung der Maschinen. Ob eine in so hohem Grade vollendete, mit Farben und Schatten ausgeführte Abbildung von Maschinentheilen bei dem grossen dazu nöthigen Zeitaufwande gerechtfertigt ist, darüber mögen die Maschinenbauer urtheilen — im hiesigen Polytechnikum geschieht es nicht —; und wenn es sich nur um die Darstellung handelt, so dürften architektonische Gebilde schöner sein; aber als richtig anerkennen kann ich dabei nicht die Anwendung der Complementärfarben in den Eigenschatten, wonach z. B. ein blauer Eisenbolzen in seinen Schattentheilen orange erscheint. Es wird diese Methode zwar vielfach, insbesondere von Berlin aus, empfohlen; aber wer sieht je im Schatten jenen Ton und nicht den blauen Localton. Ich vermuthe, dass dies Verfahren auf einer Verwechslung mit der subjectiven Erscheinung des Schlagschattens auf einer weissen Fläche bei farbigem Lichte beruht, der dann allerdings die complementäre Farbe des an den beleuchteten Stellen auftretenden farbigen Lichtes zeigt; bei farbigem Localtone und weissem Lichte aber hat gewiss noch Niemand einen derartigen Eindruck erhalten, es müssten denn aussergewöhnliche Reflexe wirken, die aber ebensogut jede andere als die Complementärfarbe hervorbringen können. Auch Schreiber in seiner Farbenlehre lässt die Benutzung der Complementärfarbe im Schatten nur in soweit zu, als sie mit der Localfarbe zusammen grau erzeugt und wie schwache Tusche wirkt. Ferner entspricht das angewendete Abschwächen des Lichtes auf einer Ebene an ihren entfernteren Stellen nur dann der Wirklichkeit, wenn das Zurückweichen, wie bei einer ganzen Häuserflucht, so gross ist, dass die zunehmende Dicke der Luftschicht vor dem Auge einen merklichen Einfluss erlangt.

Vielleicht unterzieht der Verfasser die hier geäusserten Bedenken einer Prüfung, und es würde den Referenten freuen, wenn die folgenden Lieferungen des schönen Werkes dadurch noch gewinnen könnten. Dr. *Wiener.*

Distanz- und Höhenmessung. Formeln und Tabellen behufs Aufnahme und Höhenbestimmung. Von *H. Stück*, Obergeometer. Hamburg 1873.

Die vorliegende Schrift ist aus dem Bestreben hervorgegangen, der so wichtigen Höhenbestimmung bei topographischen und Cataster-Neuaufnahmen durch Darreichung tabellarischer Hilfsmittel förderlich zu sein und überhaupt das technische Publicum mit einer bei den Hamburger Vermessungen eingeführten speciellen Art der Distanz- und Höhenbestimmung bekannt zu machen.

Die Methode ist im Allgemeinen die der Reichenbach'schen Distanzmessung und unterscheidet sich nur in der Art ihrer Ausführung mittels des Theodoliten und ihrer Verbindung mit Höhenmessen, sowie in der Ersetzung der Distanz- durch eine einfache Nivellirlatte. In der den Tabellen vorausgeschickten Einleitung wird in Kürze bewiesen, dass bei horizontaler Lage des Fernrohrs (wenn der Mittelfaden des Fernrohrs auf den Nullpunkt der Latte, — einer gewöhnlichen in Centimeter getheilten Nivellirlatte —, einsteht), die horizontale Entfernung s der Latte vom Standpunkte gegeben ist durch den Ausdruck

$$s = \frac{f}{g} a' + nf + f$$

wo f die Brennweite des Fernrohrs, g der Fadenabstand im Ocular, nf der Abstand des Objectivs von der Drehungsachse des Fernrohrs und a' der durch die beiden Fäden bezeichnete Lattenabschnitt ist.

Setzt man

$$\frac{f}{g} = B \text{ und } (n+1)f = C$$

so folgt

$$s = Ba' + C.$$

Ist das Fernrohr um den Winkel α gegen den Horizont geneigt, so wird die Formel für die horizontale Entfernung

$$d = Ba \cos^2 \alpha + C \cos \alpha$$

und für den Höhenunterschied

$$h = \frac{B}{2} a \sin 2\alpha + C \sin \alpha .$$

Es ist klar, dass man die Werthe von d und h für ein bestimmtes Instrument, dem specielle Werthe von B und C zukommen, in Tafeln bringen kann, die nach den doppelten Argumenten a (Lattenabschnitt) und α (Neigungswinkel) fortschreiten. Dies ist nun in der vorliegenden Schrift für einen 19^cm-Theodoliten, dessen Constanten B und C zu 116,6613, resp. 0,3654 bestimmt wurden, geschehen und zwar für alle Neigungswinkel zwischen 0 und $\pm 30^0$, von 5 zu 5^m fortschreitend, während die Lattenabschnitte von 0 bis 1,50 in Intervallen von 0,01 angegeben sind.

Für ein anderes Instrument mit von dem vorigen verschiedenen Constanten müssten auch selbsverständlich andere Tabellenwerthe gerechnet werden. Um dies zu vermeiden, schlägt der Verfasser vor, den untersten Faden verstellbar zu machen, so dass man bei einem anderen, von dem ersten nicht sehr verschiedenen Fernrohre den Fadenabstand entsprechend reguliren kann, so dass

$$\frac{f'}{g'} = \frac{f}{g} = B$$

werde. Freilich ändert sich bei einem Fernrohre mit anderer Brennweite auch die Constante C, doch glaubt dies Verfasser nur gering anschlagen zu müssen, da einestheils der blos additive Werth von C nur klein, anderntheils aber auch die Aenderung der Brennweite bei Fernröhren ähnlicher geodätischer Instrumente nur unbedeutend ist und somit die Aenderung von $C = (n+1) f$ praktisch vernachlässigt werden kann.

Wenn wir die Richtigkeit dieser Argumente auch nicht ganz in Abrede stellen wollen, so liegt doch in diesen kleinen Aenderungen der Constanten ein bedenkliches Moment der Unsicherheit und desshalb werden die vorliegenden Tabellen wohl nur eine beschränktere Verwendung finden hönnen. Es gehört jedenfalls zu den

schwierigsten Aufgaben, für genaue Arbeiten den Abstand der Fäden so zu reguliren, dass $\frac{f}{g'} = \frac{f}{g}$ werde und es frägt sich, ob nicht die Absicht einer allgemeineren Verwendung der Tafeln ebensogut durch Beibehaltung eines festen Fadenabstandes unter gleichzeitiger Aenderung der Lattentheilung (die natürlich immer decimal bleibt) erreicht werde. Die Erfahrungen, die wenigstens Referent bei Distanzmessern mit verstellbarem Fadenabstande gemacht hat, sprechen keineswegs zu Gunsten dieser letzteren Einrichtung.

Die Bestimmung der Constanten B und C für das im vorliegenden Buche beschriebene Instrument erfolgte in der Weise, dass man aus 17 Gleichungen

$$s = B a' + C$$

in welchen die s durch genaue Messungen, die a' durch entsprechend scharfe Beobachtungen gefunden wurden, die Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmte. Wir müssen uns dazu die Bemerkung erlauben, dass ein solches Vorgehen die Constante C nur mit grosser Unsicherheit gibt und dass man desshalb besser C durch directe Messung bestimmt. C ist aber gleich der Brennweite + dem Abstande des Objectivs von der Drehungtachse des Fernrohrs. Dieser Abstand kann, wie leicht zu sehen, mit grösserer Schärfe direct gemessen als durch Beobachtung bestimmt werden. In den meisten Fällen setzt man genau genug $c = \frac{2}{3} f$, wobei der obige Abstand zu $\frac{1}{2} f$ angenommen ist.

Die weiteren Erläuterungen der Einleitung beziehen sich auf die Berechnung der Tafeln und den praktischen Vorgang der Distanz- und Höhenbestimmung im Felde. Man gewinnt besonders aus dem letzteren Abschnitte die Ueberzeugung, dass die Hamburger Karten jedenfalls in hypsometrischer Beziehung viele anderen Katasteraufnahmen übertreffen werden, denn es erregt wirklich Erstaunen, wenn man sieht, welch' geringe Aufmerk-

samkeit man diesem so wichtigen Punkte bei den meisten Landesvermessungen geschenkt hat. Jedenfalls ist es ein nicht geringes Verdienst der Hamburger Vermessungsleitung, der Wichtigkeit umfassender Höhenbestimmungen durch die in der Einleitung vorliegender Schrift erläuterten Arbeiten Rechnung getragen zu haben und insbesondere dürfte die hier erfolgte Ersetzung des Messtisches und der Kipregel durch den distanzmessenden Theodolit zur Erhöhung der Genauigkeit nicht unwesentlich beigetragen haben.

J. H. Franke.

Tafeln zur Berechnung rechtwinkliger Coordinaten. Im Auftrag des Herrn Finanzministers bearbeitet von *H. F. Defert*, Forstmeister und Feldmesser, Vorsteher des Königl. Preuss. Forsteinrichtungsbureaus. Stereotypendruck. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. Berlin 1874. Verlag von Justus Springer, gr. 4°. XXXI u. 97 S. Preis 2 Thlr. 20 Sgr.

In der Einleitung gibt der Verfasser alle bei der Vermessung der Preussischen Staatswaldungen vorkommenden Berechnungen durch Beispiele in den vorgeschriebenen Formularien ausgerechnet, mit beigesetzten Figuren und Auszügen aus der Vermessungsinstruction. Es sind darin die neusten Schemas gegeben zum Coordinatenverzeichniss und zur Flächenberechnung aus den rechtwinklichen Coordinaten, zur Berechnung der rechtwinklichen Coordinaten aus den geographischen Positionen, zur Berechnung der Neigungen und Entfernungen aus den rechtwinklichen Coordinaten, zur Berechnung der Dreiecke und zur Fehlersausgleichung nach den Sinusproducten.

Die Coordinatentafeln enthalten die Producte $a \sin \alpha$ und $a \cos \alpha$ für $a = 10$, 20 etc. bis 90 mit dem Azimuthwinkel α von Minute zu Minute nach der alten Kreistheilung (Sexagesimaltheilung), neben welcher auch die entsprechenden Decimaltheile des Quadranten nach neuer Theilung (Centesimaltheilung) auf Secunden angegeben sind.

Jede Seite enthält die Werthe für einen halben Grad; von 0° bis 44° sind auf der Seite links die Producte von 0' bis 29', auf der Seite rechts von 30' bis 59' angegeben, von 45° bis 90° umgekehrt. Die Decimaltheile der Länge *a* sind in Zwischenabschnitten mit kleineren Ziffern gedruckt, als Hilfstafeln, von 10 zu 10 Minuten angegeben. Die Spalten von 20 bis 90 enthalten die Producte mit 3 Decimalstellen, die Spalte 10 hingegen mit 5 Decimalstellen, wodurch man auch die Producte für $a = 100$ und 1000 durch Versetzen des Kommas und für $a = 200, 300\ldots$ durch Multipliciren mit 2, 3... erhält.

Eine weitere Hilfstafel gibt auf 8 Seiten die Proportionaltheile an, um welche die aus den Haupttafeln entnommenen Sinusproducte zu vergrössern, die Cosinusproducte zu verkleinern sind, wenn die Winkel noch Secunden enthalten.

Vorliegendes Werk kann als ein mit vielem Fleisse bearbeitetes praktisches Hilfsbuch überall da empfohlen werden, wo die alte Kreistheilung eingeführt ist; es hat im Vergleich mit andern Coordinatentafeln den Vorzug, dass die Producte $a \sin \alpha$ und $a \cos \alpha$ unmittelbar neben einander stehen und dass für je 10 zu 10 Minuten die Decimaltheile in besonderen Tafeln angegeben sind.

Bei der Vergleichung, welche auf Seite 1 mit der logarithmischen Rechnung gemacht ist, scheint der Verfasser nicht ganz gerecht verfahren zu sein, denn es wird keinem Vermessungstechniker einfallen, bei Berechnung der Coordinatendifferenzen von Polygonpunkten siebenstellige Logarithmen zu verwenden und die Resultate auf Hundertel Millimeter anzugeben, während fünfstellige Tafeln in der halben Zeit die hinreichende Genauigkeit liefern, da bei dem Messen der Seiten die Centimeter nur geschätzt werden können.

Durch die Einführung des Metermasses haben die Geometer mit bedeutend grösseren Zahlen zu rechnen, da die Einheit 3 mal kleiner geworden ist. Die Coordinatendifferenzen von Polygonpunkten, deren Abstand

grösser als 100 Meter ist, erhält man erst durch achtmaliges Zusammensetzen, während bei der logarithmischen Berechnung nur drei Logarithmen und zwei Numeri aufzuschlagen sind. Eine Vergleichung mit der Anwendung fünfstelliger Logarithmentafeln wird daher eher zum Vortheil, als zum Nachtheil derselben ausfallen.

Carlsruhe, März 1874.

M. Doll.

Kleinere Mittheilungen.

In neuerer Zeit wurden auf Veranlassung der Europäischen Gradmessung Präcisionsnivellements den Eisenbahnen nach aufgenommen, welche den Zweck haben, genaue Höhenangaben über einem Horizont, nämlich dem *Mittelwasser* der Ostsee bei Swinemünde, zu liefern.

Bei der Vergleichung mit früher bestimmten Meereshöhen hat man nun sehr darauf zu achten, welcher Horizont denselben zu Grunde gelegt ist, denn sie beziehen sich zum Theil auf den Nullpunkt des Pegels bei Swinemünde, die meisten preussischen Angaben aber auf den Nullpunkt des Pegels in Neufahrwasser bei Danzig.

Es hat mich dies veranlasst, eine Erhebung zu machen über die Höhenverhältnisse beider Pegel, welche mir von dem Königl. Ober-Landes-Baudirector Hagen in Berlin in der bereitwilligsten Weise, wie folgt, mitgetheilt wurde.

Nach den täglich zu Mittag angestellten Beobachtungen ist der mittlere Wasserstand

bei Swinemünde $=$ 3′ 4″, 45
» Neufahrwasser $=$ 11′ 2″, 49

an den Hauptpegeln nach Rheinländischem Fussmasse gemessen (1 Rheinl. Fuss zu 12 Zoll $=$ 139,13 Pariser Linien $=$ 0,3185 Meter).

Nach Vergleichung der mittleren Wasserstände der 28 Jahre von 1846 bis 1873, auf welche vorstehende Angaben

sich beziehen, beträgt der wahrscheinliche Fehler der ersten Angabe 0,461 und der der zweiten 0,339 Zoll. Dieser Unterschied erklärt sich dadurch, dass Neufahrwasser in einer Bucht liegt, in der die Anschwellungen und Senkungen der See bei Stürmen sich schon etwas abschwächen. Die Nullpunkte der Pegel sind daher unter dem Mittelwasser

bei Swinemünde $= 3'4'',45 \pm 0,461'' = 1,0579^{m} \pm 0,0120^{m}$

» Neufahrwasser $= 11'2'',49 \pm 0,339'' = 3,5175^{m} \pm 0,0088^{m}$

Der Nullpukt des Swinemünder Pegels ist demnach über dem Nullpunkt bei Neufahrwasser $= 7'\,10'',04 = 2,4595^{m}$.

Carlsruhe, April 1874. *M. Doll.*

Vereinsangelegenheiten.

Vorläufige Anzeige der Hauptversammlung für das Jahr 1874.

Für die diesjährige Hauptversammlung des Deutschen Geometervereines, welche nach Beschluss der vorjährigen Versammlung zu Dresden abzuhalten ist, hat das von den dortigen Vereinsmitgliedern in anerkennenswerther Vorsorge gebildete Local-Comité die Tage des

5., 6. und 7. Juli

vorgeschlagen und Seitens der Vorstandschaft ist diesem Vorschlage zugestimmt worden. Die sämmtlichen Vereinsmitglieder werden demnach ersucht, hiervon Kenntniss zu nehmen, und soweit sie an der Hauptversammlung sich zu betheiligen beabsichtigen, für die erwähnten Tage sich einzurichten.

Anmeldungen für die Tagesordnung, welche zugleich mit der definitiven Einladung und einem speciellen Programme im Monat Juni durch die Zeitschrift bekannt

gemacht werden wird, können nur bis 25. Mai d. J. Berücksichtigung finden und sind daher vor diesem Tage der Vorstandschaft zu übergeben.

Hierbei kann nicht unterlassen werden, wiederholt auf §. 23 der Vereinssatzungen aufmerksam zu machen, wonach denjenigen, welche an dem Besuche der Versammlung verhindert sind, die Theilnahme durch Delegirte gestattet ist.

Cassel, am 5. April 1874.

Die Vorstandschaft des Deutschen Geometervereins.
Koch.

Bekanntmachung.

Alle **ausserhalb Deutschland und der Schweiz wohnenden verehrlichen Mitglieder** des Deutschen Geometervereins, welche bis jetzt ihren Mitgliedsbeitrag pro 1874 noch nicht eingezahlt haben, werden hiermit ersucht, die Einzahlung an den Cassirer des Vereins, **Herrn Steuerrath Kerschbaum** in **Coburg**, baldgefälligst zu bewerkstelligen.

Bibliothek und Archiv des Deutschen Geometervereins.

Von mehreren Behörden und Mitgliedern oder Gönnern des Deutschen Geometervereins sind diesem eine Anzahl zum Theil sehr werthvoller Werke geschenkt, welche den Anfang und Stamm einer Sammlung von Büchern, Karten und Instrumenten zu bilden bestimmt sind, und hoffentlich durch weitere Gaben, wie auch durch die eigenen Mittel des Vereins bald werden erheblich vermehrt werden.

Indem die Vorstandschaft sich demnach zunächst der angenehmen Pflicht unterzieht, den Gebern dieser Werke, deren Namen in dem Kataloge angegeben sind, den Dank des Vereines zu zollen, übergibt dieselbe hiermit Biblio-

thek und Archiv, gemäss §. 18 der Satzungen, dem Gebrauche der Vereinsmitglieder mit dem Wunsche, dass durch fleissige Benutzung der vorhandenen Werke im Allgemeinen die Verbreitung nützlicher Kenntnisse gefördert, und im Besonderen den einzelnen Mitgliedern wesentlicher Vortheil gestiftet werden möge.

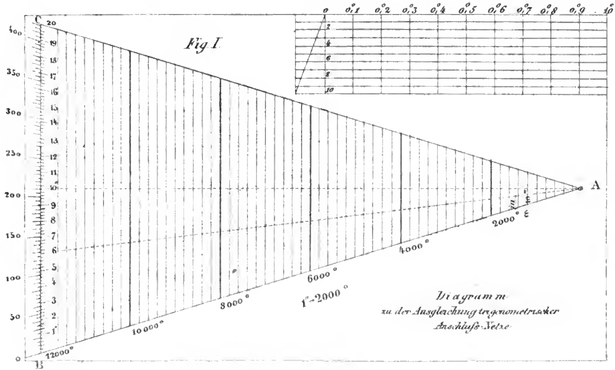
Die Verwaltung der Bibliothek und des Archives liegt nach §. 9 der Satzungen dem ersten Schriftführer — zur Zeit Herrn Obergeometer Krehan in Weimar — ob, welcher auf jedesmaligen Antrag die Versendung der geforderten Werke bewirken wird.

Die Verleihung geschieht hierbei unentgeltlich; doch muss der Entnehmer die Kosten der Verpackung und Versendung tragen. Ueberhaupt sind die Bedingungen für die Entnahme und insbesodnere die Massnahmen für die Sicherstellung des Vereins in einer »*Ordnung für die Benutzung der Bibliothek und des Archives des Deutschen Geometervereins*« zusammengestellt, welche auf der Rückseite der auszufüllenden Antragsformulare abgedruckt ist, und auf welche hiermit Bezug genommen wird. Diese Antragsformulare, von welchen ein Exemplar diesem Hefte der Zeitschrift beigefügt ist, werden auf Brief- oder Postkartenbestellung den Mitgliedern des Vereines von dem Archivverwalter unter Streifband zugeschickt werden.

Die Vorstandschaft stellt somit die Benutzung der Werke den Vereinsmitgliedern anheim, nimmt aber auch diese Gelegenheit wahr, um die Förderung und Vermehrung der Sammlungen allen Gönnern des Vereines eindringlich an's Herz zu legen, und um Zuwendung von Werken — namentlich auch älterer, welche über die Geschichte und die Entwickelung des Vermessungswesens und der mit demselben zusammenhängenden Wissenschaften Licht zu geben geeignet sind — zu bitten.

Ueber den Zuwachs wird in Form einer Fortsetzung des Kataloges alljährlich durch die Zeitschrift Mittheilung gemacht werden.

Die Vorstandschaft.


Fig I.
Diagramm
zu der Ausgleichung trigonometrischer
Anschluß-Netze
1" = 2000°
A
B
C
2000°
4000°
6000°
8000°
10000°
12000°
0
50
100
150
200
250
300
350
400
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0

Ueber die Ausgleichung trigonometrischer Anschlussnetze.

Von **Johann Marek**, Vorstand des k. ung. Triangulirungsbureaus.

I.

In Helmert's Methode der kleinsten Quadrate, Leipzig 1872, findet sich auf pag. 329 Art. III. eine Bemerkung über die Ausgleichung eines Dreiecksnetzes nach vermittelnden Beobachtungen und es heisst zum Schlusse darin, dass in der Regel dieses Verfahren nicht nur der schwierigen Aufstellung der Fehlergleichungen wegen, sondern auch der grössern Anzahl Normalgleichungen wegen, welche im Zusammenhange aufgelöst werden müssen, sehr umständlich sei.

Diese Bemerkung veranlasst mich, die seit dem Jahre 1868 bei der k. ung. Katastral-Triangulirung hauptsächlich bei Verbindungen zweier oder mehrerer Dreiecksnetze und bei Kleintriangulirungen in Städten, von mir eingeführte und auf dem oben erwähnten Principe beruhende Methode näher zu beschreiben, in der Hoffnung, dass sie manchen Fachmann interessiren dürfte umsomehr, als bei der praktischen Ausübung derselben sich die Erfahrung gezeigt hatte, dass diese von dem operirenden Triangulirungspersonale am schnellsten einzuüben sei und nicht minder genaue Resultate als die strenge Methode liefere.

Der Vorgang hiebei ist folgender:

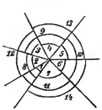
a. Die durch Repetition gemessenen Winkel werden auf jeder Station mittelst Horizontabschlüssen ausgeglichen. Diese Ausgleichung geschieht nach Gerling's Anleitung, indem man für die beobachteten n Visuren Annäherungswerthe annimmt und ihre wahrscheinlichsten Aenderungen ϱ_1 ϱ_2 .... ϱ_{n-1}, ϱ_n nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Die Elimination der hiebei zum Vorschein kommenden Normalgleichungen geschieht

in *indirecter Weise*, indem man die Widersprüche w_1 w_2 w_3 .... w_n durch Substituirung von Näherungswerthen für die Unbekannten ϱ_1 ϱ_2 .... ϱ_n immer kleiner und kleiner macht, bis sie endlich gleich Null werden.

Bei Kleintriangulirungen, wo nur selten Hindernisse im Anvisiren der Punkte vorkommen, daher eine allgemeine Regel für die Vornahme der Beobachtung aufgestellt werden kann — hatte man überdies bestimmt, dass jeder einfache im Horizonte vorkommende Winkel m, ausser der Originalmessung desselben noch in Verbindung mit dem nächsten links und rechts anliegenden Nachbarwinkel gemessen werde, so dass immer auch die Summenwinkel $(r+m)$ und $(l+m)$ beobachtet werden sollen.

Ist dies der Fall, so kann man unter Voraussetzung, dass sämmtliche Winkel ein gleiches Gewicht haben, die durch den Horizontabschluss zu bestimmenden Winkelcorrectionen v_1 v_2 v_3 .... v_n unmittelbar durch die Fehler w_1 w_2 w_3 .... w_n ausdrücken und berechnen. Man findet z. B. bei 7 Visuren und 14 gemessenen Winkeln, die in der nebenstehenden Figur durch Bögen bezeichnet sind, folgende Ausdrücke für die Winkelcorrectionen:

Fig. 1.



$$v_1 = M - \frac{3(w_8 + w_{11}) - 2(w_{12} + w_{14}) - w_{13}}{13}$$

$$v_2 = M - \frac{3(w_8 + w_{12}) - 2(w_9 + w_{11}) - w_{10}}{13}$$

$$v_3 = M - \frac{3(w_9 + w_{12}) - 2(w_8 + w_{13}) - w_{14}}{13}$$

$$v_4 = M - \frac{3(w_9 + w_{13}) - 2(w_{10} + w_{12}) - w_{11}}{13}$$

$$v_5 = M - \frac{3(w_{10} + w_{13}) - 2(w_9 + w_{14}) - w_8}{13}$$

$$v_8 = M - \frac{3(w_{10} + w_{14}) - 2(w_{11} + w_{13}) - w_{12}}{13}$$

$$v_7 = M - \frac{3(w_{11} + w_{14}) - 2(w_8 + w_{10}) - w_9}{13}$$

wobei $M = \frac{(w_8 + w_2 + w_{10} + w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{14}) - 13 w_0}{91}$

der Abkürzung wegen gesetzt wurde.

Zur Controle kann man auch die Correctionen der Summenwinkel berechnen, man findet hier:

$$v_8 = N - \frac{2(w_{11} + w_{12}) - (w_9 + w_{14}) - 6 w_8}{13}$$

$$v_9 = N - \frac{2(w_{12} + w_{13}) - (w_8 + w_{10}) - 6 w_9}{13}$$

$$v_{10} = N - \frac{2(w_{13} + w_{14}) - (w_9 + w_{11}) - 6 w_{10}}{13}$$

$$v_{11} = N - \frac{2(w_8 + w_{14}) - (w_{10} + w_{12}) - 6 w_{11}}{13}$$

$$v_{12} = N - \frac{2(w_8 + w_9) - (w_{11} + w_{13}) - 6 w_{12}}{13}$$

$$v_{13} = N - \frac{2(w_9 + w_{10}) - (w_{12} + w_{14}) - 6 w_{13}}{13}$$

$$v_{14} = N - \frac{2(w_{10} + w_{11}) - (w_8 + w_{13}) - 6 w_{14}}{13}$$

wobei wieder N

$$= \frac{9(w_8 + w_9 + w_{10} + w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{14}) - 26 w_0}{91}$$

gesetzt wurde und wo die Ausdrücke aus den nachstehenden Bedingungsgleichungen erhalten wurden.

12.

1. $0 = w_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7$
2. $0 = w_8 + v_1 + v_2 - v_8$
3. $0 = w_9 + v_3 + v_4 - v_9$
4. $0 = w_{10} + v_5 + v_6 - v_{10}$
5. $0 = w_{11} + v_1 + v_7 - v_{11}$
6. $0 = w_{12} + v_2 + v_3 - v_{12}$
7. $0 = w_{13} + v_4 + v_5 - v_{13}$
8. $0 = w_{14} + v_6 + v_7 - v_{14}$

Sind nach einer dieser zwei Methoden auf allen Stationen die Horizontabschlüsse gemacht worden, so beginnt die eigentliche Netzausgleichung, wobei noch zu bemerken bleibt, dass in jenen Fällen, wo nur wenige Winkelcombinationen auf einer Station gemessen wurden, die Horizontabschlüsse auch gänzlich wegbleiben können und dafür jeder gemessene Winkel in die Netzausgleichung original genommen werden kann.

b. Die nach den Horizontabschlüssen erhaltenen Winkel werden neuerdings einer Ausgleichung unterworfen und erhalten neue Correctionen, welche den Bedingungen eines streng ausgeglichenen Dreiecksnetzes entsprechen und wobei die Summe ihrer Quadrate ein Minimum werden soll.

Bei dieser Ausgleichung geht man von folgenden Principien aus:

Ein geodätisches Dreiecksnetz wird immer auf einer bekannten Fläche liegend vorausgesetzt, daher zur Bestimmung eines neuen Punktes nur zwei Richtungen erforderlich sind.

Wir setzen der Einfachheit wegen nur ein in der Ebene liegendes Netz voraus, indem es mit leichter Mühe möglich ist, ein sphärisches Netz nach irgend einer Methode, z. B. mittelst der stereographischen Projection jederzeit in die Ebene zu übertragen.

Nimmt man daher in einem Netze, worin n neue Punkte festzulegen sind, $2n$ Richtungen $S_1\ S_2\ S_3 \ldots.\ S_{2n}$ beliebig, jedoch in der Art heraus, dass dadurch diese n

Punkte bestimmt werden können, und ändert diese um willkürlich kleine Differenzen $\varrho_1\ \varrho_2 \ldots . \varrho_{2n}$, so werden aus den Aenderungen dieser Richtungen die Aenderungen aller gemessenen Elemente, also auch die r überschüssigen Richtungsänderungen $r_{2n+1}\ r_{2n+2} \ldots . r_{2n+r}$ bestimmt werden können, und da diese Aenderungen so klein vorausgesetzt werden, dass man die höhern Potenzen dieser Grössen vernachlässigen kann, wird man folgende lineare Gleichungen dafür erhalten:

$$\left.\begin{array}{l} r_{2n+1} = a_1\varrho_1 + b_1\varrho_2 + c_1\varrho_3 + \ldots . \\ r_{2n+2} = a_2\varrho_1 + a_2 b_2 + c_2\varrho_3 + \ldots . \\ r_{2n+3} = a_3\varrho_1 + b_3\varrho_2 + c_3\varrho_3 + \ldots . \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ r_{2n+r} = a_r\,\varrho_1 + b_r\,\varrho_2 + c_r\,\varrho_3 + \ldots . \end{array}\right\} \quad (1)$$

worin $a_1\ b_1\ c_1\ a_2\ b_2\ c_2 \ldots . a_r\ b_r\ c_r$ constante Werthe der Differential-Quotienten der Functionen, welche die Abhängigkeit der $r_{2n+1}\ r_{2n+2} \ldots .$ von $\varrho_1\ \varrho_2 \ldots . \varrho_{2n}$ ausdrücken, bedeuten. Da man von der Richtungsänderung des rechten Schenkels nur die Aenderung des linken abzuziehen braucht, um die Aenderung des von beiden Schenkeln eingeschlossenen Winkels zu erhalten, so werden die Aenderungen der Winkel des ausgeglichenen Netzes durch Ausdrücke von folgender Form dargestellt werden können: Gewicht.

$$\left.\begin{array}{ll} v_1 = w_1 + \alpha_1\varrho_1 + \beta_1\varrho_2 + \gamma_1\varrho_3 + \ldots . & p_1 \\ v_2 = w_2 + \alpha_2\varrho_1 + \beta_2\varrho_2 + \gamma_2\varrho_3 + \ldots . & p_2 \\ v_3 = w_3 + \alpha_3\varrho_1 + \beta_3\varrho_2 + \gamma_3\varrho_3 + \ldots . & p_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ v_m = w_m + \alpha_m\varrho_1 + \beta_m\varrho_2 + \gamma_m\varrho_3 + \ldots . & p_m \end{array}\right\} \quad (2)$$

worin $w_1\ w_2\ w_3 \ldots . w_m$ die Fehler bedeuten, wie sie mit dem Vorzeichen zum Vorschein kommen, wenn die in dem vorläufigen, mittelst $2n$ Richtungen bestimmten Netze zurückberechneten Winkel mit den wirklich gemessenen Winkeln verglichen und die letzteren von den ersteren abgezogen werden.

Die Anzahl dieser Gleichungen wird gleich sein der Anzahl aller gemessenen Winkel und es sind daraus die $2n$ unbekannte Grössen $\varrho_1\ \varrho_2 \ldots \varrho_{rn}$ zu bestimmen.

Unter allen Ausgleichungen wird nun diejenige für sich die grösste Wahrscheinlichkeit haben, nach welcher $p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + p_3 v_3^2 + \ldots p_m v_m^2 = \Omega$ ein Minimum wird.

Dies wird aber der Fall, wenn die Werthe von $\varrho_1\ \varrho_2\ \varrho_3 \ldots \varrho_{rn}$ aus den folgenden $2n$ Gleichungen

$$(3)\quad \begin{cases} [p\,\alpha\,\alpha]\,\varrho_1 + [p\,\alpha\,\beta]\,\varrho_2 + [p\,\alpha\,\gamma]\,\varrho_3 + \ldots [p\,\alpha\,w] = 0 \\ [p\,\alpha\,\beta]\,\varrho_1 + [p\,\beta\,\beta]\,\varrho_2 + [p\,\beta\,\gamma]\,\varrho_3 + \ldots [p\,\beta\,w] = 0 \\ [p\,\alpha\,\gamma]\,\varrho_1 + [p\,\beta\,\gamma]\,\varrho_2 + [p\,\gamma\,\gamma]\,\varrho_3 + \ldots [p\,\gamma\,w] = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

in bekannter Weise bestimmt werden.

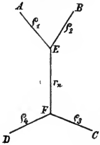
Die hier in eckigen Klammern eingeschlossenen Grössen haben die bei der Methode der kleinsten Quadrate übliche Bedeutung.

Wenn man durch Elimination die Werthe $\varrho_1\ \varrho_2\ \varrho_3 \ldots \varrho_{2n}$ aus diesen Gleichungen berechnet und in die Gleichungen (2) substituirt, so erhält man die sämmtlichen Correctionen $v_1\ v_2\ v_3 \ldots v_m$, welche an die Messungen anzubringen sind, und das Netz ist ausgeglichen.

II. Bestimmung der Differentialquotienten $a_1\ b_1\ c_1 \ldots a_r\ b_r\ c_r$ der Richtungen $S_1\ S_2 \ldots S_{2n+r}$.

Es seien die Punkte E und F mittelst der Richtungen $AE = S_1$ $BE = S_2$ $CF = S_3$ $DF = S_4$ bestimmt worden und man fragt nach der Aenderung r_n der Richtung $EF = S_n$ in jenem Falle, wenn

Fig. 2.



S_1 in $S_1 + \varrho_1$

S_2 » $S_2 + \varrho_2$

S_3 » $S_3 + \varrho_3$

S_4 » $S_4 + \varrho_4$ übergeht.

Bezeichnet man die Coordinaten der Punkte E und F mit $x\,y$ und $x_1\,y_1$, setzt weiter die Distanz $A\,E = d_1$

$BE = d_2$ $CF = d_3$ $DF = d_4$, so erhält man aus der Gleichung

$$tg\, S_1 = \frac{y' - y}{x' - x}$$

durch Differentiation

$$\frac{d\, S_1}{cos^2 S_1} = -\frac{(x' - x)\, d\, y + (y' - y)\, d\, x}{(x' - x)^2}$$

$$dS_1 = \frac{d_1\, cos\, S_1\, d\, y - d_1\, sin\, S_1\, d\, x}{d_1^2}$$

oder wenn $d\, S_1 = \varrho_1''\, sin\, 1''$ gesetzt wird, in Secunden

$$\varrho_1'' = \frac{sin\, S_1\, d\, x - cos\, S_1\, d\, y}{d_1\, sin\, 1''}$$

und in derselben Weise erhält man auch die Aenderung

$$\varrho_2'' = \frac{sin\, S_2\, d\, x - cos\, S_2\, d\, y}{d_2\, sin\, 1''}$$

$$\varrho_3'' = \frac{sin\, S_3\, d\, x_1 - cos\, S_3\, d\, y_1}{d_3\, sin\, 1''}$$

$$\varrho_4'' = \frac{sin\, S_4\, d\, x_1 - cos\, S_4\, d\, y_1}{d_4\, sin\, 1''}$$

woraus man die Werthe ziehen kann

$$dx = sin\, 1'' \cdot \frac{d_1\, cos\, S_2\, \varrho_1'' - d_2\, cos\, S_1\, \varrho_2''}{sin\, (S_1 - S_2)}$$

$$dx_1 = sin\, 1'' \cdot \frac{d_3\, cos\, S_4\, \varrho_3'' - d_4\, cos\, S_3\, \varrho_4''}{sin\, (S_3 - S_4)}$$

$$dy = sin\, 1'' \cdot \frac{d_1\, sin\, S_2\, \varrho_1'' - d_2\, sin\, S_1\, \varrho_2''}{sin\, (S_1 - S_2)}$$

$$dy_1 = sin\, 1'' \cdot \frac{d_3\, sin\, S_4\, \varrho_3'' - d_4\, sin\, S_3\, \varrho_4''}{sin\, (S_3 - S_4)}$$

Nun hat man für die Aenderung der Richtung S_n den früheren Ausdrücken für ϱ ganz analog:

$$r_n'' = \frac{\sin S_n\, dx - \cos S_n\, dy}{d_n \sin 1''} + \frac{\sin S_n\, dx_1 - \cos S_n\, dy_1}{d_n \sin 1''}$$

und wenn hierin die obigen Werthe von $dx\ dy\ dx_1\ dy_1$ substituirt werden, erhält man in Secunden für

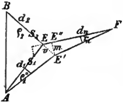
$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} r_n'' = &-\frac{d_1}{d_n}\cdot\frac{\sin(S_n - S_2)}{\sin(S_2 - S_1)}\varrho_1'' \\ &\qquad + \frac{d_2}{d_n}\cdot\frac{\sin(S_n - S_1)}{\sin(S_2 - S_1)}\varrho_2'' \\ &-\frac{d_3}{d_n}\cdot\frac{\sin(S_n - S_4)}{\sin(S_4 - S_1)}\varrho_3'' \\ &\qquad + \frac{d_4}{d_n}\cdot\frac{\sin(S_n - S_3)}{\sin(S_4 - S_3)}\cdot\varrho_4'' \end{aligned}\right.$$

wobei zu bemerken, dass die Indices der Richtungswinkel auf jedem Standpunkte immer im Sinne von links nach rechts zu nehmen sind.

Da aus dem vorläufig berechneten Dreiecksnetze die sämmtlichen Seiten $d_1\ d_2 \ldots . d_{2n+r}$ so wie auch die Richtungen $S_1\ S_2\ S_3 \ldots . S_{2n+r}$ bekannt sind, so kann die Berechnung der Coefficienten von $\varrho_1\ \varrho_2 \ldots . \varrho_{2n}$ nach Formel (4) leicht vorgenommen werden.

Viel schneller und mit vollkommen hinreichender Genauigkeit gelangt man zur Kenntniss dieser Coefficienten auf graphischem Wege, indem man diese Grössen aus einem Uebersichtsplan des trigonometrischen Netzes mit Hilfe eines Diagramms entnimmt.

Fig. 3.



Denkt man sich die Richtung S_2 unverändert, während S_1 in $S_1 + \varrho_1$ übergeht, so erhält man den Punkt E', verbindet man diesen mit F, so hat man Winkel $E'FE = -r_n'$ als Aenderung in S_n, in Folge der Aenderung von S_1.

Es ist dann $EE' = \frac{d_1 \sin \varrho_1}{\sin(S_2 - S_1)} = \frac{d_1 \varrho_1''}{\sin(S_2 - S_1)} \cdot \sin 1''$

und fällt man von E' auf EF eine Senkrechte $E'E''$,

so ist $E'E'' = EE' \sin(S_n - S_2) = \frac{d_1 \sin(S_n - S_2)}{\sin(S_2 - S_1)} \varrho_1'' \sin 1''$

Es ist aber $r_n' = \frac{-E'E''}{d_n}$, daher diese Aenderung in Secunden $(r_n)'' = \frac{-E'E''}{d_n \cdot \sin 1''}$ und daraus

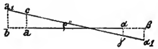
(5) $\frac{(r_n)''}{\varrho_1''} = \frac{-d_1}{d_n} \cdot \frac{\sin(S_n - S_2)}{\sin(S_2 - S_1)} = a_1$ genau derselbe Coefficient, wie er unter Gleichung (4) im ersten Gliede vorkommt.

In ähnlicher Weise erhält man auch die Coefficienten $b_1\ c_1\ \ a_2\ b_2\ c_2 \ldots$, wenn man nacheinander die Richtungen S_2 in $S_2 + \varrho_2$ S_3 in $S_3 + \varrho_3$ etc. übergehen lässt und alle übrigen Richtungen unverändert beibehält.

III. Diagramm zur Ausmittlung der Richtungsänderungen und Angabe der logarithmischen Differenz bei einer geänderten Dreiecksseite.

Schon etwa vor 20 Jahren hatte der verstorbene Revident *Horsky* im Wiener k. k. Triangulirungs- und Calcul-Bureau dieses Diagramm bei den damals noch approximativ geführten Ausgleichsrechnungen und zur Centrirung der excentrisch beobachteten Winkel in Anwendung gebracht, und wir wollen im Nachfolgenden die von ihm selbst gegebene Erklärung dieser Vorrichtung so weit als möglich getreu geben.

Fig. 4.



Wenn eine Dreiecksseite $a\alpha$ in Folge von Winkelcorrectionen oder andern Ursachen sowohl der Grösse als auch der Lage nach sich

ändert, so dass ihre Endpunkte a und α in die Lage a_1 und α_1 übergehen, so hat man, wenn $a\,b$, $\alpha\beta$ im Allignement von $a\,\alpha$, $a_1\,c$, $\alpha_1\,\gamma$ parallel zu diesen gezogen werden und $a_1\,b$, $a\,c$, $\alpha_1\,\beta$, $\alpha\,\gamma$ senkrecht darauf stehen, und wenn $a\,\alpha = S$, $a_1\,\alpha_1 = S + \triangle S$, $a\,b = s$, $\alpha\beta = \sigma$, $b\,a_1 = p$, $\beta\,\alpha_1 = \pi$ gesetzt wird, die Richtungsänderung in Secunden:

$$\varrho'' = \frac{p+\pi}{(S+s+\sigma)\sin 1''}$$

und die Aenderung der Seite $\triangle S$ findet man aus der Gleichung

$$(S+s+\sigma)^2 + (p+\pi)^2 = (S+\triangle S)^2$$

Diese Gleichungen kann man auch umgestalten in

$$\varrho'' = \frac{p+\pi}{\sin 1''\, S\left(1+\frac{s+\sigma}{S}\right)}$$

und

$$(S+s+\sigma)^2\left\{1+\left(\frac{p+\pi}{S+s+\sigma}\right)^2\right\} = (S+\triangle S)^2$$

oder

$$(S+s+\sigma)\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{p+\pi}{S+s+\sigma}\right)^2 - \ldots\right\} = S+\triangle S$$

$$\varrho'' = \frac{p+\pi}{S\sin 1''}\cdot\left(1-\left(\frac{s+\sigma}{S}\right)+\left(\frac{s+s}{S}\right)^2 - \ldots\right)$$

es wird daher auch

$$S+\triangle S = (S+s+\sigma) + \frac{1}{2}(p+\pi)\,\frac{(p+\pi}{(S+s+\sigma)}$$

Da aber $(p+\pi)$ und $(s+\sigma)$ gegenüber S sehr klein sind, kann man auch nach beiderseitiger Weglassung der Grösse S setzen:

$$(6)\qquad \begin{cases} \triangle S = s+\sigma \\ \varrho'' = \dfrac{p+\pi}{S\sin 1''} \end{cases}$$

und um die Aenderung der Seite in briggischen Logarithmen zu erhalten, nehme man die Gleichung

$$S + \triangle S = S\left(1 + \frac{s+\sigma}{S}\right)$$

logarithmisch, so wird

$$log\ S + M \cdot \frac{s+\sigma}{S} - M \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{s+\sigma}{S}\right)^2 \ldots = log\,(S + \triangle S)$$

wo es wieder hinreichend ist

$$log\ S + M\left(\frac{s+\sigma}{S}\right) = log\,(S + \triangle S)$$

zu setzen.

Bezeichnet man den Unterschied der briggischen Logarithmen mit λ, so dass $log\,(S + \triangle S) - log\,S = \lambda$ werde, und nimmt die siebente Decimalstelle als Einheit an, so hat man nachstehende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \triangle S &= s + \sigma \\ \varrho'' &= \frac{1}{sin\,1''} \cdot \frac{p + \pi}{S} \\ \lambda &= 10^7 \cdot M \cdot \frac{s+\sigma}{S} \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

die ihre Giltigkeit behalten, wenn auch $a\,\alpha$ die Darstellung einer sphärischen Dreiecksseite ist, welche die bei noch messbaren Dreiecken mögliche Grösse nicht übersteigt.

Die numerischen Werthe von ϱ'', λ und $\varDelta S$ kann man aber mittelst graphischer Construction aus einem Croquis auf folgende Art entnehmen.

Denke man sich die Coordinaten der Punkte eines auszugleichenden Netzes durch eine vorläufige Berechnung annäherungsweise bestimmt, und ein Croquis z. B. im Masse 1 : 144000 verfasst um eine Uebersicht über die ganze Arbeit zu gewinnen.

Ferner nehme man eine Seite S von bestimmter Länge, denke sich ihre Richtung um den Winkel ϱ geschwenkt und berechne die Senkrechte p von ihrem neuen Endpunkte auf die frühere Lage, was durch die Gleichung $p = S\varrho'' \sin 1''$ geschehen kann, nun nehme man nach dem Croquis-Massstabe die Seite S als Basis AB für ein Diagramm und trage die Aenderung p in einem viel grösseren Massstabe, worin auch die Hundertstel der Einheit gut sichtbar sind, in der Richtung von BC auf, theile die ganze Entfernung BC in die entsprechende Anzahl ϱ' Secunden, so kann man für jede andere Basis und ihre Richtungsänderung das ihr entsprechende Perpendikel, oder wenn das Letztere gegeben ist, ihre Richtungsänderung aus der Scala entnehmen.

Die logarithmische Differenz bei Vergrösserung einer Seite erhält man auf ähnliche Art, wenn man die Vergrösserung in einem einzigen Falle z. B. für ΔS nach dem grössten Massstabe auf die Linie BC aufträgt und daneben die log. Differenz schreibt, dann das Stück ΔS in Einheiten der log. Differenz eintheilt.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellet aus den Gleichungen (7), welche nicht gestört werden, wenn mit Ausnahme von S alle andern Elemente mit einer beliebigen Zahl n multiplicirt werden.

Die lithographirte Beilage zeigt ein solches Diagramm in halber natürlicher Grösse, welches die Richtungsänderungen auf $^2/_{10}$ Secunden und die logarithmische Differenz anf 5 Einheiten der 7. Decimalstelle direct angibt; dasselbe ist construirt für die längste Dreiecksseite von 12000 Klafter bei 20 Secundsn Richtungsänderung.

Es ist nämlich $BC = 1200 . \sin 20'' = 1^0.164$, welches Mass von dem danebenstehenden Massstabe abgetragen und in 20 Theile getheilt die Grösse einer Secunde darstellt.

Die Ausmittlung der Coefficienten $a_1\, b_1 \,..\, a_2\, b_2 \,....$ geschieht graphisch in folgender Weise:

Es sei in Fig. 3 Art. II. die Aenderung der Richtung EF in Folge der Aenderung von AC zu bestimmen. Man trage AE auf die Linie AB des Diagramms von A gegen B auf und nehme die für 10 Secunden entfallende Grösse zwischen den Aequidistanten in den Zirkel, bestimme mittelst dieser als Abstand von der Linie AE und dem unverändert gebliebenen Rayon BE den Punkt E'; trägt man jetzt EF auf das Diagramm über und im Endpunkte dieser Linie, $EE'' = m$ parallel zu BC auf, zieht ferner durch den so erhaltenen Punkt bei m die Gerade $A6$, so erhält man an BC die Ablesung 6″.1 (Secunden) und zwar negativ, weil die Drehung im Punkte F von E gegen E' im verkehrten Sinne war, somit ist der Differentialquotient $a_1 = -\frac{6.1}{10} = -0.60$

Dreht man den Schenkel BE nach rechts, d. i. in der positiven Richtung, so erhält man einen zweiten Punkt, welcher die Richtung FE um -4.8 Secunden ändert, daher $b_1 = \frac{-4.8}{10} = -0.48$ gibt.

Würde der Punkt F noch von den Richtungsänderungen ϱ_3 und ϱ_4 abhängen, so müsste man auf dieselbe Weise die Differentialquotienten a_2 und b_2 bestimmen.

Da wir jedoch F als fix hier ansehen wollen, so ist im vorliegenden Falle $r_n = -0.61\,\varrho_1 - 0.48\,\varrho_2$ als Richtungsänderung von EF zu betrachten, wenn AE in $AE + \varrho_1$ und BC in $BC + \varrho_2$ übergeht.

Um die Aenderung der Seite EF graphisch zu erhalten, denke man sich, dass die Fig. 2 im Massstabe $WZ = 2000^0$ aufgetragen wurde, dann erhält man im ersten Falle, wo der Punkt E in E' übergeht, als Aenderung dieser Seite ($EF = 1460^0$), das Stück EE'' nach dem nebenstehenden Massstabe $= -0^0.04$, als logarithmische Differenz am Diagramm $= 0.0000130$ neg., im zweiten Falle wird die Seite EF um $+0.35$ grösser, daher die logarithmische Differenz am Diagramm $= 0.0000103$ pos. abgelesen.

Da zur Ausgleichung des Netzes nur die Richtungs-

änderungen erforderlich sind, so hat man nur diese als Functionen der Variabeln $\varrho_1\ \varrho_2\ \varrho_3\ \ldots\ \varrho_{2n}$ darzustellen und ist dies geschehen, so wird zur Aufstellung der Gleichungen (2) geschritten, welche erhalten werden, wenn man die Gleichungen für Richtungsänderungen des linken Schenkels von jener des rechten abzieht und hiezu als constantes Glied den Fehler w mit seinem Vorzeichen, wie er sich nach Art. I. b. ergibt, hinzufügt.

Die Bildung der Normalgleichungen (3) geht dann, wenn sämmtliche Gewichte gleich angenommen werden, ziemlich schnell und es bleibt nur die Elimination derselben, als eine der mühsamsten Arbeiten noch durchzuführen übrig; da aber die Anzahl dieser Gleichungen nur allein von der Zahl der neu zu bestimmenden Punkte abhängt, daher bei allen übergreifenden Visuren, wie sie in kleinen Netzen vorkommen, die Gesammtzahl der Schlussgleichungen gar nicht vermehrt wird, so empfiehlt sich diese Methode besonders bei Kleintriangulirungen und jenen Fällen, wo an mehrere Grundlinien einer bereits bestehenden Triangulirung das neue Netz angeschlossen werden soll.

IV. Controle bei der Elimination der Normalgleichungen.

Bei der Elimination der Normalgleichungen ist es sehr wichtig, sich eine Controle für die Richtigkeit des jedesmaligen Systems von Gleichungen zu verschaffen; eine solche Controle liegt in der Entstehungsweise der Coefficienten unmittelbar vor.

Addirt man nämlich die sämmtlichen Coefficienten der verticalen Colonnen und setzt:

$$[AA] = [aa] + [ab] + [ac] + \ldots.$$
$$[AB] = [ab] + [bb] + [bc] + \ldots.$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$[w] = w_1 + w_2 + w_3 + \ldots\ldots$$

und bezeichnet analog die Summen der verticalen Colonnen des nächsten Systems von Gleichungen (worin schon eine Unbekannte weniger vorkommt) mit:

$$[BB]' = [bb]' + [bc]' + [bd]' + \ldots$$
$$[BC]' = [bc]' + [cc]' + [cd]' + \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$[w]' = w'_1 + w'_2 + w'_3 + \ldots\ldots\ldots$$

so ist, wenn diese horizontalen Summen abermals addirt werden, die Gesammtsumme aller Coefficienten der Gleichungen im ersten Systeme

$$S = [AA] + [AB] + [AC] + \ldots\ldots + [w]$$

und im zweiten Systeme

$$S' = [BB]' + [BC]' + [BD]' + \ldots\ldots + [w]'$$

Setzt man noch zur besseren Uebersicht die Summe der ersten horizontalen Zeile

$$[w] + [aa] + [ab] + [ac] + \ldots\ldots = s_1$$

so kann man S' unmittelbar aus S mit Hilfe der folgenden Formel ableiten:

Es ist:

$$S' = S - \frac{[AA]}{[aa]} \cdot s_1$$

und in derselben Weise die Summe aller Coefficienten in dem nächstfolgenden Systeme von Gleichungen

$$S'' = S' - \frac{[BB]'}{[bb]'} \cdot s_2$$

und ebenso $S''' = S'' - \frac{[CC]'}{[cc]} \cdot s_3$ u. s. w.

wodurch man in der Lage ist, die jedesmalige Coefficientensumme des nächstfolgenden Systems von Gleichungen aus dem vorhergehenden Systeme im Voraus zu berechnen.

V. Reihenfolge der bei der Ausgleichung eines Netzes vorzunehmenden Arbeiten.

Die Anwendung dieser Methode hat auch den besonders bei grösseren Ausgleichungen wichtigen Vortheil, dass sie die Vertheilung der Vorarbeiten unter mehrere Rechner gestattet; man kann bis zur Vornahme der Elimination

der Normalgleichungen die Berechnungsarbeiten beliebig vertheilen.

Die Reihenfolge ist folgende:

1. Zur Anfertigung eines Uebersichtsnetzes verschaffe man sich durch eine vorläufige Berechnung die Coordinaten der zu bestimmenden n Punkte, bezeichne alle in diesem Netze gemessenen Winkel der Reihe nach mit 1, 2, 3 ..... m, und ebenso die Richtungsänderungen mit $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots r_{2n+r}$.

2. Wähle man von den $2n+r$ Richtungen $2n$ derart heraus, dass sich je zwei derselben in dem betreffenden Punkte, zu dessen Bestimmung sie dienen sollen, nicht unter einem zu spitzigen Winkel schneiden — bezeichne diese ursprünglich Variabeln mit $\varrho_1, \varrho_2 \ldots\ldots\ldots \varrho_{2n}$ und setze mit Hilfe des Diagramms oder nach Formel (4) die Gleichungen an, so drücken diese die Abhängigkeit aller Richtungsänderungen $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots r_{2n+r}$ von den ursprünglich Variabeln $\varrho_1, \varrho_2 \ldots\ldots \varrho_{2n}$ aus.

3. Aus den vorläufigen Coordinaten der neuen Punkte mit Zuziehung der definitiven Coordinaten der fixen Netzpunkte, berechne man die sämmtlichen Richtungen $S_1\ S_2\ S_3 \ldots\ldots S_{2n+r}$ und stelle aus diesen, durch Abzug der linken Richtung von der rechten, jeden der gemessenen Winkel 1, 2, 3, 4 ..... $(m-1)$, m zusammen.

4. Bilde die Differenzen $w_1\ w_2\ w_3 \ldots\ldots w_m$ mit dem entsprechenden algebraischen Vorzeichen, indem man die gemessenen Winkel von den berechneten abzieht.

5. Setze man die Gleichungen für $v_1\ v_2 \ldots\ldots v_{m-1}\ v_m$ nach Art. I. Gl. (2) an und füge als constantes Glied die zugehörigen w mit dem entsprechenden Vorzeichen dazu, so, dass die Gleichungen

$$0 = w_1 + \alpha_1 \varrho_1 + \beta_1 \varrho_2 + \gamma_1 \varrho_3 + \ldots\ldots$$
$$0 = w_2 + \alpha_2 \varrho_1 + \beta_2 \varrho_2 + \gamma_2 \varrho_3 + \ldots\ldots$$

zum Vorschein kommen.

6. Aus diesen construire man in bekannter Weise die Normalgleichungen von der Form:

$$0 = [aw] + [aa]\varrho_1 + [ab]\varrho_2 + [ac]\varrho_3 + \ldots.$$
$$0 = [bw] + [ab]\varrho_1 + [bb]\varrho_2 + [bc]\varrho_3 + \ldots.$$
$$0 = [cw] + [ac]\varrho_1 + [bc]\varrho_2 + [cc]\varrho_3 + \ldots.$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

7. Durch Elimination von ϱ und bei Anwendung der im Art. IV. gegebenen Controle bestimme man die wahrscheinlichsten Werthe der Aenderungen $\varrho_1\ \varrho_2 \ldots \varrho_{2n}$ und substituire diese in die unter Gl. (2) angeführten Gleichungen, so hat man sämmtliche Verbesserungen $v_1\ v_2\ v_3 \ldots . v_m$ berechnet und also das ganze Netz ausgeglichen.

8. Mit den corrigirten Richtungen $(S_1 + \varrho_1)$, $(S_1 + \varrho_2)$, $(S_3 + \varrho_3) \ldots . (S_{2n} + \varrho_{2n})$ berechne man die Coordinaten der neu zu bestimmenden Punkte und aus diesen die definitiven Seiten und Südwinkel (Richtungswinkel von einer zum Hauptmeridian Parallelen gezählt, zum Unterschiede von den Azimuthen), so ist die Ausgleichung des Netzes abgeschlossen.

Stellt man aus diesen definitiven Südwinkeln die Dreieckswinkel zusammen, so erhält man die definitiven Correctionen $v_1\ v_2\ v_3 \ldots v_m$, welche mit jenen unter Punkt (7) ausgemittelten vollkommen übereinstimmen müssen.

Schlussbemerkung.

Da eine vorläufige Berechnung der Punkte des Hauptnetzes schon während der Tracirung der darauf folgenden übrigen Netzordnungen zur Verfassung eines richtigen Uebersichtscroquis unentbehrlich ist, so hat man nur dafür zu sorgen, dass diese Punkte schon derart genau sind, dass man auf die Fehler $w_1\ w_2 \ldots w_m$ die linearen Gleichungen anwenden kann, was leicht zu erreichen ist, wenn schon während des Baues der Signale mittelst Theodoliten Bestimmungen vorgenommen werden.

Wenn dann das Netz 2. und 3. Ordnung zwischen den Hauptpunkten abermals ausgeglichen wird, so hat man nach allen Seiten einen genauen und sichern Anschluss erreicht und kann bei Berechnung des Netzes 4. Ord-

nung aus den jedenfalls nur gering von einander abweichenden Bestimmungen einfach das arithmetische Mittel nehmen.

Die Frage, ob bei Kleintriangulirungen zum Zwecke einer Vermessung im grossen Massstabe eine Ausgleichung der Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate unbedingt nothwendig sei, entfällt von selbst, wenn man bedenkt, dass man in solchen Fällen auch ganz kleine Objecte auf dem Plane ausgedrückt haben will, daher auch die Bestimmung der trigonometrischen Punkte eine viel schärfere sein muss, als dies bei kleineren Aufnahmsmassstäben erforderlich ist.

Die Methode in der hier gegebenen Weise angewendet, führt auch viel schneller zum sichern Ziele, als dies durch irgend eine approximative Ausgleichung erreicht werden kann, wobei noch der nicht zu unterschätzende Umstand zu bemerken ist, dass die Endresultate eines trigonometrischen Netzes nicht von der grösseren oder geringeren Befähigung und dem praktischen Gefühle des Rechners abhängen, sondern unabhängig von der Person und nur von einerlei Art aus den vorliegenden Beobachtungen gezogen werden können.

Ofen, am 9. September 1873.

Zum Orthographen von W. Peltz.

In den uns zugegangenen »Mittheilungen über das patentirte Planimeter von *Immeckenberg*, Fulda Hofbuchdruckerei von *J. B. Uth* 1874« finden wir über ein uns sehr bekanntes Instrument, den Orthograph von *W. Peltz*, ein Urtheil ausgesprochen, dem wir auf Grund unserer gemachten Erfahrungen nicht beistimmen können, und dem gegenüber wir unsere Ansichten um so mehr glauben aussprechen zu müssen, als das genannte Instrument bis dahin nur in kleineren Kreisen genügend bekannt ist, und wir die Verbreitung desselben nur im Interesse der geehrten Fachgenossen wünschen können.

Der geehrte Herr Verfasser stellt in dem Vorworte zu seinen »Mittheilungen« mehrere Probleme als für die Feldmesskunst noch der Lösung bedürftig auf und rechnet hiezu auch:

> »sub 3 die Beschaffung eines Apparates zum Kartiren der Messungen, welcher bei entsprechendem Zeitverbrauche die äusserste geometrische Schärfe erreichen lässt,«

und sagt weiter auf Seite 4:

> »Das unter 3 genannte Problem scheint der befriedigenden Lösung nahe zu sein, indem wohl kaum daran zu zweifeln ist, dass es den vereinten Bemühungen der Geometer und Mechaniker gelingen werde, den Orthograph von *W. Peltz* in dem Umfange zu vervollkommnen, dass er als leicht zu handhabendes Insrument zum Kartiren von Messungen statt des Zirkels überall vortheilhaft zu benutzen sein und eine Genauigkeit in den graphischen Darstellungen ermöglichen wird, welche allen Anforderungen entspricht und welche selbstverständlich diejenige des Zirkels weit hinter sich zurücklässt.«

Wenn gleich wir nun keineswegs behaupten wollen, dass der *Peltz*'sche Orthograph ein vollkommenes und der Verbesserung nicht mehr bedürftiges Instrument ist, so hat unserer Ansicht nach doch das von dem Herrn *Immeckenberger* sub 3 aufgestellte Problem durch den Orthograph in seiner jetzigen Form bereits seine vollständige Lösung gefunden, denn das Instrument ermöglicht bei einem höchstens nur halb so grossen Zeitaufwande, als das Kartiren mit dem Zirkel erfordert, einen Genauigkeitsgrad, welcher den Anforderungen der Jetztzeit durchaus entspricht. (Beispielsweise mag erwähnt werden, dass man mit dem Instrument im Stande ist, eine Linie auf dem Papiere nach dem Massstabe »1:4000« in einzelne Meter deutlich sichtbar und genau zu theilen, eine Arbeit, welche selbst mit dem feinsten Zirkel nicht auszuführen sein dürfte.)

Der Orthograph hat denn auch bei den mecklenbur-

gischen Geometern allgemeinen Eingang gefunden und wird von denselben bereits als unentbehrliches Instrument angesehen.

Wir sind überzeugt, dass jeder mit grösseren Kartirungsarbeiten beschäftigte Geometer beim Gebrauche dieses Instrumentes sich sehr bald durch Zeitersparniss und erzielte grössere Genauigkeit für den zur Anschaffung nöthigen Kostenaufwand entschädigt finden wird.

Was nun etwaige Vervollkommnungen des Orthographen anbetrifft, so möge darüber hier noch Folgendes Platz finden:

»1. Es ist einleuchtend, dass durch Anbringung von Lupen sich der Genauigkeitsgrad des Instrumentes noch bedeutend heben lässt, doch ist dabei zu berücksichtigen, dass durch diese Einrichtung die leichte und schnelle Handhabung des Instrumentes nicht unerheblich herabgedrückt wird, und dürfte daher diese Einrichtung nur Weitsichtigen zu empfehlen sein.

2. Ein Mangel an dem Instrument, welcher besonders dem ungeübten Arbeiter fühlbar wird, ist, dass das Lineal nicht genügend fest auf dem Papiere liegt und in Folge dessen leicht seine ursprüngliche Lage verändert, wodurch dann das wiederholte Einstellen des Apparates nöthig wird. Dieser Uebelstand lässt sich jedoch leicht abstellen, entweder indem man das Lineal breiter und in Folge dessen schwerer anfertigen lässt, oder indem man, wie bei uns allgemein geschicht, das Lineal nach geschehener Einstellung durch passend geformte Bleiklötze beschwert. Letzteres Verfahren dürfte den Vorzug haben, dass man den unbeschwerten Apparat leichter und schneller einstellen kann.«

Schwerin im April 1874.

C. Tackert, L. Erdmann, A. Voss, W. Brennicke,
Kammeringenieure.

Ueber das Verhältniss der Geometer zum Staate.

Von L. Winckel, Obergeometer, Vorsteher einer geometrischen Abtheilung im Centralbureau der Rhein. Eisenbahngesellschaft.

Der deutsche Geometerverein hat sich in seiner zweiten Hauptversammlung eingehend mit der so ungemein wichtigen Frage der Ausbildung der Vermessungstechniker beschäftigt und eine weitere Thätigkeit eingeleitet durch Niedersetzung einer Commission, welche entsprechende Ermittlungen machen und in Gemeinschaft mit dem Vorstande des Vereins fernere Schritte thun wird.

Die Ausbildung der Geometer wird aber in erster Linie von dem Verhältnisse abhängen, in welchem dieselben dem Staate gegenüber stehen. In dieser Zeitschrift sind bereits mehrfach sehr dankenswerthe Mittheilungen in dieser Beziehung, namentlich aus Baden und Bayern, gemacht worden. Dieselben beschränken sich jedoch auf die Organisation einzelner Zweige des Faches und geben die thatsächlich bestehenden Verhältnisse ohne Kritik und ohne Vorschläge zu Veränderungen. Die Zeitschrift des deutschen Geometervereins, welchem Mitglieder aus allen Gebieten des Vermessungswesens angehören, dürfte aber wohl der geeignetste Ort zu einer möglichst vielseitigen öffentlichen Besprechung sein. Indem ich mit Gegenwärtigem eine solche zu eröffnen versuche, knüpfe ich an preussische Verhältnisse an, welche die einzigen mir genauer bekannten sind.

Unter der grossen Zahl von Geometern, welche in Preussen von staatlichen Behörden, und zwar durchgehends in dauernder Stellung, beschäftigt werden, sind verhältnissmässig nur ausserordentlich wenige unmittelbare, definitiv angestellte Beamte. Etatsmässige Stellen gibt es fast nur bei den Fortschreibungsbehörden des Katasters. Bei den Königlichen Eisenbahnverwaltungen ist ein Geometer als Plankammerverwalter angestellt. Derselbe figurirt im Etat als Eisenbahnsecretär.

Neben diesen wenigen wirklichen Beamten gibt der Staat einer weitaus grösseren Anzahl von Feldmessern dauernde Beschäftigung bei den verschiedensten Behörden, namentlich bei den Neumessungen für das Kataster, bei den Verkoppelungen (Separationen), bei Königlichen Eisenbahndirectionen, als Hilfsarbeiter bei den Katasterinspectionen u. s. w. Alle diese werden entweder diätarisch oder nach Accordpreisen bezahlt und können in der Regel mit kurzer Kündigungsfrist entlassen werden.

Die übrigen Feldmesser, d. h. die grössere Hälfte, sind Privatgeometer, die entweder als reine Gewerbetreibende einzelne Arbeiten übernehmen, oder von Privaten, Eisenbahn- oder anderen Industrie-Gesellschaften auf kürzere oder längere Zeit engagirt werden. Auch diese sind in der Regel geprüft, vereidet und von den Regierungen als Feldmesser bestellt. Dieselben sind mittelbare Beamte, stehen unter der Disciplin des Handelsministers, und die Bestellung kann unter Umständeu zurückgenommen werden. Das sind in grossen Zügen die bestehenden Verhältnisse, auf welche ich übrigens zum Theil noch specieller zurück kommen werde. Im Nachstehenden werde ich mir erlauben, meine unmassgebliche Ansicht über wünschenswerthe Veränderungen auszusprechen, in der Hoffnung, dass dieselbe von competenterer Seite vervollständigt, resp. berichtigt werden möge.

Am wichtigsten scheint mir die Vermehrung der wirklichen Beamtenstellen, welche übrigens auch gar nicht so schwierig sein dürfte, wie es auf den ersten Blick scheinen möchte, vielmehr glaube ich, dass auf die Dauer dem Staate sogar finanzielle Ersparnisse daraus erwachsen würden, da diätarisch beschäftigte Beamte durchschnittlich höher bezahlt werden müssen, wie fest angetellte.

Sehen wir uns die einzelnen Zweige des Vermessungswesens etwas näher an und beginnen wir mit den Fortschreibungsbehörden.

Die Fortschreibung erfolgt durch die Katastercontroleure, deren Stellung wohl derjenigen der süddeutschen Bezirksgeometer entspricht. Dieselben sind definitiv an-

gestellte Beamte, welche ein festes Gehalt von 700 bis 1200 Thaler beziehen und ausserdem berechtigt sind, für alle ihnen von Privaten übertragenen Arbeiten nach dem Tarif zu liquidiren. Bei längerer Dienstzeit erhalten die Controleure in der Regel den Titel Steuerinspector, womit jedoch eine Aenderung in der Stellung nicht verbunden ist.

Die Katastercontroleure senden die Fortschreibungsmaterialien zur Revision und Feststellung der Bezirksregierung ein. Die Revisionsarbeiten und die Verwaltung des Katasterarchivs, welches die Originalkarten, die Handrisse, sowie alle übrigen zugehörigen Documente enthält, obliegen der Katasterinspection. Diese ist der Königlichen Regierung unterstellt; Vorsteher derselben ist der Katasterinspector, welchem der Katastersecretär als zweiter etatsmässiger Beamter beigegeben ist. Letzterer steht im Range der Katastercontroleure.

Da sich im Regierungscollegium kein Vermessungstechniker befindet, werden naturgemäss alle geometrischtechnischen Sachen von dem Katasterinspector, welcher häufig den Titel Steuerrath erhält, selbstständig bearbeitet. Es ist einleuchtend, dass sich die Thätigkeit des Inspectors ebenso wie die des Katastersecretärs auf die Leitung und die administrative Bearbeitung der vorliegenden Sachen beschränken muss. Die eigentlich technischen Arbeiten, namentlich die oben angeführten Revisionen, werden von den Katastersupernumeraren und Assistenten ausgeführt.

Um eine Controleurstelle zu bekommen, ist nämlich der bereits geprüfte und vereidete Geometer gehalten, bei einer Katasterinspection als Supernumerar einzutreten und in dieser Stellung die Vacanzen abzuwarten. Die Supernumerare erhalten zunächst gar keine Entschädigung für ihre Arbeiten, später wird ihnen eine Remuneration von 15—20 Thaler monatlich gewährt. Erst nach Jahren bekommt der Supernumerar den Titel Katasterassistent und damit in der Regel eine Erhöhung der Remuneration auf 30 Thaler.

Da die Controleurstellen im Allgemeinen gut besoldet und daher gesucht sind, auch dem preussischen Geometer gewöhnlich kein anderer Weg zu einer gesicherten Stellung offen steht, so fehlt es selten an Supernumeraren. Dennoch sind die meisten Regierungen genöthigt, noch andere Feldmesser und ausserdem eine beträchtliche Anzahl von Zeichnern und Gehilfen zu engagiren. Erstere heissen dann Regierungsgeometer, sind aber nur diätarisch, resp. mit Accordarbeiten beschäftigt. Das Personal ist häufig so gross, dass dasselbe getheilt wird, und den älteren Assistenten — als Personalvorstehern — die specielle Arbeitsleitung in den einzelnen Abtheilungen, sowie gewisse disciplinarische Befugnisse übertragen werden.

Unter diesen Umständen dürfte es doch wohl gerechtfertigt, ja geboten erscheinen, 3—4 etatsmässige Assistentenstellen zu schaffen und die Einrichtung des Supernumerirens fallen zu lassen *). Jeder Arbeiter (auch der Geometer) ist seines Lohnes werth, und der Staat sollte nicht von Leuten, die durch den Gang ihrer Ausbildung und durch das Examen ihre Befähigung bereits nachgewiesen haben, nothwendige und wichtige Arbeiten ohne jede Vergütung ausführen lassen. Eine kurze Probezeit vor der definitiven Anstellung, während welcher jedoch angemessene Diäten gezahlt werden müssen, lässt sich vertheidigen, nicht aber der häufig vorkommende Fall, dass geprüfte und vereidete Geometer lange Jahre (bis zu 8 ja 10) auf Anstellung als Katastercontroleur warten müssen, und während dieser Zeit bei anstrengender Arbeit mit Zuhilfenahme der Freistunden vielleicht 30, höchstens 40 Thaler monatlich verdienen können. Die älteren Assistenten verdienen allerdings zuweilen mehr, da sie mit Commissarien betraut, zuweilen auch zu Vermessungsrevisoren ernannt werden, doch glaube ich die Durchschnittssätze eher zu hoch, als zu niedrig angegeben zu haben.

---

*) Seit Einsendung dieses Aufsatzes ist in der That der erste Schritt auf dem angedeuteten Wege geschehen, indem bei jeder Kataster-Inspection eine 2. etatsmässige Secretärstelle geschaffen ist.

Ueber die Stellung der Vermessungsrevisoren bemerke ich, dass deren Functionen durchaus keine dauernde sind. Die Regierung designirt einzelne der tüchtigsten Geometer ihres Bezirks zu Vermessungsrevisoren, dieselben können Katastercontroleure, Supernumerare, selbst Privatgeometer sein. Wird von irgend einer betheiligten Seite die Revision einer Vermessung bei der Regierung beantragt, so erhält einer der Revisoren Auftrag, dieselbe vorzunehmen. Bei Ausführung derselben erhält der Revisor reglementsgemäss höhere Diäten, bei Beendigung tritt er in sein früheres Verhältniss zurück.

Ich gehe nun zu den Auseinandersetzungs- (Verkoppelungs-) Behörden über, welche seit circa 40 Jahren eine grosse Zahl von Feldmessern beschäftigen und ihre Thätigkeit in den nächsten 50 Jahren sicher noch nicht zu Ende geführt haben werden. Die Organisation derselben ist mir zwar im Einzelnen nicht genau bekannt, doch glaube ich dieselbe im Ganzen andeuten zu können. Diese Behörden gehören zum Ressort des Ministers für die Landwirthschaft; für die einzelnen Provinzen sind sogenannte Generalcommissionen errichtet, deren Vorsteher ein höherer Verwaltungsbeamter (Oberregierungsrath) ist. Für jede einzelne Verkoppelung wird ein Commissär — zuweilen auch eine Commission — ernannt. Für die technische Ausführung wird ein Feldmesser engagirt, welcher entweder gegen Diäten, oder nach Accordsätzen arbeitet. Die Separationscommissäre sind in der Regel Verwaltungsbeamte, in der Provinz Hannover jedoch Feldmesser, welche vorher noch ein zweites Examen gemacht haben. Abgesehen von den Letztgenannten glaube ich nicht, dass Geometer bei den Separationen fest angestellt sind. Dieselben werden allerdings pensionsberechtigt, jedoch, so viel ich weiss, nur durch einen aus Beiträgen gebildeten Pensionsfond. Sollte es sich nicht auch in dieser Verwaltung empfehlen, wenigstens einzelne feste Stellen zu schaffen? Gewiss würden dadurch diesem so überaus schwierigen und wichtigen Zweige der Feldmesskunst tüchtige Kräfte leichter zugeführt und erhalten werden.

Ich muss hier hinzufügen, dass ich selbst weder beim Kataster noch bei Separationen jemals gearbeitet habe, ich schildere die Verhältnisse nicht aus eigener Erfahrung und kann im Einzelnen ungenau gewesen sein, im Ganzen glaube ich ein richtiges Bild gegeben zu haben. Um etwaige Berichtigungen oder genauere Darstellungen möchte ich die Herrn Collegen bitten, deren Specialität diese Zweige sind.

Bezüglich der Eisenbahngeometer bin ich genau unterrichtet, allein darüber lässt sich wenig sagen. Es gibt eben keine Königlichen Eisenbahngeometer.

Viele Königlichen Eisenbahn-Directionen beschäftigen allein bei der Betriebsverwaltung, also in durchaus dauernder Stellung, zwanzig und mehr Geometer, stellen aber nur einen derselben an — als Eisenbahnsecretär. Hier würde die definitive Anstellung von fünf bis zehn Geometern, je nach Ausdehnung der Verwaltung, sicher im Interesse der Sache liegen. Dem Vernehmen nach hat übrigens bei einer grösseren unter Staatsleitung stehenden Eisenbahnverwaltung diese Ansicht sich schon geltend gemacht und sind 12 Geometer fest angestellt worden, jedoch wiederum als Eisenbahnsecretäre. Warum nicht als Eisenbahngeometer?

Bei den Bergämtern werden wahrscheinlich zweckmässig einige definitive Markscheiderstellen eingerichtet werden können. Dass der Unterschied zwischen Geometern und Markscheidern mit der Zeit fortfallen muss, ist wohl selbstverständlich.

Mit dem Vorstehenden sind übrigens bei Weitem nicht die Stellungen erschöpft, welche ihrer Natur nach definitive sein sollten und von den Geometern der Znkunft erstrebt werden müssen. Ich habe nur die nächstliegenden aufgeführt, möchte noch an die Canalisation der Torfmoore erinnern und auf einen Gedanken aufmerksam machen, den ich von einem um die Landwirthschaft im Regierungsbezirke Trier hochverdienten Manne, dem Herrn Regierungsrathe *Beck* daselbst, habe aussprechen hören. Derselbe äusserte: »er halte es zur Hebung der

Landwirthschaft, namentlich zur Durchführuug zweckmässiger Anlagen von Flurwegen, Drainirungen und sonstigen Meliorationen grösserer Complexe für sehr wünschenswerth, dass in angemessen abgetheilten Bezirken technische Beamte vom Staate angestellt würden, deren Aufgabe die Anfertigung und Ausführung von Plänen zu derartigen Anlagen sei.« Er bezeichnete dieselben mit dem gut gewählten Namen »Culturingenieure« und verlangte von ihnen, ausser einem gewissen Masse landwirthschaftlicher Kenntnisse, die Befähigung, alle bei den oben angeführten Anlagen vorkommenden technischen Arbeiteu ausführen. resp. leiten zu können. Da nun die meisten Geometer ohnehin die Kenntniss der Landwirthschaft nicht ganz entbehren können, die erforderliche Technik sich aber ausser den eigentlichen geometrischen Arbeiten — Vermessen und Nivelliren — auf Ausführung von Erdarbeiten, Wegebefestigungen. kleinen Brücken und Durchlässen beschränken wird, so sollte man glauben, dass der Geometer, welcher einen Bildungsgang durchgemacht hat, etwa wie ihn der in der zweiten Hauptversammlung des Vereins gehaltene Vortrag des Herrn Professor *Jordan* vorzeichnet, für solche Stellen sehr wohl geeignet sein müsste. Bei dieser Gelegenheit glaube ich übrigens den Wunsch aussprechen zu dürfen, dass bei den Fachschulen für Vermessuugskunde, die wir hoffentlich recht bald erhalten werden, die Landwirthschaft nicht ganz unberücksichtigt bleiben möge.

Die Vermehrung der Beamtenstellen allein würde meines Erachtens nicht ausreichen, um unsern Stand auf die wünschenswerthe Höhe im Staate zu bringen. Hand in Hand damit müsste vielmehr die Versetzbarkeit der Beamten in andere Zweige des Faches gehen. So lange der Katasterassistent keine andere Stellung zu erwarten hat, wie die des Controleurs, wird er sich wenig um Wegebau und dergleichen bekümmern, der Eisenbahngeometer, welcher nie Katastercontroleur werden kann, wird die Instructionen für die Fortschreibung, die Gesetze und Vorschriften, welche sich auf das Kataster beziehen,

nicht lesen, und mit der Schule wird die Fachbildung abgeschlossen sein, so weit sie sich nicht auf seine Specialität bezieht.

Eine ganz andere Strebsamkeit wird dagegen herrschen, wenn z. B. ein Katasterassistent, der vor seiner Anstellung mit Verkoppelungen beschäftigt gewesen ist, immerhin die Aussicht behält, Separationscommissar zu werden u. s. w. Selbstverständlich würde dabei auf individuelle Fähigkeiten und Neigungen Rücksicht genommen werden müssen, derartige Versetzungen würden wohl niemals zur allgemeinen Regel werden, sollten aber, namentlich bei jüngeren Beamten, nicht geradezu ausgeschlossen sein.

Allerdings würden die Anforderungen entsprechend steigen müssen, wir dürften vor der Forderung des Abiturientenexamens und des dreijährigen Cursus an einer Hochschule nicht zurückschrecken. Dann wird aber der Katasterinspector auch nicht mehr Subalternbeamter bleiben, sondern mit der Zeit ebensowohl Sitz und Stimme im Regierungscollegium erhalten, wie der Forstmeister oder der Baurath, dann werden nicht mehr Juristen allein die obere Leitung der Separationsgeschäfte erhalten und der Feldmesser wird bald eine ganz andere Stellung einnehmen. Vor Allem aber wird der Staat nicht nöthig haben, zu grösseren geometrischen Arbeiten die leitenden Persönlichkeiten unter den Offizieren des Generalstabes oder den Professoren der höheren Lehranstalten zu suchen, sondern wird unter seinen Vermessungsbeamten eine reiche Auswahl passender Kräfte vorfinden.

Was nun die Privatgeometer betrifft, so scheint mir deren »Bestellung« nicht mehr zeitgemäss. Nach der Gewerbeordnung des deutschen Reiches steht jedem die geometrische Praxis frei. Wer also nicht Beamter werden will, mag sich das Examen und auch einen Theil der Studien ersparen, dabei kann er noch immer ein nach heutigen Begriffen sehr tüchtiger Geometer sein. Wer aber den Vorschriften genügt, möge geprüft und vereidet werden, kann darauf seine Anstellung erwarten und bis dahin sein Fortkommen allein suchen. Ist er an

der Reihe, so ruft ihn der Staat, glaubt er als Privatmann besser fortzukommen, so wird er verzichten. Sicher aber werden unter den angedeuteten Verhältnissen gerade die besten Kräfte den Staatsdienst suchen, zu grösseren und wichtigen Arbeiten werden auch von Privaten vorzugsweise examinirte Feldmesser herangezogen werden, während die handwerksmässigen Arbeiten im Allgemeinen immer mehr den nicht geprüften Geometern zufallen werden.

Dass der Zudrang zum Examen ein viel geringerer, die Zahl der vom Staate vereideten Feldmesser eine viel kleinere werden wird, ist wahrscheinlich, kann aber nicht als ein Nachtheil angesehen werden.

Niemand wird sich wohl darüber täuschen, dass solche radicale Veränderungen nicht so bald zu verwirklichen sind, unzweifelhaft werden noch viele Jahre darüber hingehen. Das darf uns aber nicht abhalten, schon jetzt das Endziel in's Auge zu fassen und demselben, wenn auch stationsweise, unermüdlich zuzustreben.

Verhältnissmässig am leichtesten zu erreichen dürfte die Vermehrung der festen Stellen bei den Kataster-inspectionen und den Eisenbahnverwaltungen sein. Wenn gleichzeitig damit die Ansprüche an das Examen gesteigert werden, oder noch besser der Besuch einer Hochschule obligatorische Bedingung der Zulassung wird, so ist schon ausserordentlich viel gewonnen und wir dürfen uns der Hoffnung hingeben, mit der Zeit immer mehr zu erreichen.

Ich schliesse mit dem Wunsche, dass nach 20 Jahren kein examinirter Geometer mehr in die Lage kommen möge, nach langjähriger Praxis, neben anstrengenden Berufsarbeiten das Studium der höheren Mathematik treiben zu müssen, wie ich es zu thun gezwungen war und noch bin, um allen Anforderungen meiner Stellung gerecht werden zu können. Möge vielmehr jeder zum Examen an theoretischen Kenntnissen alles mitbringen, was er — auch nur möglicherweise — in der Praxis einmal brauchen, kann.

Cöln im November 1873.

Ueber Berechnung barometrischer Höhenmessungen.

Bei genäherten barometrischen Berechnungen pflegt man die barometrische Differenz der Höhendifferenz proportional zu setzen, z. B. für 1 Millimeter Barometerdifferenz in runder Zahl 10 Meter Höhendifferenz anzunehmen; und die weitere Ausführung dieses Gedankens hat Tafeln erzeugt, welche für verschiedene mittlere Barometerstände und Lufttemperaturen den Coefficienten liefern, mit welchem man die barometrische Differenz multipliciren muss, um die Höhendifferenz zu erhalten.

Eine sehr ausführliche Tafel dieser Art, welche ohne Interpolation den fraglichen Coefficienten auf $^1/_3$ bis $^1/_2$ % genau gibt, hat Professor Schoder *) vor einigen Jahren veröffentlicht, und auch die auf S. 14 dieses Bandes von Koppe gelieferte Tafel ist auf die angegebene Ueberlegung gegründet.

In den letzten Monaten täglich mit barometrischen Messungen beschäftigt, empfand ich das Bedürfniss, neben der Tafel in Band II. S. 302 und 303 eine möglichst *compendiöse* Tafel obiger Art zu haben, welche den erwähnten Coefficienten mit *einem* Blick auf 2 — 3% genau liefern sollte, und berechnete desswegen die im Folgenden mitgetheilte kleine Tafel, welche auf die schon mehrfach von mir benützte mit den Bauernfeind'schen Coefficienten berechnete für Deutschland giltige Formel

(1) $h = 18516\,(log\,B - log\,b)\,(1 + 0{,}003666\,\tau)$

gegründet ist.

Schoder benützt die Formel

(2) $h = 18400\,(log\,B - log\,b)\,(1 + 0{,}003665\,\tau)$

ebenfalls nach Bauernfeind, mit Vernachlässigung eines

*) Hilfstafeln zur barometrischen Höhenbestimmung nebst einer Anleitung zur Untersuchung und zum Gebrauch der Aneroidbarometer von Dr. H. Schoder. Separatabdruck aus den Württbrg. naturwissenschaftlichen Jahresheften 1872. Stuttgart 1872.

Gliedes zweiter Ordnung und der Luftfeuchtigkeit hergestellt; Koppe rechnet ‹nach Laplace und Radau› mit

$$h = 18382\,(\log B - \log b)\,(1 + 0{,}004\,\tau) \qquad (3)$$

Gleichung (2) gibt die Höhen um 0,6% kleiner und Gleichung (3) bei 0° um 0,7% kleiner als Gleichung (1). Bei 30° geben (1) und (3) ungefähr gleiches Resultat. Um die Formeln (1) (2) oder (3) in die für den vorliegenden Zweck geeignete Gestalt zu bringen, setzt man

$$\frac{B}{b} = \frac{1 + \dfrac{B-b}{B+b}}{1 - \dfrac{B-b}{B+b}}$$

also $\log \frac{B}{b}$

$$= M\left[\left(\frac{B-b}{B+b}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{B-b}{B+b}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{B-b}{B+b}\right)^3 - \dots\right]$$

$$+ M\left[\left(\frac{B-b}{B+b}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{B-b}{B+b}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{B-b}{B+b}\right)^3 + \dots\right]$$

$$\log \frac{B}{b} = 2M\left[\left(\frac{B-b}{B+b}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{B-b}{B+b}\right)^3 + \dots\right] \qquad (4)$$

Dieses ist die von Schoder citirte Reihe; sie gibt mit Vernachlässigung des zweiten Gliedes in (1) eingesetzt:

$$h = \frac{2\,M.\,18516\,(1 + 0{,}003666\,\tau)}{B+b}\,(B-b) \qquad (5)$$

wobei $M = 0{,}43429$ der logarithmische Modul, τ die mittlere Lufttemperatur in C° und B und b die auf 0° (oder andere gleiche Temperatur) reducirten Barometerstände sind.

Hätte man in (5) das zweite Glied der Reihe (4) beibehalten, so wäre noch

$$\Delta h = 2\,M.\,18516\,(1 + 0{,}003666\,\tau)\,\frac{1}{3}\left(\frac{B-b}{B+b}\right)^3 \qquad (6)$$

hinzugekommen und dieser letzte Ausdruck stellt den Fehler vor, welcher bei Anwendung der Formel (5) begangen wird. Durch Substitution von $\frac{B-b}{B+b}$ aus (5) in (6) geht (6) über in

$$\varDelta h = \frac{1}{12} \frac{h^3}{[(18516\, M(1+0{,}003666\, \tau)]^2}$$

Der Fehler wächst also mit der dritten Potenz des Höhenunterschieds und wird mit $\tau = 0$:

$\varDelta h = C h^3$ wobei $log\ C = 1.1102 - 10$

$h = 100^m$ gibt $\varDelta h = 0{,}001^m$
$h = 500^m$ » $\varDelta h = 0{,}16^m$
$h = 1000^m$ » $\varDelta h = 1{,}29^m$
$h = 1500^m$ » $\varDelta h = 4{,}35^m$
$h = 2000^m$ „ $\varDelta h = 10{,}31^m$

Man kann also die Formel (5) ungefähr bis zu Höhen von 1000 Metern benützen.

Die folgende kleine Tafel gibt als Function des mittleren Barometerstandes und der mittleren Lufttemperatur den Coefficienten von $(B - b)$ in Gleichung (4) oder was dasselbe ist, die Höhendifferenz in Metern, welche einer Barometerdifferenz von 1 Millimeter entspricht.

Die in der Linie für 15° stehenden Werthe sind nichts Anderes als die Differenzen der Tafel auf S. 302, Bd. II., weil die Meereshöhen der letzteren Tafel für die Temperatur 15° C. gelten.

Tafel der Höhendifferenz in Metern, welche einer Barometerdifferenz von 1 Millimeter entspricht.

Mittlere Lufttemperatur in C°.	Mittlerer Barometerstand $\frac{1}{2}$ $(B+b)$ in Millimetern.									
	760	750	740	730	720	710	700	650	600	550
− 5	10,4	10,5	10,7	10,8	11,0	11,1	11,3	12,1	13,2	14,4
0	10,6	10,7	10,9	11,0	11,2	11,3	11,5	12,4	13,4	14,6
+ 5	10,8	10,9	11,1	11,2	11,4	11,5	11,7	12,6	13,6	14,9
+ 10	11,0	11,1	11,3	11,4	11,6	11,7	11,9	12,8	13,9	15,2
+ 15	11,2	11,3	11,5	11,6	11,8	11,9	12,1	13,1	14,1	15,4
+ 20	11,4	11,5	11,7	11,8	12,0	12,2	12,3	13,3	14,4	15,7
+ 25	11,6	11,7	11,9	12,0	12,2	12,4	12,5	13,5	14,6	16,0
+ 30	11,7	11,9	12,1	12,2	12,4	12,6	12,8	13,7	14,9	16,2
+ 35	11,9	12,1	12,3	12,4	12,6	12,8	13,0	14,0	15,1	16,5

Beispiel.

	Barometer auf 0° reducirt.	Lufttemperatur.
Untere Station	$B = 740{,}6$	$T = 14^0$
Obere Station	$b = 727{,}1$	$t = 13^0$
	$B - b = 13{,}5$	Mittel $\tau = 13{,}5^0$
	$\frac{1}{2}(B + b) = 734$	

Mit den Argumenten 734 und 13,5 gibt die Tafel 11,5 also Höhenunterschied $= 11{,}5 \,.\, 13{,}5 = 155{,}3$ Meter. Dasselbe Beispiel ist auf S. 14 des II. Bandes logarithmisch berechnet worden mit gleichem Resultat und auch die Tafeln auf S. 302 und 303 des II. Bandes geben dasselbe, nämlich:

$$\text{für } 740{,}6 \quad H = 241{,}7$$
$$\text{für } 727{,}1 \quad H' = 397{,}8$$
$$H' - H = 156{,}1$$

Correction für $H' - H = 150$ und $\tau = 13{,}5$ ist $-0{,}8$ also $h = 155{,}3^{\mathrm{m}}$.

Carlsruhe, Mai 1874.

Jordan.

Königliche Verordnung,

betreffend die Prüfung und Bestellung öffentlicher Feldmesser und die Ausführung der Feldmesser-Arbeiten in Württemberg. Vom 20. Dec. 1873.

I. Allgemeine Bestimmungen.

§. 1. Die Beeidigung und Bestellung öffentlicher Feldmesser erfolgt durch das Oberamt ihres Wohnorts.

Als öffentliche Feldmesser dürfen nur diejenigen beeidigt und bestellt werden, welche die vorgeschriebene Staatsprüfung mit Erfolg erstanden und das einundzwanzigste Lebensjahr zurückgelegt haben.

Diejenigen, welche sich zur Beeidigung melden, haben ihr Prüfungszeugniss vorzulegen und sich über ihre Unbescholtenheit auszuweisen.

§. 2. Die Bestellung zum öffentlichen Feldmesser (§. 1), welche derselbe durch seine Beeidigung erhalten hat, kann nur nacb den Vorschriften der §§. 53 und 54 der deutschen Gewerbeordnung zurückgenommen werden.

II. Prüfung der Feldmesser.

§. 3. Die Prüfung der Feldmesser wird durcb eine von dem Ministerium des Innern bestellte Commission, bestehend aus einem Vorstande und vier Mitgliedern, nämlich je einem Lehrer der Geometrie an der polytechnischen und an der Baugewerkeschule, einem Vermessungsbeamten des Katasterburcaus und einem Bau- oder Verwaltungsbeamten jährlich einmal in Stuttgart vorgenommen.

Dieser Commission wird ein Secretär beigegeben.

§. 4. Die Gesucbe um Zulassung zu der Prüfung sind von den Candidaten bis zum 1. Juli jeden Jabres dem Oberamt ihres Aufentbaltsortes zu übergeben und von diesem dem Ministerium des Innern mit dem Beisatz »für die Feldmesserprüfungs-Commission« vorzulegen.

§. 5. Der Meldung sind Nachweise anzuschliessen:

1. über das im letzten Kalenderjahr oder früher zurückgelegte 19. Lebensjahr;
2. über Unbescholtenheit;
3. über entsprecbende Vorbildung;
4. über die praktiscbe Bildungslaufbabn.

Der Nacbweis über die Vorbildung ist ordentlicher Weise zu führen durcb ein Zeugniss über mindcstens einjährigen erfolgreicben Besucb einer Ober-Realschule oder der entsprechenden Classen einer gleichstebenden Anstalt, oder durch ein Zeugniss über den regelmässigen Besuch der beiden obersten Classen der mit der Baugewerkescbule verbundenen Geometerschule.

Der Nachweis über die praktiscbe Bildungslaufbahn ist zu liefern durch das Zeugniss eines oder mehrerer geprüfter Feldmesser über eine mindestens zweijäbrige Beschäftigung mit Kataster- und nivellistischen Arbeiten. In den betreffenden Zeugnissen muss die Art der Be-

schäftigung namhaft gemacht und es muss dieselbe ausserdem durch Belege, welche in Brouillons, sowie ausgeführten Rechnungsarbeiten nnd einem in's Reine gezeichneten Plane bestehen, bekräftigt sein.

§. 6. Die von dem Ministerium des Innern nach vorgängiger Einvernehmung der Prüfungs-Commission für zulassungsfähig erkannten Candidaten werden zu der Prüfung speciell vorgeladen.

Gesuche um Zulassung zu der Prüfung, welche nicht mit den vorgeschriebenen Nachweisen (§. 5) versehen, oder nicht innerhalb der hiefür festgesetzten Frist (§. 4) eingereicht worden sind, werden zurückgewiesen.

Die betreffenden Candidaten, sowie diejenigen, welche sich zwar vorschriftmässig gemeldet haben, aber aus andern Gründen nicht als zulassungsfähig erkannt worden sind, werden hievon unter Angabe des Grundes in Kenntniss gesetzt; zugelassene Candidaten, welche nicht am Anfang des für die Vornahme einer Prüfung bestimmten Termins erscheinen, werden auf die nächstfolgende Prüfung verwiesen.

§. 7. Die Prüfung besteht theils in Ausführung von Arbeiten auf dem Felde, theils in der schriftlichen und mündlichen Beantwortung von Fragen und Auflösung von Aufgaben sowie in Fertigung von Zeichnungen.

§. 8. Der Gebrauch von Büchern und anderen literarischen Hilfsmitteln ist, mit alleiniger Ausnahme von Logarithmen- und ähnlichen Tafeln, den Prüfungs-Candidaten untersagt.

Ein Candidat, welcher sich eine Uebertretung dieses Verbots zu Schulden kommen lässt, wird, wenn dieselbe im Laufe der Prüfung entdeckt wird, durch Ausspruch der Prüfungs-Commission von der Prüfung ausgeschlossen; wenn aber seine Verfehlung erst später zur Anzeige kommt, so wird ihm kein Prüfungszeugniss ausgestellt oder das bereits ausgestellte Zeugniss wieder abgenommen.

Gleiche Ahndung trifft diejenigen Candidaten, welche andern während der Prüfung in irgend einer Weise zur

Lösung der gegebenen Fragen und sonstigen Aufgaben behilflich sind, oder von anderen Hilfe annehmen.

§. 9. Bei der Prüfung werden folgende Kenntnisse verlangt:

1. Algebra bis einschliesslich der Gleichungen zweiten Grads und der Logarithmen;
2. Planimetrie und Stereometrie mit Anwendung der Algebra; darstellende Geometrie in Anwendung auf ebenflächige Körper, Cylinder-, Kegel- und Rotations-Flächen;
3. ebene Trigonometrie, Polygonometrie, die Anfänge der sphärischen Trigonometrie;
4. praktische Geometrie mit Anwendung der Messstangen, der Kreuzscheibe und des Winkelspiegels, des Messtisches mit Distanzmesser, des Polarplanimeters, der winkelmessenden Instrumente und des Nivellir-Instruments. Prüfung und Berichtigung der Instrumente. Ausführung der betreffenden Zeichnungen, Berechnungen und Messurkunden. Bekanntschaft mit dem Coordinaten-Systeme der württembergischen Landesvermessung und Auflösung der darauf bezüglichen Aufgaben;
5. Baumessungen, Kenntniss der dabei vorkommenden technischen Ausdrücke, Fertigung einer Baumessurkunde mit den dazu gehörigen Zeichnungen;
6. Bekanntschaft mit den in Württemberg für das Vermessungswesen überhaupt und für die Landesvermessung, deren Ergänzung und Fortführung insbesondere bestehenden Vorschriften;
7. Bekanntschaft mit den technischen Aufgaben der Feldmesser bei Güterzusammenlegungen, Feldregulirungen und Feldweganlagen.

Bei den schriftlichen Arbeiten wird auf correcte und geordnete Darstellung Gewicht gelegt.

§. 10. Die Commission fällt ihr Urtheil auf den Grund der von ihr vorzunehmenden Prüfung der schriftlichen Aufgaben und auf Grund der mündlichen Prüfung.

Den Prüfungszeugnissen werden die Befähigungsstufen nach drei Classen: Classe I. (obere), Classe II. (mittlere), Classe III. (untere) ertheilt.

§. 11. Die bei der Prüfung als befähigt erfundenen Candidaten erhalten ein von dem Vorstand und den Mitgliedern der Prüfungs-Commission unterzeichnetes, von dem Departements-Chef des Innern unter Beidrückung der Ministerial-Siegels beglaubigtes Zeugniss, welches die Classe der von dem Einzelnen bewiesenen Befähigung angibt.

Die Namen der für befähigt Erkannten werden im Staats-Anzeiger bekannt gemacht.

§. 12. Wer bei der Prüfung die erforderlichen Kenntnisse nicht gezeigt hat, ebenso wer nach §. 8 Abs. 2 und 3 von der Prüfung ausgeschlossen wurde, kann im folgenden Jahre sich der Prüfung wiederholt unterwerfen.

§. 13. Für die Prüfung wird ausser der Sportel (Sportel-Tarif von 1828, Reg.-Blatt S. 522), welche die Prüfungs-Commission ansetzt, keine Gebühr erhoben.

Uebergangsbestimmungen.

§. 14. Denjenigen Candidaten der Feldmesskunst, welche vor dem 1. Januar 1874 ihre praktische Vorbereitung bereits begonnen haben, und die Prüfung im Laufe der nächsten fünf Jahre erstehen, kann der Nachweis der in §. 5 verlangten Schulbildung nachgesehen werden, wenn sie sich in anderer Weise über eine genügende Vorbildung auszuweisen vermögen.

§. 15. Die nach Massgabe der Verordnung vom 25. November 1849 und früherer Verfügungen geprüften Feldmesser I. Classe, sowie diejenigen II. Classe, welche die Ermächtigung zu Anwendung des Theodolits erhalten haben, werden den auf Grund der gegenwärtigen Verordnung geprüften Feldmessern gleichgestellt.

Dasselbe gilt von denjenigen Bauverständigen, welche auf Grund des §. 14 der K. Verordnung vom 22. August 1843 die Befugnisse von Feldmessern I. Classe erhalten haben.

§. 16. Die übrigen auf Grund der K. Verordnung vom 25. November 1849 und früherer Vorschriften geprüften und verpflichteten Feldmesser II. und III. Classe dürfen zwar die Feldmesskunst ohne jede Beschränkung ausüben, auf dieselben ist aber die Vorschrift des §. 36 Absatz 2 der deutschen Gewerbeordnung nur insoweit zu beziehen, als es sich um Arbeiten handelt, zu deren Besorgung sie durch ihr Prüfungszeugniss eine Ermächtigung erhalten haben, welche mit der gegenwärtigen Verordnung in Uebereinstimmung steht. Uebrigens werden für diejenigen Feldmesser der bisherigen II. und III. Classe, welche ihre Befähigung zu Anwendung des Theodolits und des Nivellir-Instruments nachweisen wollen, in den Jahren 1874 und 1875 besondere Ergänzungsprüfungen stattfinden, durch deren genügende Erstehung die Betreffenden den auf Grund der gegenwärtigen Verordnung geprüften Feldmessern vollkommen gleichgestellt werden.

Die Termine für diese Prüfungen werden im Staats-Anzeiger besonders bekannt gemacht werden.

Verfügung des Ministeriums des Innern, betreffend die Gebühren der öffentlichen Feldmesser in Württemberg. Vom 22. December 1873.

Zufolge der nach Vernehmung des K. Geheimen-Raths ergangenen Höchsten Entschliessung Seiner Königlichen Majestät vom 18. December 1873 wird mit Bezugnahme auf die §§. 36, 78 der Gewerbeordnung für das deutsche Reich vom 21. Juni 1869 (Reg.-Blatt von 1871 S. 287), unter Aufhebung der Verfügung des Ministeriums des Innern vom 14. Juli 1862 (Reg.-Blatt S. 170), in Betreff der Gebühren der öffentlichen Feldmesser Folgendes verfügt:

1) Insoweit nicht zwischen dem Auftraggeber und dem Feldmesser rücksichtlich der ihm für seine Arbeit zu gewährenden Vergütung eine besondere Vereinbarung geschlossen wird, sind für die Berechnung dieser Vergütung bei den einem Feldmesser übertragenen Geschäften die nachstehenden Bestimmungen massgebend.

2) Das Taggeld der Feldmesser beträgt: für Arbeiten im Hause 3 fl. 44 kr. (6 Mark 40 Pfennige), für Arbeiten ausser dem Hause 4 fl. 40 kr. (8 Mark).

Die Anrechnung des letzteren Taggeldes ist nur bei denjenigen Geschäften zulässig, welche nicht zu Hause besorgt werden können, und darf namentlich nicht auf Zeichnungen, Beschreibungen, Messurkunden und dergleichen ausgedehnt werden, deren Ausfertigung in Folge einer ausser dem Hause vorgenommenen Vermessung geschieht.

3) Das ganze Taggeld darf nur bei einem Zeitaufwand von mindestens vollen 8 Stunden berechnet werden. Bei Geschäften von kürzerer Dauer ist der dem Zeitaufwand entsprechende Theil des Taggeldes zu berechnen, jedoch darf, wenn ein Geschäft weniger als 2 Stunden dauerte, immer ein Viertelstag in Anrechnung gebracht werden.

Es ist gestattet, die bei Arbeiten ausser dem Hause mit dem Hin- und Herweg zugebrachte Zeit der auf das Geschäft selbst verwendeten Zeit zuzurechnen.

Dauert ein auswärtiges Geschäft mehrere Tage, so wird für die ganze Zeit der Abwesenheit auf je 24 Stunden eine Tagsgebühr und für einzelne weitere Stunden der entsprechende Theil einer solchen, nach den obigen Bestimmungen, berechnet.

4) Neben dem Taggeld haben die Feldmesser Diäten und Reisekosten anzusprechen, jedoch nur dann, wenn die Entfernung von ihrem Wohnort, welche sie behufs der Geschäftsbesorgung zurückzulegen haben, zwei Kilometer oder darüber beträgt.

Die Diäten betragen für einen Tag, zu 24 Stunden berechnet, 1 fl. 10 kr. (2 Mark), es darf jedoch, sobald die Abwesenheitsdauer an einem Tage 6 Stunden übersteigt, der volle Betrag der Tagesdiät, bei einer Abwesenheitsdauer von 4—6 Stunden die Diät von 35 kr. (1 Mark) angerechnet werden; dauert die Abwesenheit weniger als 4 Stunden, so ist eine Anrechnung von Diäten nicht zulässig.

Macht die Entfernung beziehungsweise die Dauer des

Geschäftes nothwendig, dass auswärts übernachtet wird, so darf ausserdem für jede auswärts zugebrachte Nacht eine besondere Entschädigung von 1 fl. 10 kr. (2 Mark) angerechnet werden.

Die Reisekostenentschädigung beträgt 5½ kr. (15 Pfennige) für jeden zurückgelegten Kilometer. Bruchtheile eines Kilometers dürfen gleich einem vollen Kilometer in Berechnung genommen werden.

Soweit sich durch die Benützung von Eisenbahnen oder Postwägen die Reisezeit abkürzen lässt und der Antritt der Reise ohne Nachtheil für den Reisezweck dem Fahrtenplan angepasst werden kann, sind auf Strecken, wo Eisenbahnen oder Postwägen cursiren, diese zu benützen.

In diesem Fall wird neben den etwaigen Auslagen für Gepäck hin und zurück nur das tarifmässige Fahrgeld vergütet, bei Eisenbahnen ist dasselbe nach dem Tarif der zweiten Wagenclasse anzusetzen.

5) Werden an einem Tage oder an mehreren Tagen unausgesetzt mehrere einzelne Geschäfte besorgt, so darf die Anrechnung für dieselben zusammen die für den ganzen Zeitaufwand bestimmten Gebühren an Taggeld, Diäten, Reisekosten und Uebernachtgeld nicht übersteigen.

6) Für Feldmesser, welchen nur die Geschäftsbefugnisse der bisherigen III. Classe zukommen (vergl. Verordnung vom 25. November 1849, betreffend die Ermächtigung zur Ausübung der Feldmesserkunst, Reg.-Blatt Seite 747, §. 2 und Verordnung vom 20. d. M., betreffend die Prüfung und Bestellung öffentlicher Feldmesser und die Ausführung der Feldmesserarbeiten §. 16), betragen die Taggelder drei Viertheile der vorstehenden Sätze.

7) Die Auslagen für Zeichnenpapier und gedruckte Messurkunden-Formulare werden den Feldmessern in ihrem wirklichen Betrage ersetzt. Eine besondere Vergütung für andere Schreib- und Zeichnungsmaterialien sowie für Mess- und Absteckstäbe, Messstangen, Kreuzscheiben, Blei- und Canalwaagen findet nicht statt. Dagegen darf für die Anwenduug kostspieligerer Mess-

apparate eine besondere Vergütung und zwar für den Theodolit 49 Kreuzer (1 Mark 40 Pfennige), für das Nivellirinstrument 28 Kreuzer (80 Pfennige) für den Tag angerechnet werden.

Ueberdies sind Auslagen an Postporto, Botenlöhne, Messinstrumenten- und Actentransportkosten dem Feldmesser zu ersetzen, wenn deren Aufwand nicht zu vermeiden und insbesondere zum Messinstrumententransport neben dem Messgehilfen eine weitere Beihilfe nöthig ist.

8) Für einen brauchbaren Messgehilfen dürfen, wo ein solcher erforderlich war, täglich 1 fl. 45 kr. (3 Mark) in Rechnung gebracht werden, bei erweislich nothwendigem Mehraufwand aber ist dieser zu vergüten.

9) Für Messurkunden, welche von einem Feldmesser auf den Grund einer früheren, in sein Protokoll eingetragenen Messung ausgestellt werden, sowie für andere Auszüge aus diesem Protokoll ist ihm die Erhebung einer Gebühr von 14 bis 35 kr. (40 Pfennigen bis 1 Mark) (einschliesslich der Auslage für das Formular) gestattet.

Copien von Zeichnungen werden nach dem wirklichen Zeitaufwand bezahlt.

10) Gegenwärtige Verfügung tritt mit Wirkung vom 1. Januar 1874 an in Kraft.

11) Hinsichtlich der Belohnung der mit der Ergänzung und Fortführung der Flurkarten beauftragten Feldmesser verbleibt es bei den hiefür ertheilten besonderen Vorschriften.

Stuttgart, den 22. December 1873. *Sick.*

Literaturzeitung.

Kunze, M., königl. sächs. Oberförster und Docent der Mathematik und Vermessungskunde an der Forstacademie Tharand: *Lehrbuch der Holzmesskunst.* Verlag von Wiegandt und Hempel, Berlin. Preis 2 Thaler.

Erschien als zweiter Band der »Holzmesskunst in ihrem ganzen Umfange« mit einer neuen Ausgabe der »holzwirthsch. Tafeln« von M. R. Pressler als erstem Band. Wir befassen uns hier mit der Kunze'schen Arbeit.

Die Eintheilung entspricht jener eines früheren Werkes (Dr. F. Baur, ›Anleitung zur Aufnahme der Bäume etc.‹ 1. Aufl. Wien 1861), nur fehlt das ganze Capitel über Altersermittlung, bei einem Lehrbuch eine Lücke.

Der üblichen Einleitung, Literaturübersicht und Eintheilung folgt als I. Theil *„Die Berechnung des Holzgehaltes gefällter Hölzer“* in 2 Abschnitten und einem Anhang. Unter Abschnitt 1 werden die Instrumente zur Messung des Durchmessers und der Längen (Kluppen, Messbänder, Latten u. s. w.) — geometrische Cubirungsmethoden — sodann Xylometer (Aichgefäss) und Waage — physikalische Cubirungsmethode — und schliesslich in Kürze die Hilfstafeln erörtert.

Bei der eingehenden Behandlung, welche auch die Fehler der Durchmesser-, Umfangs- und Längenmessung ausführlich in ihrem Einfluss auf den Flächen- und Cubikinhalt zum Ausdruck bringt, fällt das Uebergehen jener Einrichtung der Kluppen und Messbänder, welche den Querflächeninhalt zur Ersparung des Aufschlagens direct ablesen lässt, sowie der Einrichtung der ›Cubirkluppen‹ auf.

Im 2. Abschnitte ›Berechnung des Holzgehaltes gefällter Hölzer‹ wird die Form des Baumschaftes betrachtet, für drei Grundformen als ›regelmässigen‹ gegenüber den Baumkörpern: den geradlinigen Kegel, ein ausgebauchtes und ein eingebauchtes Paraboloid, der Cubikinhalt auf analytischem Wege entwickelt, für letzteres so selten anwendbare wohl zu ausführlich! Für die Praxis und für wissenschaftliche Untersuchungen werden darauf in 3 Paragraphen und einem Anhang (S. 76—84) die Cubirungsmethoden und Formeln auf ihre Zulässigkeit und Genauigkeit geprüft, zum Theil in zu ermüdenden kürzungsfähigen Ausführungen, so bei jenen, wo der Fehler der Cubirung aus dem ›geglichenen Durchmesser‹ nachgewiesen wird und eine abgeleitete Differenz aus den verschiedenen Formeln den Fehler deutlich gezeigt hätte,

z. B. $\frac{\pi l}{12}(D^2 + Dd + d^2) - \left(\frac{D+d}{2}\right)^2 \frac{\pi l}{4} = \frac{\pi}{4} \frac{l}{3} \left(\frac{D-d}{2}\right)^2$

= sogenannter Ergänzungskegel.

Ebenso lässt sich auf kürzerem Wege zeigen, dass für wissenschaftliche wie wirthschaftliche Zwecke die ›Mittencupirung‹ für Stammabschnitte und ganze Schäfte, $J = (\gamma_{,} + \gamma_{,,} + \ldots + \gamma_{n}) l$, die meisten Ansprüche auf allgemeine Annahme hat.

Der Verfasser vergisst wiederholt seine eigene richtige

Voraussetzung, dass für die forstlichen Berufsstudien eine mathematische Schulung vorausgehen muss.

Zweckmässig ist die kurze klare Erörterung der ›Cubirung aus Oberstärke‹ und jener aus ›Unterstärke‹, noch in einzelnen Ländern übliche Cubirungsverfahren für Klötze und Stangen. Ebenso sind die Verfahren durch Aichung (›Wassercubirung‹) und durch Wägung bei unregelmässigen Körpern gut und fasslich behandelt; nur hätte es schärferer Betonung bedurft, dass Federwaage und Schnellwaage praktische Nothbehelfe sind, unzulässig bei wissenschaftlichen Untersuchungen.

Bei §. 21 ›Inhaltsberechnung der Schichtmaasse‹ vermissen wir ein näheres Eingehen auf die ›Derbgehaltszahlen‹, welcher allgemein übliche Ausdruck nicht einmal erwähnt ist, und sehen uns mit einer Hinweisung auf die ›Erfahrungszahlen‹ in Band I. (holzwirthschaftliche Tafeln) abgefunden.

Der ›Berechnung des Holzgehaltes stehender Bäume‹ ist das zweite Capitel gewidmet. Das Messen der Baumhöhen eröffnet es: ›die Theorie des geometrischen Höhenmessens‹ mit der Schilderung des Faustmann'schen Spiegelhypsometers, ›des trigonometrischen Höhenmessens‹ mit dem Messknecht von Pressler, worauf als Instrument zum mittelbaren Messen der Durchmesser das ›forstliche Universalinstrument‹ von Breymann die letzten 10 Seiten des Abschnitts einnimmt, obgleich eine Anmerkung besagt, dass ›jeder kleine Theodolit ohne Mühe in dies Instrument zu verwandeln und dann vorzuziehen sei‹. Die zahlreichen anderen Höhenmesser, dem Herrn Verfasser sicherlich bekannt, hätten eine Erwähnung wohl verdient, da sie der Messknecht nicht überbietet.

Der 2. Abschnitt ›Methoden der Holzgehaltbestimmung stehender Bäume‹ bringt nach kurzer treffender Würdigung der Ocularschätzung die Methoden der Formzahlen, der sectionsweisen Cubirung, des Richtpunktes (Pressler) in unbefangener klarer Darstellung, dann das ›Gesetz der Astmasse‹ als Hilfe der Richtpunktsmethode und in einem Anhang die Methode Breymann's zur Bestimmung der Formzahlen sowie zwei Untersuchungen über die untere Stammform und die Richthöhenmethode.

Zweiter Theil ›*Berechnung des Holzgehaltes ganzer Bestände*". Der kurze 1. Abschnitt ist der ›Ocularschätzung‹, der 2. der ›Berechnung durch stammweise Aufnahme‹ gewidmet. Die Bemühung, die Aufnahme-

verfahren durch allgemeine Werthzeichen und Rechnungsbeispiele zu veranschaulichen, ist erfolgreich durchgeführt. Der Vorwurf in einer Anmerkung über die bayerischen Massentafeln, ihre Altersabstände seien zu gross, wäre noch zu begründen. Zu wünschen wäre gewesen, dass die Aufnahme nach Stärke- oder Höhenclassen in ihrer Brauchbarkeit für verschiedene Bestandsformen deutlich gekennzeichnet wäre.

Die Ermittlung des Bestandsgehaltes mittelst Probeflächen, ein so allgemein übliches Verfahren, bildet den befremdlich kurzen Schluss des zweiten Theils.

Im dritten und letzten Theil, »Berechnung des Zuwachses«, Capitel 1, ist für den Einzelbaum gelehrt, wie der Zuwachs der Dimensionen, der Fläche und der Masse zu messen und zu berechnen, wie das Zuwachsprocent abzuleiten, dazwischen wie der »Scheerenmassstab« (alias Scheibenkluppe) und der Zuwachsbohrer construirt und zu gebrauchen sei.

Für die Messung des Flächenzuwachses ist ein Verfahren nach Simpson's Regel entwickelt und doch als »kaum ausführbar« bezeichnet. Mehreres in den Abschnitt Gehörige ist weggelassen, dagegen finden sich zur Begründung und Entwicklung des Zuwachsprocents reichliche Formelentwicklungen, indem der Zuwachs als Capitalzins behandelt wird, was nur unter sehr einschränkenden Bedingungen angeht.

Für den Zuwachs ganzer Bestände, Cap. 2, ist nochmals in Kürze das Zuwachsprocent zur Anwendung auf Classenmodellstämme empfohlen. Andere Verfahren, z. B. nach Baummassentafeln, fehlen.

Im Ganzen ist die exacte, mit Fleiss und Consequenz durchgeführte mathematische Behandlung des Stoffs vollkommen anzuerkennen. Das Buch hiesse demnach richtiger: Das Mathematische der Holzmesskunst. Für den angenommenen Titel wäre in einzelnen Theilen gründlicheres Eingehen, in anderen einige Kürzung und Abrundung zu gutem Erfolg zu wünschen. 8_9

Vereinsangelegenheiten.

Programm und Tagesordnung der III. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins.

Wie schon im 3. Hefte des laufenden Jahrganges dieser Zeitschrift (S. 156) vorläufig mitgetheilt ist, wird die

III. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins zu Dresden am

5., 6. und 7. Juli d. J.

stattfinden. Sämmtliche Vereinsmitglieder werden nunmehr zu derselben hierdurch eingeladen, indem — unter Bezugnahme auf die dieser Bekanntmachung folgende Einladung des von dem sächsischen Geometervereine für die Vorbereitungen zur Hauptversammlung in Dresden bestellten Localcomites — die Ordnung der Versammlung, wie folgt, bestimmt wird:

SONNTAG, den 5. Juli,

Abends 7 Uhr: Empfang und gegenseitige Begrüssung der erschienenen Mitglieder im oberen Saale des Kgl. Belvederes auf der Brühl'schen Terrasse.

MONTAG, den 6. Juli,

Hauptversammlung mit folgender Tagesordnung:

I. Früh 9 Uhr (pünktlich): Geschäftliche Verhandlung im unteren Saale des Kgl. Belvederes.

1. Bericht der Vorstandschaft über die Wirksamkeit des Vereines.
2. Vorlegung der Rechnungen des laufenden Jahres, sowie des Berichtes der vorjährigen Rechnungsprüfungscommission und Wahl einer Commission für die Prüfung der Rechnungen des laufenden Jahres.
3. Vortrag des Herrn Obergeometer Doll von Carlsruhe über die *Thomas*'sche *Rechenmaschine.*
4. Bericht der in der II. Hauptversammlung gewählten Commission zur Feststellung der bezüglich der Ausbildung der Geometer bestehenden Verhältnisse.
5. Berathung und Beschlussfassung
   a. über den Antrag des Herrn Professor Jordan von Carlsruhe:

      zu beschliessen, dass die Vorstandschaft des Deutschen Geometervereines künftig aus drei Mitgliedern,
      dem Director,
      dem Cassirer und
      dem Hauptredacteur der Zeitschrift
      bestehen solle;

b. im Falle der Annahme dieses Antrages, über die daraus folgenden Consequenzen und über die dann nöthig werdenden Aenderungen der Vereinssatzungen;

c. über etwa vor der Hauptversammlung noch eingehende Anträge.

6. Neuwahl der Vorstandschaft nach §. 13 und 22 der Satzungen, eintretenden Falles nach den beschlossenen Aenderungen.

7. Beschlussfassung über Ort und Zeit der nächsten Hauptversammlung.

II. Mittags 1 Uhr: Gemeinschaftliches Mittagsmahl im oberen Saale des K. Belvederes.

III. Nachmittags 4 Uhr: Fahrt mittelst besonderen Dampfschiffs nach Pillnitz zur Ausführung barometrischer Höhenmessungen auf dem Borsberge unter Leitung des Herrn Professor Jordan von Carlsruhe.

DIENSTAG, den 7. Juli,

Vormittags: Besichtigung hervorragender Sehenswürdigkeiten Dresdens nach Massgabe der speciellen Anordnung des Localcomites.

Nachmittags 2 Uhr: Gemeinschaftlicher Vergnügungs-Ausflug nach der Bastei in der sächsischen Schweiz.

Während der Dauer der Versammlung wird eine Ausstellung von Instrumenten und Vermessungswerken zur Besichtigung geöffnet sein, zu deren Beschickung ausser den Vereinsmitgliedern auch mechanische Werkstätten und Verlagsbuchhandlungen eingeladen werden.

Die Mitglieder, welche an dieser Hauptversammlung Theil zu nehmen beabsichtigen, werden ersucht, ihre Theilnahme unter Beifügung des in der Einladung des Localcomites erwähnten Kostenbetrages rechtzeitig anzumelden.

Cassel, am 25. Mai 1874.

Die Vorstandschaft.

Koch. *Krehan.*

Einladung.

Das unterzeichnete Localcomite hat die angenehme Pflicht übernommen, die nöthigen Vorbereitungen zur III. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins zu treffen.

Nachdem das Programm dieser Versammlung durch die Vereinsvorstandschaft veröffentlicht worden ist, hält man es für angemessen, zu demselben noch folgende nähere Auskünfte zu geben:

Der Besuch der Königlichen Sammlungen wird in 3 Gruppen je nach freier Wahl stattfinden und zwar in folgender Weise:

Gruppe I.

Naturhistorisches Museum,
Gemäldegallerie.
Grünes Gewölbe.

Gruppe II.

Physikalisch-mathematischer Salon.
Historisches Museum,
Kartensammlung des Königlichen Generalstabes.

Gruppe III.

Naturhistorisches Museum,
Grünes Gewölbe,
Physikalisch-mathematischer Salon.

Denjenigen Herren Fachgenossen, welche bereits vor dem Abend des 5. Juli in Dresden anzukommen gedenken, empfiehlt man, die Königliche Gemäldegallerie (im Museum) an diesem Tage, wo dieselbe in der Zeit von 11 bis 2 Uhr *allgemein* unentgeltlich geöffnet ist, privatim zu besuchen und sich dann am 7. Juli einer der beiden Gruppen II. oder III. anzuschliessen, in welche die Gemäldegallerie nicht mit aufgenommen ist. Es wird hierbei ausdrücklich auf die Nothwendigkeit der Mitführung der Mitgliedskarten aufmerksam gemacht, da die General-Direction der Königlichen Sammlungen für Kunst und Wissenschaft den *besonderen* unentgeltlichen Zutritt zu denselben am 7. Juli nur den Vereinsmitgliedern gestattet und desshalb beansprucht, dass sich die Theilnehmer des Besuches als solche legitimiren.

Die Excursion nach der Bastei erfolgt pünktlich um 2 Uhr mittelst fahrplanmässigen Zuges vom Böhmischen Bahnhofe aus.

Dem unterzeichneten Localcomite ist es für die Veranstaltung der nöthigen Vorbereitungen äusserst wün-

schenswerth, schon einige Zeit vor der Versammlung eine Kenntniss von der zu erwartenden Betheiligungszahl zu erlangen. Da sich nun bei früheren Versammlungen herausgestellt hat, dass eine blose Aufforderung zur schriftlichen Anmeldung insofern nicht den gehörigen Erfolg hatte, als in der Regel die Mehrzahl der Theilnehmer die Versammlung unangemeldet besuchten, so hat man sich nach dem Vorgange der Versammlungen deutscher Architekten und Ingenieure, sowie anderer Fachgenossenschaften für die Anfertigung besonderer Theilnehmer-Karten entschlossen, welche mit den nöthigen Nachweisungen versehen und in Form von Erinnerungsblättern ausgeführt sein werden.

Diese Karten wird man gegen Einsendung eines Betrages von 5 Mark an den Cassirer des Localcomites, Herrn verpfl. Geometer *Ueberall*, Dresden, Schützenplatz Nr. 7, in der Zeit von Bekanntmachung dieser Einladung ab bis zum 30. Juni den geehrten Theilnehmern zusenden, wobei man sich noch zu bemerken erlaubt, dass in dem Preise von 5 Mark ausser den Kosten der Fahrt nach Pillnitz auch das Couvert der gemeinschaftlichen Tafel am 6. Juli mit eingeschlossen ist.

Denjenigen der Herren Fachgenossen, welche sich erst nach Ablauf des 30. Juni zur Theilnahme anmelden sollten, wird man sich zwar beehren, die betreffenden Theilnehmerkarten hier selbst persönlich einzuhändigen, indessen kann man für diese Theilnehmer eine Gewähr für den Mitgenuss sämmtlicher vom Localcomite ausgewirkten Vergünstigungen nicht übernehmen.

Etwaige als Eisenbahngut zu bewirkende Sendungen bittet man zu adressiren:

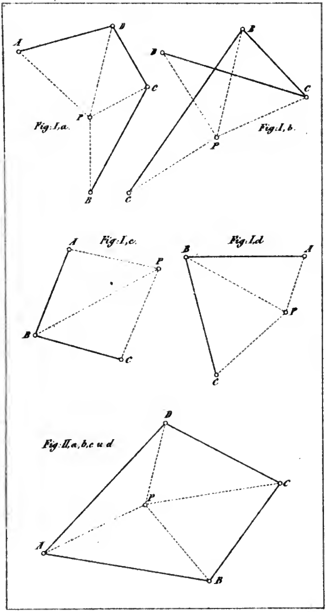
›An das Localcomite des Deutschen Geometervereines, Königliches Finanzvermessungs-Bureau.‹

Und so laden wir denn unsere geehrten Vereinsgenossen zu einem zahlreichen Besuche der bevorstehenden Versammlung von ganzem Herzen ein. Die günstige Lage der Stadt Dresden inmitten einer mit Naturschönheiten reich ausgestatteten Gegend, sowie das Vorhandensein lehrreicher und werthvoller Sammlungen der Kunst und Wissenschaft gibt die Gewähr, dass die diesjährige Versammlung in allseitig befriedigender Weise verlaufen werde.

Dresden, am 15. Mai 1874.

Das Localcomite für die III. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins.

Die Einschaltung trigonometrischer Punkte in ein gegebenes Dreiecksnetz.



Die Einschaltung trigonometrischer Punkte in ein gegebenes Dreiecksnetz.

Von J. H. Franke.

(Mit einer lithographischen Tafel.)

Die Einschaltung weiterer trigonometrischer Punkte in ein gegebenes Dreiecksnetz gehört mit zu den in der praktischen Geodäsie am häufigsten vorkommenden Arbeiten. Ihre Wichtigkeit ist einleuchtend, da sich ja an diese so zu bestimmenden Punkte die ganze Detailaufnahme knüpft. Es mag desshalb vielleicht nicht ungerechtfertigt sein, wenn der Verfasser es unternimmt, an dieser Stelle die Frage einer kurzen Betrachtung vom praktischen Standpunkte aus zu unterziehen und dem einige Vorschläge bezüglich einer empirischen Corrections-Methode bei mehrfacher Bestimmung eines Punktes anzureihen.

Bevor ich in die eigentliche Erörterung des vorbemerkten Themas eintrete, muss ich einige hierbei auftretende Begriffe und Bezeichnungen genauer präcisiren Es ist so oft von Dreiecksnetzen III. und IV. Ordnung die Rede, ohne dass deren unterscheidende Merkmale immer genau und unzweifelhaft festgestellt wären und ohne dass dasselbe Wort immer denselben Begriff deckte So z. B. bezeichnet man im Allgemeinen die zur unmittelbaren Aufnahme der Gemarkungen dienenden Netze als solche IV. Ordnung, während wiederum in Ländern, die nicht nach Fluren oder Gemarkungen, sondern nur nach zusammenhängenden Messblättern messen (wie dies beispielsweise in Bayern stattfindet), der Begriff des Gemarkungsnetzes gar nicht existirt. Ich meine aber, jede Zweideutigkeit des Begriffes wird vermieden, einmal durch Angabe der durchschnittlichen Entfernungen der Netzpunkte, resp. die Nennung der auf eine bestimmte Fläche entfallenden Anzahl derselben, dann auch durch die Bezeichnungen des Zweckes, dem sie unmittelbar dienen sollen. Hiernach verstehe ich unter einem Dreiecksnetz III. Ordnung ein solches mit Dreiecksseiten

von 1—2 Kilometer Länge, so dass etwa 1 Punkt auf 2,5 □Km. fällt. Diese Punkte dienen der unmittelbaren Bestimmung des Dreiecknetzes IV. Ordnung, mit Entfernungen von 0,5—1 Km., oder durchschnittlich auf 1 □Km. 2 Punkte, als Grundlage. An diese letzteren werden bei der Messtischaufnahme die graphischen Hauptpunkte, bei der Theodolit-Messung die trigonometrischen Polygonzüge für die unmittelbare Detailmessung angeschlossen.

Für die Bestimmung der Punkte IV. Ordnung hat man im Wesentlichen fünf verschiedene Verfahrungsweisen:

1. Man beobachtet auf den Hauptpunkten (III. Ordnung) die Richtungen nach den Nebenpunkten (IV. Ordnung);
2. man beobachtet auf den Nebenpunkten die Richtungen nach den Hauptpunkten;
3. man beobachtet die Richtungen sowohl auf den Haupt- wie den Nebenpunkten;
4. man spannt zwischen zwei Hauptpunkten ein Netz IV. Ordnung aus, rechnet die Lage dieser Punkte vorläufig mit einer Basis von fingirter Länge und fingirtem Azimuth (Richtungswinkel) und bestimmt aus der Vergleichung der Resultate mit den Werthen der gegebenen Hauptpunkte die wirkliche Lage der Nebenpunkte;
5. man leitet aus den Punkten höherer Ordnung endlich eine oder mehrere Basen ab und gründet auf diese das Netz IV. Ordnung.

Einer Vergleichung dieser Methoden hat die Feststellung der Anforderungen vorherzugehen, welche an solche einzuschaltende Punkte erhoben werden. Hier ist es nun von bestimmenden Einfluss, ob die Messung, wie es jetzt bei den meisten Katastervermessungen geschieht, nach Fluren oder Gemarkungen vorgenommen, oder aber ein System zusammenhängender Messblätter, deren jedes mit den vier anliegenden auf's Genaueste zu verbinden ist, festgehalten wird. Die erst erwähnte Verfahrungsweise kann sich ohne grossen Nachtheil der vierten oben er-

wähnten Einschaltungsmethode bedienen; denn da die Gemarkungen unabhängig für sich aufzunehmen sind, so kommt es in der That nur auf die genaue relative Lage (der Punkte unter sich) an und es ist nicht von Bedeutung, wie sich die Punkte eines nebenliegenden, einer anderen Aufnahme dienenden Netzes zu denen des ersten Gemarkungsnetzes stellen. Diese Einschaltungsmethode wird denn auch in der That vielfach empfohlen und hat meines Wissens in Preussen, Hessen, der Schweiz u. s. w. Anwendung gefunden. Für erheblich kürzer als die anderen der oben erwähnten Verfahrungsweisen möchte ich die Legung einer solchen Dreieckskette nicht halten, auch nicht für genauer, besonders dann nicht, wenn man die Dreiecke nur an einander reiht und ängstlich jedes Durchschneiden der Dreiecksseiten, resp. jedes Einschneiden von Diagonalen vermeidet, während doch anerkanntermassen letzteres Verfahren die Zuverlässigkeit eines Netzes sehr erhöht *). Aber auch abgesehen hiervon wird die fragliche Einschaltungsmethode bei dem zweiten Messängssystem gar nicht anwendbar sein, denn hier verlangt der nach allen Seiten genau herzustellende Anschluss der einzelnen Messblätter eine möglichst scharfe Orientirung nach *allen* Seiten und diese Forderung involvirt für die trigonometrischen Punkte eine ganz ähnliche, nämlich dass diese nach *allen* Richtungen möglichst gut unter sich harmoniren und beispielsweise Unterbrechungen der Stetigkeit, wie sie die Verbindung der Punkte zweier neben einander liegender, aber gesonderter Netze zeigen würde, nicht vorkommen dürfen. Der ununterbrochene Fortgang und Anschluss der Detailarbeiten im letzterwähnten Messungssystem verlangt ein Gleiches von der trigonometrischen Einhaltung und stellt höhere Anforderungen an dieselbe, als bei der gesonderten Fluren- oder Gemarkungsmessung.

*) Dem gewöhnlichen Sprachgebrauch zufolge nenne ich eine Folge einfach an einander gereihter Dreiecke eine Dreiecks*kette*, wenn aber Diagonalen eingeschnitten sind, ein Dreiecks*netz*.

Betrachten wir die fünfte der oben aufgeführten Methoden (sie wurde z. B. bei der Katastervermessung des Herzogth. Sachsen-Gotha angewandt und ist in meiner Schrift: »die Dreiecksnetze vierter Ordnung etc.« München, 1871, besonders beschrieben), so ist dieselbe wohl der vierten in allen hauptsächlichen Beziehungen gleich zu stellen, hat aber vor dieser entschiedene Vorzüge voraus, wenn man auf die mehrfache Bestimmung der einzelnen Punkte nicht verzichtet und sich nicht blos mit *einer* abgeleiteten Basis benügt, vielmehr innerhalb des Netzes mehrere Punkte unmittelbar von den Hauptpunkten her bestimmt.

Indess lässt sich nicht läugnen, dass zu einer Erreichung strenger und zugleich allen an solche Punkte überhaupt zu stellenden Anforderungen entsprechender Resultate die vierte und fünfte Verfahrungsweise, in der Weise wenigstens, wie ich sie kennen lernte, kaum genügen dürften und nur durch eine sachgemässe Verbesserung der letzteren oder durch die ersten Methoden das angestrebte Ziel einer möglichst sicheren Feststellung der Nebenpunkte nach *allen* Richtungen hin erreicht werden kann.

In theoretischer Beziehung dürfte nun, wie Helmert's und Jordan's Untersuchungen gezeigt haben *), die zweite Methode, welche nichts weiter als eine wiederholte Anwendung des pothenotischen Porblems ist, den Vorzug verdienen. Die theoretische Betrachtung zeigt nämlich, dass die fragliche Verfahrungsweise im Allgemeinen schärfere Resultate liefert als die erste Methode, und nur in speciellen Fällen, bei besonders ungünstiger Lage der in Frage kommenden Punkte, hinter dieser zurück bleibt. Aber auch in praktischer Beziehung möchte die »pothenotische« Bestimmung, d. h. des Verfahrens, bei welchem man auf einem Nebenpunkte die Richtungen

---

*) Helmert: Studien über rationelle Vermessungen im Gebiete der höheren Geodäsie, Leipzig 1868, und Jordan: Ueber die Genauigkeit einfacher geodätischen Operationen, Schlömilch Zeitschrift für Mathematik und Physik. 1871.

nach 3 gegebenen Hauptpunkten misst und daraus durch bekannte mathematische Entwickelungen die Position des Punktes findet, den Vorzug vor der erst erwähnten Methode verdienen. Diese praktische Vorzüge begründen sich durch den Wegfall der mühsamen Signalisirung der Nebenpunkte, wie auch durch den Umstand, dass die gegebenen Punkte der Landes-Triangulation in der Regel (weil dominirender oder höher gelegen) von den zu bestimmenden Signalen aus besser gesehen werden, als umgekehrt diese von jenen. Bedenkt man ferner noch, dass wir gleicherweise der oft beschwerlichen Centrirungen auf den Punkten III. Ordnung, die vielfach Kirchthürme sind, überhoben werden und dass überhaupt die Beobachtungen keinen grösseren Zeitaufwand als bei der ersten Verfahrungsweise beanspruchen, so möchten alle diese Umstände für die pothenotische Einschaltung sprechen.

Die aus diesen Ergebnissen zu ziehenden Schlüsse bedürfen indessen eines Correctivs, einmal wenn die Entfernungen der neu zu bestimmenden Punkte unter sich verhältnissmässig nicht bedeutend, dann aber auch, wenn etwaige Fehler in der *relativen* Lage derselben von bedeutenderem Einflusse sind als die Abweichungen ihrer absoluten Position (z. B. die Abweichungen gegenüber dem Haupt-Coordinatensystem der Landesvermessung). Stützt man nämlich die Bestimmung der Nebenpunkte *nur* auf Hauptpunkte, so liegt die Befürchtung nahe, dass die *gegenseitige* Lage der ersteren, da sie jeder *directen* Verbindung ermangeln, leicht Differenzen aufzeigen kann, die im Hinblick auf die vorausgesetzten kurzen Entfernungen bezüglich der Orientirungen und Anschlüsse vielfach zu Unzuträglichkeiten führen werden. Diese Gefahr würde, ein sonst exactes Arbeiten vorausgesetzt, erheblich in den Hintergrund treten, wenn wir eine absolut genaue Lage der gegebenen Punkte und zugleich eine günstige Situirung derselben gegenüber den zu bestimmenden Punkten voraussetzen könnten. Da das natürlich im Allgemeinen nicht der Fall sein wird, so

ist es aus diesem Grunde wünschenswerth, die Nebenpunkte, wenigstens immer die sich zunächst liegenden mit einander in directe Verbindung zu setzen. Beachten wir alle diese Verhältnisse, so kann man für eine solche succesive Einschaltung von Punkten folgende allgemeine Sätze aufstellen:

1. Auf jeden pothenotisch festzulegenden Punkt sind, wenn er nicht besonders günstig situirt ist (siehe 2), nie blos 3, sondern wo möglich stets 4—6 gegebene Punkte anzuschneiden; denn dies ist schon wegen der präsumtiven Unsicherheit der Lage der Punkte III. Ordnung, die oft, besonders bei älteren Triangulationen, nicht nach rationellen Grundsätzen bestimmt sind und vielfach erhebliche Differenzen aufzeigen, geboten.
2. Der gesuchte Punkt muss zu den gegebenen eine möglichst günstige Lage haben und insbesondere wird es zweckmässig sein, wenn letztere nicht blos nach einer Richtung, sondern, wenn möglich, rings im Horizonte liegen; dies Letztere ist an und für sich einleuchtend, die theoretische Untersuchung zeigt aber noch speciell, dass die günstigste Lage des zu bestimmenden Punktes die Mitte des von den drei gegebenen Punkten gebildeten Dreiecks ist. Mit abnehmender Genauigkeit folgen dann: Seitenmitte, nahe der Ecke in der Winkelhalbirungslinie, nahe der Ecke in der Seite, der ausspringenden Ecke des gegebenen Dreiecks gegenüber (im rückwärts verlängerten Winkelraum). Die letztgenannte Lage ist die ungünstigste und kann, wie längst bekannt, unter Umständen die Auflösung ganz unbrauchbar machen. Etwas besser wird die letzte Bestimmung, wenn der Punkt von dem gegebenen Dreiecke sich beträchtlich entfernt und zugleich möglichst weit der Halbirungslinie liegt.
3. Unter den anzuschneidenden Punkten müssen sich im Allgemeinen immer ein bis zwei der nächst gelegenen von den zuvor erst eingeschalteten Punkten

befinden, während die übrigen dem System der Landes-Triangulation angehören; es soll durch dieses Verfahren einestheils die Verbindung der Nebenpunkte unter sich, anderentheils aber auch deren inniger Anschluss an das grössere Dreiecksnetz III. Ordnung gesichert werden.

4. Aus drei günstig gelegenen Punkte sind dann die vorläufigen Coordinaten des gesuchten Punktes zu rechnen und die übrigen anvisirten Punkte zu einer einfach-schematisch auszuführenden Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate heranzuziehen; hierbei empfiehlt es sich, den gemessenen Richtungen verschiedene Gewichte proportional den betreffenden Entfernungen beizulegen. Ich bin der Meinung, dass, wenn irgendwo in der elementar-geodätischen Praxis, gerade hier eine Anwendung der strengen Ausgleichungsmethode am Platze sei. Denn wenn man einmal die Bestimmung aus nur drei Zielpunkten nicht für hinreichend erachtet, so macht in der That eine strenge Ausgleichung nicht viel mehr Mühe*) als die wiederholte Berechnung der Coordinaten aus je 3 Punkten (wenn man die gegebenen zu je dreien combinirt und daraus die Combinationen günstiger Situation auswählt). Die Einführung der verschiedenen Gewichte empfiehlt sich jedenfalls im Hinblick auf die im Allgemeinen vorauszusetzende Unsicherheit in der Lage der gegebenen Punkte, welchem Umstand durch die einzuführenden Gewichte einigermassen Rechnung getragen wird.

5. Beim Fortgange der Arbeiten (sobald sich diese über grössere Flächen erstrecken) sind in zweckmässiger Auswahl nach und nach einzelne Punkte

*) Nach meinen Erfahrungen ist bei 5—6 Zielpunkten, und wenn man vollständige Sätze beobachtet hat, die ganze Arbeit (inclusive der vorläufigen Rechnung der Coordinaten) in 4—5 Stunden auszuführen.

der Landes-Triangulation fallen zu lassen und an deren Stelle neue aufzunehmen, so dass, wenn bei besonderer Gestaltung der Arbeit die Bestimmung auf den Ausgangspunkt zurückkehrt, successive die zuerst benützten Signale wieder zur Festlegung der Punkte IV. Ordnung herangezogen werden.

Bei der Befolgung vorstehender Sätze ist wohl mit Sicherheit auf eine befriedigende Lösung der gestellten Aufgabe: »in ein gegebenes Netz eine grössere Anzahl trigonmetrischer Punkte IV. Ordnung einzuschalten«, zu rechnen, und zugleich wird der Arbeitsaufwand, wenn auch grösser wie bei der vorhin besprochenen Einschaltung einer *Dreieckskette,* doch kein unverhältnissmässiger genannt werden können, wenn man die solcherweise zu erlangende Präcision in's Auge fasst. Aus diesem Grunde möchte dies »pothenotische« Einschaltungssystem für die meisten Fälle nur empfohlen werden können.

Das erste Verfahren, nach welchem man auf den Hauptpunkten nur die Richtungen nach den Nebenpunkten beobachtet (es ist dies bei Bestimmung *eines* Punktes das »Vorwärtseinschneiden«), steht im Allgemeinen, theoretisch betrachtet, hinsichtlich der zu erlangenden Genauigkeit der pothenotischen Bestimmung nach, aber auch praktisch dürfte sich diese Methode weniger empfehlen, einmal weil die Visur von einem höher gelegenen nach einem tiefer liegenden Punkte, der nur mittels einer schwachen Stange signalisirt und öfters schlechten Hintergrund hat, entschieden ungünstiger ist als nach der umgekehrten Richtung, dann aber auch, weil wir uns in diesem Falle öfters genöthigt sehen würden, excentrische Aufstellungen zu nehmen. Wer aber die Beschaffenheit der Mehrzahl solcher Punkte III. Ordnung, Dorf-Kirchthürme, kennt, wird leicht ermessen, welchen Schwierigkeiten sowohl als auch welchen Ungenauigkeiten die Beobachtungen in diesem Falle unterliegen werden. Dieselben Gründe sprechen auch gegen eine allgemeine Anwendung der dritten Methode (bei nur zwei Hauptpunkten, also *einem* Dreieck mit drei gemessenen Winkeln, einfach »Trian-

gulirung‹ genannt), da hier ganz dieselben Verhältnisse bezüglich der Beschaffenheit der Hauptpunkte stattfinden Theoretisch genommen wäre freilich, wenn man bei den ersten drei Verfahrungsweisen immer *gleich* viel Hauptpunkte berücksichtigt, die dritte Methode die vorzüglichste Leistung, doch würde damit auch der Arbeitsaufwand sich annähernd verdoppeln. Nur wenn man, um dies zu vermeiden, bei der ›Triangulirung‹ weniger Hauptpunkte heranzieht, wird sie mit den ersten Methoden vergleichbar. Die Genauigkeit hängt dann natürlich, nächst anderen beeinflussenden Umständen, von der Anzahl der beizuziehenden Hauptpunkte ab, so dass sie mit einer Verringerung dieser Anzahl ebenfalls geringer wird. Stützt man sich bei der ›Triangulirung‹ nur auf wenige Hauptpunkte, so möchte im Allgemeinen die zweite Methode immer vorzuziehen sein, wenn dies nicht schon aus den oben erwähnten praktischen Gründen zu folgern wäre.

Indessen lässt sich nicht längnen, dass eine vollkommen consequente Durchführung der zweiten Einschaltungsmethode nach den in 1. bis 5. aufgestellten Grundsätzen in besonderen Fällen auf unüberwindliche Schwierigkeiten stossen kann und hier die Methode der ›Triangulirung‹ vorzuziehen sein würde.

Beispielsweise kann dies geschehen, wenn wegen Terrain- oder Anbau-Hindernissen die gegebenen Signale hauptsächlich nur nach *einer* Richtung hin sichtbar sind und dadurch die Situation für ›pothenotische‹ Bestimmung, wenigstens theoretisch betrachtet, ungünstig wird.

In diesem Falle und zugleich als allgemeinste Norm dienend, möchte ich folgende Verfahrungsweise, welche nichts weiter als eine sachgemässe Modification der fünften der obigen Einschaltungsmethoden ist, empfehlen.

Es seien in dem zu triangulirenden Terrain eine Anzahl fest bestimmter Punkte A, B, C etc. der Landestriangulation gegeben. Diese Punkte (III. Ordnung) werden der Mehrzahl nach als *Thürme* angenommen, so dass eine directe Aufstellung nur mit Schwierigkeit zu bewerk-

stelligen wäre. Wir ziehen desshalb vor, in der ganzen zu triangulirenden Gegend nach den in den früheren fünf Sätzen angedeuteten Gesichtspunkten eine beschränkte Anzahl Signale IV. Ordnung (etwa auf 2,5 □Km. eines) pothenotisch einzuschalten.

Diese einzuschaltenden Punkte, bei deren Auswahl nur die Rücksicht auf möglichst günstige Situirung und keineswegs eine solche hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit für den Anschluss graphischer oder polygonometrischer Nebenpunkte massgebend war, werden *bei geschickter Anordnung* sowohl unter sich als mit dem System der Landestriangulation in sicherer Verbindung stehen, um so mehr als auf ihnen die Beobachtungen in grösserer Schärfe auszuführen sind. Dass hierbei eine gleichmässige Präcision nach allen Seiten so viel als möglich anzustreben ist, zugleich aber der Arbeitsaufwand mit den zu erreichenden Zwecken nicht im Missverhältniss stehen darf, möchte selbstverständlich sein.

Betrachten wir nun diese pothenotisch eingeschalteten Punkte als absolut fest, so können wir von ihnen als Stützpunkten ausgehend, die übrigen Signale unseres Einschaltungssystems in gewöhnlicher Weise »trianguliren«. Für diese Triangulirung möchten sich zweckmässig folgende Normen aufstellen lassen:

1. Jeder Punkt ist aus 2—4 Dreiecken zu bestimmen, denn in der That ist ein solches Verfahren, ganz abgesehen von der Controle, welche es gewährt, mehr wie die blose Vermehrung der Winkelmessung geeignet, schärfere Coordinatenwerthe zu liefern.

2. In jedem Dreiecke sind thunlichst alle drei Winkel zu messen, besonders dann, wenn der der Basis gegenüberliegende Winkel $< 90^0$ wird.

3. Die Basen der zu berechnenden Dreiecke werden hauptsächlich von den Verbindungslinien der pothenotisch eingeschalteten Punkte, zum Theil aber auch von den zuvor erst berechneten Dreiecksseiten abgegeben, um die zu triangulirenden Punkte auch thunlichst in directe Verbindung zu setzen.

4. Die Bestimmung der mittleren Coordinatenwerthe mehrfach bestimmter Punkte hat nach einer zweckmässigen und für alle Verhältnisse möglichst gleichmässig und schematisch zu handhabenden Näherungsmethode zu erfolgen.

5. Die Auswahl der zur Triangulirung heranzuziehenden Punkte ist so zu treffen, dass, wenn bei besonderer Situirung der Arbeit die Bestimmung auf den Anfangspunkt zurückkehrt, successive die früheren Ausgangspunkte wieder zur Triangulirung herangezogen werden, und so eine Unterbrechung der Stetigkeit möglichst vermieden wird.

Dies sind die hauptsächlichsten Sätze, welche ich für eine solchergestalt zu führende Einschaltungstriangnlirung für massgebend halte. Wohl ist einznräumen, dass ein solches Verfahren grösseren Arbeitsaufwand verursacht, als die nach Methode 4. ausgeführte Einschaltung einer besonderen Dreieckskette, aber ich meine, dass anch die Präcision der so erhaltenen Resultate nach allen Seiten hin eine höhere sein und selbst weiter gehenden Anforderungen genügen wird. Ich will ferner dabei keineswegs in Abrede stellen, dass unter Umständen die genannte vierte Methode für genügend erachtet werden kann, aber wie schon bemerkt, wird doch im Allgemeinen die gesonderte Einschaltnng der Punkte IV. Ordnung auf pothenotischem Wege oder mittels einer nach den vorigen Grundsätzen ansgeführten Triangulirung, wenn die Beobachtungen geschickt und sachgemäss geleitet werden, den Vorzug verdienen.

Habe ich im Vorstehenden die Gesichtspnnkte kurz entwickelt, von welchen aus meiner Meinung nach die Frage: ›Auf welche Weise in ein Netz III. Ordnung weitere trigonometrische Punkte IV. Ordnung am zweckmässigsten zu setzen sind‹, zu betrachten sein wird, so bleibt hier doch noch eine wichtige Erörterung nachzuholen.

Es betrifft dies den vierten der für die Ausführung der Triangulation aufgestellten Grundsätze, nämlich die Anwendung zweckmässiger Näherungsmethoden bei der

mehrfachen Bestimmung eines durch ›Vorwärtseinschneiden‹ oder ›Triangulirung‹ festgelegten Punktes. So sehr auch bei der Festlegung wichtiger Punkte auf pothenotischem Wege, wenn man sich auf möglichst viele Hauptpunkte stützen will, die Anwendung der strengen Ausgleichungsmethode zweckmässig erscheint, keineswegs lässt sich dasselbe für den vorliegenden Fall behaupten, und man ist jetzt wohl allgemein darüber einig, dass im Allgemeinen für die triangulatorische Bestimmung der Punkte IV. Ordnung zweckmässige Nährungsmethoden einestheils durch die Rücksicht auf den Arbeitsaufwand geboten, anderntheils aber auch durch die Gewährung hinreichender Genauigkeit zulässig seien. Professor *Jordan* gebührt das Verdienst, schon früher nachdrücklich darauf hingewiesen zu haben, dass es für die Mehrzahl der Fälle der elementar-geodätischen Praxis besser sei, die verfügbare Zeit eher auf Messung, als auf Ausgleichung zu verwenden, und insbesondere hat er noch in einer interessanten Arbeit (enthalten im Monatsblatt des Badischen Geometer-Vereins, Jahrgang 1871 Nr. 2—5) gezeigt, ›dass man mit zweckmässigen Nährungsmethoden den Resultaten der Methode der kleinsten Quadrate so nahe kommen kann, dass die Abweichung im Durchschnitt wenig mehr als $^1/_3$ des im günstigsten Falle zu fürchtenden mittleren Fehlers beträgt.‹ Hiernach erscheint die obige Behauptung, dass man nur bei wichtigeren Fällen in der niederen Geodäsie zur strengen Ausgleichung zu greifen haben wird, wohl hinlänglich bestätigt. Die nachfolgenden Entwickelungen haben nun den Zweck, die Jordan'schen Resultate durch die Ergebnisse einiger weiteren Beispiele zu bestätigen, dann aber auch auf eine neue empirische Ausgleichungs- oder Correctionsmethode aufmerksam zu machen und dieselbe dem Urtheil der Fachgenossen zu unterbreiten.

Den Impuls zu der vorliegenden Arbeit kann ich auf mehrere Ursachen zurückführen. Einmal auf die in dem eben erwähnten Jordan'schen Aufsatz sich findende

Aeusserung, dass die vorgeführten Näherungsmethoden wohl annähernd gleiche Berechtigung haben dürften und desshalb nach persönlichem Geschmack auszuwählen seien, eine Meinung, der ich nicht so unbedingt beipflichten möchte. Dann wieder veranlassten mich meine Berufsgeschäfte, mit der im »bayerischen Kataster-Schematismus« eingeführten Correctionsmethode mich zu beschäftigen, und eine dritte Anregung empfing ich endlich von dem im letzten Hefte unserer Zeitschrift befindlichen Aufsatze des Steuerraths Kerschbaum: »Ueber Winkelausgleichung«.

Vor Allem ist es angezeigt, die an eine gute Näherungsmethode im Allgemeinen zu stellenden Anforderungen näher zu präcisiren.

Ich meine, man kann dahin wohl folgende Punkte rechnen:

1. Die empirische Ausgleichungsmethode soll den für den jeweiligen Fall stattfindenden mathematischen Beziehungen annähernd Rechnung tragen und auf möglichst geringe Correction der *unmittelbar gemessenen* Elemente hinwirken;

2. sie soll auf eine *beliebige* Zahl von mehrfachen Bestimmungen *eines* Punktes in gleicher Weise anwendbar sein;

3. sie soll ferner das Resultat von der grösseren oder geringeren Befähigung des Manipulirenden thunlichst unabhängig machen und endlich

4. soll sie ein leichtes und *rein mechanisches* Arbeiten bei nicht zu grossem Zeitaufwand gestatten.

Diese Forderungen möchten wohl allseitig zu billigen sein; sehen wir nun zu, wie die einzelnen Näherungsmethoden denselben gerecht werden.

Als einfachste Näherungsmethode ist wohl die Annahme des einfachen arithmetischen Mittels aus den durch gesonderte Berechnung der Dreiecke enthaltenen Coordinatenwerthen zu bezeichnen. Die 2., 3. und 4. Forderung

werden hier erfüllt, um so weniger aber die erste. Es wird keine Rücksicht auf die günstige oder ungünstige Form der Dreiecke, die doch das Resultat so sehr beeinflussen, genommen. Gleichgiltig ist es ferner, ob in einem Dreieck nur 2, in dem anliegenden aber alle 3 Winkel gemessen sind. Ebenso ändert dieses Verfahren im Allgemeinen den Richtungswinkel kürzerer Linien viel mehr als den der längeren, und endlich wird für blos 2 Dreiecke der Mittelwerth stets auf den mittleren Strahl (der gemeinschaftlichen Seite) genommen, so dass die mittleren Winkel ganz ungeändert bleiben.

Ein zweites Verfahren ist die sogenannte »übereinstimmende Dreiecksberechnung«, bei der würtembergischen Landesvermessung und, so viel ich weiss, auch bei den preussischen Katastervermessungen angewandt. (Ich habe die Methode in meiner oben genannten Schrift ebenfalls beschrieben und ein Beispiel gerechnet.) Auch hier werden die letzten Forderungen zum grössten Theil, nicht aber die erste erfüllt. Der Umstand, dass nur die Winkel α und β sich immer um gleiche, blos mit verschiedenen Vorzeichen versehene Beträge, die Winkel γ sich aber gar nicht ändern, was eine nicht zu rechtfertigende Bevorzugung der letzteren in sich schliesst, dass ferner im Wesentlichen die Methode für den einzelnen Fall nur die Benützung *dreier* Hauptpunkte zulässt und der gesuchte Punkt immer auf den mittleren Strahl erhalten wird, alle diese Erwägungen, meine ich, möchten nicht für eine allgemeine Anwendung des fraglichen Verfahrens sprechen.

Als dritte Methode führe ich hier das unter dem Namen »badische Ausgleichungsmethode« bekannt gewordene »graphische« Verfahren, von dem badischen Oberst Tulla herrührend, an. Die näheren Modalitäten sind von Professor Jordan in seinem mehrerwähnten Aufsatze und von Professor Rebstein in dessen Lehrbuch der praktischen Geometrie beschrieben. Hier genüge nur die Mittheilung, dass man die am gesuchten Punkte vermöge der unvermeidlichen Beobachtungsfehler ent-

stehende Schnittfigur (die einzelnen Strahlen von den gegebenen Punkten nach dem gesuchten sollen sich hier sämmtlich in letzterem durchschneiden, was im Allgemeinen nicht geschieht und eben dadurch die fehlerzeichende Figur entsteht) in grossem Massstabe zu etwa $^1/_5$ — $^1/_4$ aufträgt und nun in dieser Figur nach dem ›praktischen Gefühl‹ den Punkt bestimmt. Die Aenderungen der Richtungswinkel werden mittelst eines Diagrammes gefunden und dann aus diesen und den verbesserten Längen die Coordinaten gerechnet.

Das vorstehende Verfahren erfüllt in aller Strenge nur die zweite Forderung, die erste nur bei *sehr geschickter* Handhabung. Der dritten und vierten Bedingung wird, wie leicht zu ersehen, nicht entsprochen, denn die Annahme des gesuchten Punktes nach dem ›praktischen Gefühl‹ lässt nur unter der Voraussetzung eines geübten praktischen Blicks ein günstiges Resultat erwarten, während die Unterbrechung der mechanischen Arbeit des Rechners durch die Nothwendigkeit der graphischen Auftragung der fehlerzeigenden Figur nach den Differenzen der gemeinschaftlichen Seiten und den auf der Station gebildeten Winkeln einer leichten und mechanischen Erledigung der Arbeit nicht förderlich ist. Immerhin muss ich aber constatiren, dass nach dem, was mir über die Anwendung des fraglichen Verfahrens bekannt geworden und nach den weiter unten folgenden Resultaten die Methode zu den besseren zu zählen ist und die vorhin genannten übertreffen dürfte.

Die vierte, vom Steuerrath Kerschbanm im letzten Hefte dieser Zeitschrift veröffentlichte Methode nimmt als den zu suchenden Punkt den Mittelpunkt des in das fehlerzeigende Dreieck eingeschriebenen Kreises an. Hieraus folgt sofort, dass sie nur bei 2 Dreieken oder 3 Strahlen anwendbar ist, was unserer zweiten Bedingung widerspricht. Wohl wird der dritten Forderung, um so weniger aber der ersten und vierten Bedingung entsprochen. Denn das Resultat ist ein gleiches, ob in dem einen Dreieck nur 2, in dem andern 3 Winkel gemessen sind,

ob ferner das eine Dreieck von sehr günstiger, das andere von sehr ungünstiger Form ist. Wenn ferner in dem fraglichen Anfsatz bemerkt ist, dass dieses Verfahren die Correction der Winkel für die langen Strahlen stets verhältnissmässig geringer mache als die der kurzen, so ist mir der Grund dafür nicht recht ersichtlich. In einem speciellen Falle dürfte allerdings das Verfahren zu günstigen Resultaten führen, wenn nämlich die beiden Dreiecke nahezu von gleicher Form sind.

Betrachten wir endlich noch eine fünfte Ausgleichnngsmethode, die fast durchgängig bei der Berechnung des trigonometrischen Netzes in Bayern Anwendung gefunden hat und von dem Astronomen Soldner herrührt. Das Verfahren ist in Kürze folgendes: Mit Berücksichtigung der Dreieckswinkelsumme werden zuerst alle in dem vorliegenden Punktsystem vorkommenden Richtungswinkel (Directionswinkel, auch zuweilen, obwohl uneigentlich, Azimuthe genannt) gleich gestellt, hierauf die einzelnen Dreiecke gerechnet und endlich für eine der doppelt berechneten Seiten (sogenannte Communseite) unter Berücksichtigung aller beeinflussenden Momente ein bestimmter Werth angenommen und nach diesem sämmtliche Dreieckswinkel und Seiten mit Hilfe der ausgesetzten logarithmischen Differenzen corrigirt. Bestimmte Vorschriften, welche der mitunter mehrfach vorkommenden Communseite und mit welchem Betrage dieselbe willkürlich anzunehmen ist, lassen sich im Allgemeinen nicht geben; es hängt dies ganz von der Geschicklichkeit und dem raschen Ueberblick des Manipulirenden ab, der sein Augenmerk immer auf die Herbeiführung der geringfügigsten Winkelcorrectionen und proportionaler Seitenverbesserungen zu richten hat.

Man ersieht aus dieser Darstellung, dass, wenn bei dem Verfahren auch die erste und zweite Bedingung gewahrt werden mag, doch um so weniger die dritte und zum Theil auch die vierte erfüllt wird. Es kann hier nicht ausbleiben, dass öfters versuchsweise Rechnungen vorkommen und der Arbeitende dabei immer

noch nicht sicher ist, ob nicht auf demselben Wege ein noch etwas besseres Elementensystem zu erreichen gewesen wäre. Aus diesem Grunde möchte auch diese Correctionsmethode nicht zur allgemeinen Anwendung empfohlen werden können.

Die früher erwähnten Anregungen und die mancherlei Unzulänglichkeiten, welche den eben kurz besprochenen Näherungsmethoden anhaften, veranlassten mich, der Sache näher zu treten und einen Weg zu suchen, der den oben aufgestellten Forderungen möglicht entspricht Indem ich die gefundenen, übrigens sehr einfachen und nahe liegenden Resultate den geehrten Fachgenossen hiermit zur Beurtheilung vorlege, erhebe ich keineswegs den Anspruch, das Beste gegeben zu haben, wohl aber meine ich, dass die Sache einer vorurtheilslosen Prüfung werth sei.

Das Princip der vorzuschlagenden Methode läst sich kurz dahin aussprechen:

„Es werden die Coordinaten des gesuchten Punktes aus den einzelnen Dreiecken gerechnet und die erhaltenen Werthe unter Einführung verschiedener Gewichte für dieselben zu einem Mittelwerthe vereinigt. Es sind dies dann die definitiven Coordinaten des gesuchten Punktes."

Entwickeln wir kurz den Gedankengang.

Die unmittelbar beobachteten Richtungen sind zuerst auf die Winkelbedingung zu corrigiren, d. h. also, dass die Summe der Dreieckswinkel der theoretischen Summe, die Summe der zwischen zwei durch ihre Richtungswinkel fest gegebenen Seiten liegenden zwei Winkel der Differenz der fraglichen Richtungswinkel gleich sei etc. In welcher Weise diese Richtigstellung, deren Ausführung auch die Conformität der Richtungswinkel bewirkt, vorzunehmen ist, ob auf strengem oder empirischem Wege, bleibt dem Ermessen des Einzelnen überlassen.*) Mit diesen Winkeln und den gegebenen Seiten rechnet man

*) Eine schon früher von Professor Jordan gegebene Correction verdient wegen der Einfachheit ihrer Darstellung hier mitgetheilt

dann die Dreiecke und ebenso die Coordinaten des Punktes aus jedem Dreieck *einmal*. Die wegen der im Allgemeinen vorauszusetzenden Nichtübereinstimmung dieser Coordinatenwerthe nothwendige Correction suche ich nun so zu bewirken, dass einmal die jetzigen Richtungswinkel möglichst wenig geändert werden, d. h. so wenig als es die Anwendung einer empirischen und rein mechanisch zu handhabenden Methode gestattet, dann aber auch, dass den stattfindenden mathematischen Beziehungen hinsichtlich der Form der Dreiecke, der Anzahl der gemessenen Winkel u. s. w. möglichst entsprochen wird.

Betrachten wir, um dahin zu gelangen, die Aenderung, welche die Richtungswinkel φ einer Linie, deren Endpunkte durch Coordinatenwerthe in einem rechtwinkligen Parallel-Coordinatensystem gegeben sind, erleidet, wenn einer dieser Endpunkte sich um eine kleine Grösse in beliebiger Richtung vorschiebt. Wir finden dann, die Entfernung durch r und die Verschiebungen in der Richtung der Abscissen- bez. Ordinaten-Achse durch dx und dy ausdrückend:

$$(1) \qquad d\varphi = \frac{\sin\varphi}{r} \cdot dx - \frac{\cos\varphi}{r} \cdot dy$$

---

zu werden. Seien α, β, γ resp. α', β', γ' die Winkel zweier zwischen zwei fest gegebenen Seiten liegender Dreiecke und hierbei γ, γ' die an dem mittleren der drei bekannten Punkte befindlichen Winkel. Die Differenz der gegebenen Richtungswinkel werde mit φ bezeichnet, so soll $\gamma + \gamma' = \varphi$ sein. Wenn dies nicht der Fall, so findet man die verbesserten Winkelwerthe γ_0 und γ'_0 folgendermassen:

$$\gamma_0 - \gamma'_0 = \gamma - \gamma'$$
$$\gamma_0 - \gamma'_0 = (\alpha' + \beta') - (\alpha + \beta)$$

Nimmt man aus beiden Gleichungen das arithmetisehe Mittel, gibt aber dem ersten Werthe, weil nur von zwei gemessenen Winkeln herrührend das doppelte Gewicht, so folgt:

$$\gamma_0 - \gamma'_0 = \frac{2(\gamma - \gamma') + (\alpha' + \beta') - (\alpha - \beta)}{3}$$

und dies in Verbindung mit $\gamma_0 + \gamma'_0 = \varphi$ gibt nns sofort die beiden verbesserten Winkel γ_0 und γ'_0. Die Winkel α nnd β werden nach ihren Gewichten auf die theoretische Winkelsumme gestellt.

Abstrahiren wir nun, um die Beziehungen nicht zu compliciren und die Ausgleichung so einfach wie möglich zu machen, von den Vorzeichen, welche die Coefficienten $\frac{\sin\varphi}{r}, -\frac{\cos\varphi}{r}$ wie auch die Aenderungen dx und dy haben können, betrachten wir also die *absoluten* Werthe, so wird jedes der zwei Glieder für sich am kleinsten werden, wenn wir dx und dy umgekehrt proportional dem bezüglichen Coefficienten setzen. Für unseren Fall gibt nun jedes Dreieck zwei der Gleichungen (1) und je einen Coordinatenwerth. Wenn wir jetzt die Coefficienten $\frac{\sin\varphi}{r}$ und $-\frac{\cos\varphi}{r}$ durch α und β bezeichnen und zum Zeichen, dass blos die *absoluten* Werthe zu nehmen sind, sie in runde Klammern einschliessen, so dürften wir nur die erhaltenen Einzelwerthe der Coordinaten mit den bezüglichen Summen $[(\alpha) + (\alpha')]$, $[(\alpha') + (\alpha'')]$, etc. resp. $[(\beta) + (\beta')]$, $[(\beta') + (\beta'')]$, etc. multipliciren, diese Produkte für x und y gesondert addiren und durch die Summe der Coefficienten (Gewichte) theilen, um die Mittelwerthe der Coordinaten zu erhalten.

Hiermit wäre aber der ersten der von uns früher aufgestellten Forderungen noch nicht Genüge geleistet. Denn jedenfalls ist die Form des Dreiecks, ob ferner alle 3 oder nur 2 Winkel gemessen sind etc. auf die berechneten Werthe der Seiten, resp. der Coordinaten von höchstem Einfluss. Um dem Rechnung zu tragen, beachten wir, dass der mittlere Fehler eines durch „Vorwärtseinschneiden" bestimmten Punktes durch

(2) $$m = \frac{\delta}{\sin}\sqrt{a^2 + b^2}$$

eines durch „Triangulirung" festgelegten Punktes durch

(3) $$m_1 = \frac{\delta}{\sin\gamma}\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}}$$

gegeben ist, wo δ den mittleren Winkelfehler,*) c die

*) Sämmtlichen Winkeln des Dreiecks kommt hier die gleiche Genauigkeit zu.

die Grundlinie und γ den ihr gegenüberliegenden Winkel bezeichnet. Die reciproken Werthe dieser Ausdrücke als Maass der Präcision für die aus den einzelnen Dreiecken erhaltenen Orte des gesuchten Punktes betrachtend, multipliciren wir mit ihnen unsere obigen Summen-Coefficienten und erhalten so für jedes Dreieck die Gewichte:

$$\left(\frac{(a)+a')}{m}\right)=p_x;\ \left(\frac{(a')+(a'')}{m'}\right)=p_{x'};\ \text{etc.}$$

$$\left(\frac{(\beta)+(\beta')}{m}\right)=p_y;\ \left(\frac{(\beta')+(\beta'')}{m'}\right)=p_{y'};\ \text{etc.}$$

nach denen endlich aus den Gleichungen

$$(4)\qquad \begin{cases} \dfrac{p_x x+p_{x'} x'+\text{etc.}}{p_x+p_{x'}+\text{etc.}}=x_m \\[2ex] \dfrac{p_y y+p_{y'} y'+\text{etc.}}{p_y+p_{y'}+\text{etc.}}=y_m \end{cases}$$

die definitiven Coordinatenwerthe x_m und y_m folgen.

Habe ich im Vorstehenden die leitenden Grundgedanken entwickelt, so bleibt mir jetzt noch übrig, den Nachweis zu führen, dass die Methode den in 1 bis 4 aufgestellten Forderungen möglichst entspricht. Besonders wird der vierte Punkt unsere Aufmerksamkeit verdienen, insofern bis jetzt die Methode ziemlich viel Rechnung zu verursachen scheint. Ich glaube jedoch in dem Folgenden diese Annahme wiederlegen und den Beweis erbringen zu können, dass das Verfahren kaum mehr Zeit in Anspruch nehmen dürfte als die gebräuchlichsten besseren Näherungsmethoden.

Fassen wir zunächst den ersten Punkt in's Auge, so ist klar, dass die Aenderung eines Richtungswinkels bei gleichen Verschiebungen des Endpunktes in der Abscissenrichtung umgekehrt proportional der Länge und direct proportional dem Sinus ist. Bei Verschiebungen in der Richtung der Ordinatenachse gelten dieselben Beziehungen für die Länge und den Cosinus. Es ist ferner einleuchtend, dass bei ungünstiger Form des Dreiecks, im Allgemeinen beim Vorhandensein sehr spitzer oder

stumpfer Winkel, gleiche Winkeländerungen erheblich grössere Aenderungen in den abzuleitenden, übrigen Bestandtheilen des Dreiecks hervorrufen, als dies bei günstiger Form desselben der Fall sein würde. In gleicher Weise ist im Allgemeinen die Bestimmung bei drei gemessenen Winkeln besser als wenn nur zwei beobachtet sind etc. Allen diesen Verhältnissen, die bei den meisten der bisherigen Verfahrungsweisen entweder gar nicht oder in ungenügender Weise zur Geltung kamen, suchte ich bei der neuen Methode in sachgemässer Weise Rechnung zu tragen, doch versteht es sich von selbst, dass dabei an keine strikte Erfüllung strenger Bedingungen, sondern nur an einfache Annäherungen gedacht werden konnte. In diesem Sinne ist es auch aufzufassen, wenn ich unter Umständen unserer obigen Constanten $\frac{1}{m}$ noch einen Factor $\frac{1}{\sqrt{2n}}$ beifüge, der als Maass der Präcision für die jeweilige Grundlinie der einzelnen Dreiecke gilt. Betrachten wir die Verbindungslinien der unmittelbar gegebenen Punkte resp. diejenigen der aus ihnen auf pothenotischem Wege mit grösster Schärfe bestimmten Stützpunkte als absolut fest und geben ihnen das Gewicht 1, so soll immer die Präcision einer von diesen durch n Dreiecke abgeleiteten Dreiecksseite durch $\frac{1}{\sqrt{2n}}$ ausgedrückt werden. Es wäre hiernach beispielsweise den nach obigen Formeln gegebenen Gewichten für einen Punkt, dessen Grundlinie durch 2 Dreiecke von den Stützpunkten hergeleitet wurde, noch der Faktor $^1/_2$ beizufügen. Wie aus den früheren Erklärungen leicht zu ersehen, können für unsern Fall der Einschaltung zumeist nur die Faktoren 0,7, 0,5, und 0,4 in Frage kommen.

Dass die zweite unserer Forderungen ebenso wie die dritte dnrch die Methode unbedingt erfüllt wird, ist leicht ersichtlich. Ich bin geneigt, hierin einen wesentlichen Vorzug zu erblicken, und jeder wird mir beipflichten, welcher

Gelegenheit gehabt hat, die oft ungeschickte Handhabung an und für sich ganz plausibler Näherungsmethoden, die aber der individuellen Auffassung weiten Spielraum gewähren, zu beobachten; die ursprünglichen Elemente sind nach der Ausgleichung oft kaum wieder zu erkennen. Diese Willkür wird jetzt in enge Grenzen eingeschlossen, ohne doch dabei der Rechnungtragung besonderer specieller Umstände, die mitunter vorkommen können und das Gewicht einer Richtung oder einer Seite zu erhöhen gebieten, hinderlich zu sein.

Die vierte Bedingung zu erfüllen ist jedenfalls von höchster Wichtigkeit. Der Forderung wird aber, meine ich, um so eher entsprochen, je weniger der mechanische Gang des Rechnens durch heterogene Arbeiten unterbrochen wird. In dieser Beziehung wären unter den früheren Näherungsmethoden das arithmetische Mittel, nächstdem die übereinstimmende Dreiecksberechnung die besseren, wenn nicht deren Unzulänglichkeiten in anderen Richtungen überwögen. Das Verfahren im bayerischen Kataster-Schematismus kommt ebenfalls der Forderung einigermassen nahe, doch sind dabei die mitunter vorkommenden Versuchsarbeiten und die nothwendige allseitige Vergleichung sehr störend. Bei der Tulla'schen oder graphischen wie bei der Kerschbaum'schen Methode möchte jedenfalls die Nothwendigkeit, die fehlerzeigende Figur nach den Seiten-Differenzen und den Stationswinkeln aufzutragen, den gleichmässigen Gang des mechanischen Rechnens störend unterbrechen und überdem, was die erste betrifft, bei 3, 4 und mehr Dreiecken keineswegs so rasch, wie wohl wünschenswerth, zu bewerkstelligen sein.

Betrachten wir nun das oben vorgeschlagene Verfahren, so erscheint besonders die Berechnung der Gewichte zeitraubend, was aber keineswegs der Fall. Zuerst ist zu bemerken, das der in dem Ausdruck für m vorkommende mittlere Fehler δ nach der Beschaffenheit des Instrumentes und der Anzahl der Wiederholungen der Winkelmessungen einfach geschätzt werden kann. Dann aber wird derselbe, wie die Verhältnisse für die niedere

Geodäsie liegen, nicht nur für die einzelnen Winkel *eines* Dreiecks, als gleich anzunehmen sein (welche Voraussetzung dem Werthe von m überhaupt zu Grunde liegt), es wird dies auch fasst durchgängig für verschiedene Dreiecke der Einschaltungen IV. Ordnung angenommen werden können, und demnach für unsern Fall δ fast immer $= 1$ zu setzen sein, da es natürlich bei Gewichten nicht auf absolute Werthe, sondern nur auf gegenseitige Verhältnisse ankommt. Die Ausdrücke

$$\frac{1}{m} = \frac{\sin\gamma}{\delta\sqrt{a^2+b^2}}; \frac{1}{m_1} = \frac{\sin\gamma}{\delta\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{3}}}$$

lassen sich ferner durch Einführung der Dreieckswinkel umformen in

$$\frac{1}{m} = \frac{\sin^2\gamma}{\delta c\sqrt{\sin^2\alpha+\sin^2\beta}}; \frac{1}{m_1} = \frac{\sin\gamma\sqrt{3}}{\delta c\sqrt{\sin^2\alpha+\sin^2\beta+1}}$$

wo c die Grundlinie bedeutet.

Setzt man jetzt

$$k = \frac{\sin^2\gamma}{\sqrt{\sin^2\alpha+\sin^2\beta}} \text{ und } k_1 = \frac{\sin^2\gamma\sqrt{3}}{\sqrt{\sin^2\alpha+\sin^2\beta+1}}$$

so folgt:

$$\log\frac{1}{m} = \log k - \log\delta c \text{ und } \log\frac{1}{m_1} = \log k_1 - \log\delta c$$

und wenn man $\log k$ und $\log k_1$ in Tafeln bringt, die nach doppelten Argumenten (nach γ und α) fortschreiten, so können die Werthe von $\log k$ resp. $\log k_1$ für ein beliebiges Dreieck in einer *halben Minute* gefunden werden. Ich habe solche Tafeln für γ und α gleich 15° bis 150° von Grad zu Grad entwerfen, welche die $\log k$ auf 3 Decimalstellen, also mit einer vollständig hinreichenden Genauigkeit enthalten.

In ähnlicher leichter Weise berechnen sich die α und β; denn da zuvor alle Dreieckswinkel abgeschlossen sind und dadurch die Gleichstellung der Richtungswinkel bewirkt worden ist, ferner für jedes Dreieck einmal die Coordinaten gerechnet sind, so darf man nur den einmal

aufgeschriebenen Logarithmus der Seite von dem ebenfalls schon aufgeschlagenen Logarithmus des Sinus, resp. des Cosinus subtrahieren, um die Coefficienten α und β nach Grösse und Zeichen zu finden. Hierbei brauchen dieselben nur auf *ganze* Einheiten gegeben zu sein, und ebenso wird man bei Bildung der Gewichte

$$\left(\frac{(\alpha)+(\alpha_1)}{m}\right) \text{ und } \left(\frac{(\beta)+(\beta_1)}{m}\right)$$

alle über die Hunderte hinausgehenden Ziffern abwerfen da, wie schon bemerkt, bei Gewichten nur ihr gegenseitiges Verhältniss in Frage kommt und für unseren Fall drei Stellen mehr als hinreichend sind. Nach meinen Erfahrungen erfordert bei Benützung der oben erwähnten Tafel die ganze Gewichtsberechnung sammt Bestimmung der mittleren Coordinatenwerthe für *ein* Dreieck nicht mehr als im Maximum 3 Minuten, so dass also bei Bestimmung eines Punktes aus 3 Dreiecken die ganze Mehrarbeit gegenüber dem immer als einfachste Methode bezeichneten arithmetischen Mittel nur etwa 10 Minuten beträgt. Hiermit dürfte hinreichend bewiesen sein, dass jedenfalls bei der neuen Methode von »zu grossem Arbeitsaufwand« nicht gesprochen werden kann.

Der ganze Gang der Rechnung ist nun folgender:

1. Erfüllung der Winkel-Bedingungen;
2. gesonderte Berechnung der Dreiecke und Coordinaten;
3. Entnahme des $\log k$ aus den Tafeln und Bildung von $\log \frac{1}{m} = \log k - \log c$, da δ meistens $= 1$ zu setzen ist;
4. Berechnung von $\alpha = \frac{\sin \varphi}{r}$ und $\beta = -\frac{\cos \varphi}{r}$;
5. Bestimmung der Gewichte p_x und p_y, d. h. $\left(\frac{(\alpha)+(\alpha_1)}{m}\right)$ und $\left(\frac{(\beta)+(\beta_1)}{m}\right)$
6. Berechnung der mittleren Coordinatenwerthe nach den Gleichungen (4)

7. Herstellung der definitiven Richtungswinkel durch Anbringung der Correctionen $\delta \varphi = \alpha . dx + \beta . dy$ an die früheren Richtungen,
8. Bestimmung der definitiven Dreieckswinkel und Ableitung der definitiven Dreiecksseiten mit Hilfe der ausgesetzten logarithmischen Differenzen per Secunde und Centimeter.

Wenn man für diese Berechnung, wie es von mir geschehen, besondere lithographirte Formulare verwendet, die dem Gang der Rechnung gerade angepasst sind, so wird die ganze Arbeit zu einer so rein mechanischen, dass die Befürchtung eines zu erwartenden grösseren Zeitaufwandes, wie die der Vermehrung zu begehender Rechenfehler sehr in den Hintergrund tritt. Noch ist ferner darauf aufmerksam zu machen, dass in der Ausführung des achten der oben aufgeführten Geschäfte ein ausgezeichnetes Controlmittel für die Correctheit der vorausgegangenen Rechnungen liegt, indem jetzt für die Logarithmen der sogenannten Communseiten (d. h. der gemeinschaftlichen Seiten je zweier neben einander liegender Dreiecke) bis auf kleine Abweichungen in den letzten Decimalen, gleiche Werthe resultiren müssen.

Habe ich in dem Vorhergehenden das Princip der neuen Methode und ihre schematische Anwendung kurz entwickelt, so bleibt mir nur noch übrig, die Resultate praktischer Beispiele mit denen der strengen Ausgleichung sowie anderer Näherungsmethoden in Vergleichung zu setzen verglichen. Ich habe dazu die Beispiele in zwei Hauptgruppen getheilt. In der ersten werden meine Resultate blos mit den Ergebnissen der nach dem bayerischen Kataster-Schematismus geführten Rechnung, in der zweiten aber mit sämmtlichen früher aufgeführten Methoden verglichen. Während aber im letzten Fall das Verhältniss der Coordinatenabweichungen zu dem nach der strengen Methode gerechneten mittleren Fehler der Coordinaten den Maassstab für die Beurtheilung des Werthes der verschiedenen Annäherungsverfahren abgab, konnte für die erste Gruppe das Kriterium nur in der grösseren

oder geringeren Summe der Quadrate der Winkelverbesserungen gefunden werden.

Gruppe I. enthält zwei Beispiele (*a* und *b*) aus der bayerischen Triangulation, nämlich die Punkte Rauhe Culm und Pamling; ferner die Berechnung des Punktes Holzacker aus dem württembergischen Netz und ein fingirtes Beispiel. Gruppe II. bezieht sich auf die in der oben erwähnten Jordan'schen Arbeit (Monatsblatt des badischen Geometer-Vereins) gegebenen Daten mit alleiniger Ausscbliessung des dortigen Falles V., d. h. der pothenotischen Bestimmung. Noch ist darauf aufmerksam zu machen, dass für die erste Gruppe die im bayerischen Netze übliche Zählung der Richtungswinkel vom Westpunkte aus (wonach z. B. $\delta\varphi = \alpha\ dy + \beta dx$ folgt) beibehalten worden, während für die zweite Abtheilung die Richtungswinkel von der Abscissenrichtung aus zählen.

Seite 233 und 234 sind die Coordinaten der gegebenen Punkte wie die gemessenen Winkel aufgeführt.

Wird der zu bestimmende Punkt immer P genannt und beziehen sich in der nachstehenden Aufstellung die aufeinander folgenden Winkel immer auf die gleiche Reihenfolge der einzelnen Punkte jedes Dreiecks, so sind folgende Winkel gegeben:

Gruppe I.

	APB	*BPC*	*CPD*	*DPA*
a.		19°33′59,6″	85°03′24,1″	61°54′24,9″
		122°49′28,3″	55°20′29,2″	68°21′27,4″
		37°36′36,2″	39°36′06,4″	49°44′10,1″
		180°00′04,1″	179°59′59,7″	180°00′02,4″
		Excess = 01,99	*E* = 01,67	*E* = 03,41
b.	23°36′50,0″	61°35′16,7″	45°29′48,4″	
	140°11′44,0″	53°19′36,0′	76°05′51,0″	
	16°11′43,2″	65°04′47,0″	58°24′06,9″	
	180°00′17,2″	179°59′39,7″	179°59′46,3″	
	E = 0,17	*E* = 0,29	*E* = 0,28	

Gruppe I.

Beispiel	A x	A y	B x	B y	C x	C y	D x	D y
a.	+ 55173,16	+ 3737,62	+ 58357,94	— 19602,27	+ 72106,76	— 5804,85	+ 69949,69	+ 3976,89
b.	+ 20424,08	— 30878,76	+ 26453,74	— 33687,60	+ 24228,32	— 36619,50	+ 25620,42	— 32235,17
c.	+ 385,67	+ 459,63	0,00	0,00	+ 590,88	— 104,19		
d.	+ 32687,07	— 13960,84	— 32809,03	— 13581,41	+ 32294,69	— 13526,97		

Gruppe II.

Beispiel	A x	A y	B x	B y	C x	C y	D x	D y
a.	+ 38403,25	+ 14490,43	+ 38596,72	+ 13955,49	+ 38323,95	+ 13647,94	+ 37982,92	+ 13939,21
b.	»	»	»	»	»	»	»	»
c.	»	»	»	»	»	»	»	»
d.	»	»	»	»	»	»	»	»

Gruppe I.

Beispiel	A—B		B—C		C—D		D—A	
	Logarithm.	Richtungsw.	Logarithm.	Richtungsw.	Logarithm.	Richtungsw.	Logarithm.	Richtungsw.
a.		° ′ ″	4,2895441	44° 53′ 58″,61	4,0007271	347° 33′ 50″,92	4,1696287	269° 04′ 21″,57
b.	3,8229007	114 58 53,00	3,5659262	217 11 44,80	3,6627572	17 36 49,40		
c.	2,7781513	220 00 00,0	2,7781513	100 00 00,0				
d.	2,6004832	17 49 03,6	2,7136684	276 02 29,4				

Gruppe II.

Beispiel	A—B		B—C		C—D		D—A	
a.	2,754999	289° 53′ 00″,3	2,613932	228° 25′ 47″,3	2,651749	139° 29′ 59″,0	2,840856	52° 40′ 22″,3
b.	»	»	»	»	»	»	»	»
c.	»	»	»	»	»	»	»	»
d.	»	»	»	»	»	»	»	»

c.	130°00'00,0"	30°00'10,0"
	20°00'00,0"	20°00'10,0"
	30°00'00,0"	129°59'50,0"
	180°00'00,0"	180°00'10,0"
d.	75°29'20,0"	41°23'37,0"
	67°40'56,0"	85°08'34,0"
	36°49'56,0"	53°27'40,0"
	180°00'12,0"	179°59'51,0"

Gruppe II.

a, b, c, u. d.			
42°55'08,8"	75°23'39,3"	40°52'37,6"	16°58'44,2"
93°56'40,9"	54°24'39,1"	62°54'34,3"	148°44'08,2"
43°08'33,0"	50°10'49,1"	76°11'50,4"	14°17'52,9"
180°00'22,7"	179°59'07,5"	179°59'02,3"	180°00'45,3"

Die Logarithmen der Grundlinien für die Beispiele I. *a*, *b* und *c* beziehen sich auf bayerische Ruthen, die des Beispiels I. *d* auf solche von 10 württembergischen Fussen. Für Gruppe II. ist von Professor Jordan nichts Besonderes bemerkt, doch sind zweifelsohne badische Ruthen gemeint. Correctionen wegen der Erdkrümmung sind nur bei I. *a* und *b* berücksichigt.

Betreffs der Beispiele in Gruppe II. ist noch Folgendes zu bemerken:

II.*a*. der Punkt wird aus den zwei ersten Dreiecken mit den *gemessenen* Winkeln A, B sowie B, C bestimmt.

II.*b*. Bestimmung von P wieder aus den zwei ersten Dreiecken, aber mit sämmtlichen gemessenen Winkeln;

II.*c*. Aus allen vier Dreiecken, aber nur die den Grundlinien anliegenden acht Winkel A, B, C und D gemessen.

II.*d*. Wieder aus vier Dreiecken, worin jetzt jedoch sämmtliche Winkel gemessen sind.

Die erste Gruppe, bei welcher die Ausgleichungen nach dem bayerischen Kataster-Schematismus von den k. Obergeometern Eberhard, Hochgassner und Lang hier bewirkt worden, wofür ich diesen Herren hiermit

noch den gebührenden Dank ausspreche, hat folgende Resultate ergeben:

Summe [δδ] der Quadrate der Winkelverbesserungen:

	B. Kataster-Schematismus:	Neue Methode:	$\frac{B}{M}$
I. a.	10,5	8,4	1,25
b.	1197,0	523,4	2,29
c.	94,7 81,0 } 87,8 *)	77,0	1,14
d.	303,1	300,8	1,01
			1,42

Bezüglich des Beispiels d ist noch zu bemerken, dass nach Professor Jordan's Angaben die Methode der kleinsten Quadrate 281,0, die übereinstimmende Dreiecksberechnung 309,6, dieselbe mit einer kleinen Veränderung der Winkelverbesserung 311,2 und das arithmetische Mittel 348,1 als Quadratsumme liefern. In allen Fällen hat also die vorgeschlagene Methode die kleinste Quadratsumme gegeben, und zwar beträgt im Durchschnitt das Verhältniss dieser Summen in den beiden verglichenen Methoden 1,42, was immerhin zu Gunsten meiner Aufstellungen sprechen mag.

Von grösserer Bedeutung wird natürlich das in der Tabelle Seite 237 angegebene Verhältniss der Coordinatenabweichungen zu den mittleren Fehlern der Coordinaten sein. Wir haben dabei folgende Werthe gefunden, betreffs deren ich blos bemerke, dass die der strengen Methode, des arithmetischen Mittels und des graphischen Verfahrens von Professor Jordan, die übrigen von mir herrühren. Die mittleren Fehler m_y und m_x der Coordinaten sind ebenfalls schon gegeben.

---

*) Dieses Beispiel wurde von 2 verschiebenen Technikern bearbeitet und hierbei die differirenden Verbesserungen gefunden.

Gruppe II.

	Methode der kleinsten Quadrate. m_y	±	m_x	±	I. Arithm. Mittel.		II. Uebereinst. Dreiecks-berechug.		III. Graphische Methode.		IV. Methode v. Kersch-baum.		V. Bayerische Methode.		VI. Neue Methode.	
a. Ord. u. Absc.	+ 14131,579	0,031	+ 38250,682	0,031	·562	·702	·568	·687			·591	·693	·569	·687	·571	·687
b. " " "	+ 14131,592	24	+ 38250,695	20	·604	·689	·581	·693	·589	·692	·590	·693	·581	·693	·592	·693
c. " " "	+ 14131,574	18	+ 38250,675	17	·569	·685			·578	·672			·568	·667	·578	·678
d. " " "	+ 14131,604	14	+ 38250,684	13	·604	·680			·608	·676			·603	·674	·607	·677
a. Δy und Δx	0		0		17	20	11	5			12	11	10	5	8	5
b. " " "	0		0		12	6	11	2	3	3	2	2	11	2	0	2
c. " " "	0		0		5	10			4	3			6	8	4	3
d. " " "	0		0		0	4			4	8			1	10	3	7
a. $\frac{\Delta y}{m_y}$ und $\frac{\Delta x}{m_x}$					0,55	0,65	0,36	0,16			0,39	0,36	0,32	0,16	0,26	0,16
b. " " "					0,50	0,30	0,46	0,10	0,12	0,15	0,08	0,10	0,46	0,10	0,00	0,10
c. " " "					0,28	0,59			0,22	0,18			0,33	0,47	0,22	0,18
d. " " "					0,00	0,31			0,29	0,62			0,07	0,77	0,21	0,54
$\frac{s}{n}$					0,33	0,46	0,41	0,13	0,21	0,32	0,23	0,23	0,30	0,38	0,17	0,24
Mittel von a und b					0,50		0,27				0,23		0,26		0,13	
Mittel von b c und d					0,33				0,26				0,37		0,20	
Mittel von a, b, c u. d					0,40								0,34		0,20	

Die Unzulänglichkeit der Methoden II. und IV. haben wir schon früher bewiesen, ebenso dass besonders die I. und V. Verfahrungsweise nicht immer den Anforderungen entsprechen. Die vorstehenden Ergebnisse lehren uns aber speciell noch Folgendes:

Für die Fälle *a* und *b* war für die Methoden I., II., IV. und V. das Verhältniss der Coordinatenabweichungen zu den mittleren Fehlern gleich

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \; \frac{1}{4} \text{ im Durchschnitt } \frac{1}{3},$$

für die vorgeschlagene Methode VI. aber nur $\frac{1}{8}$, also 2—3 mal schärfer.

Für die Beispiele *b*, *c* und *d* und die Annäherungen I., III. und V. hat man die Verhältnisse

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3} \text{ im Durchschnitt } \frac{1}{3},$$

wogegen Methode VI. wieder nur $\frac{1}{5}$, also $1\frac{2}{3}$ mal genauer, gibt.

Für alle vier Fälle endlich und für die Methoden I. und V. ist gefunden

$$\frac{1}{3} \text{ und für die neue Methode } \frac{1}{5}.$$

Ziehen wir einen allgemeinen Durchschnitt, so geben alle fünf Näherungsverfahren das Verhältniss $0{,}32 = \frac{1}{3}$ während wir nach der VI. Methode $0{,}20 \; \frac{1}{5}$ erhalten.

Die vorstehenden Resultate, allerdings nur aus Zahlenbeispielen gezogen und deshalb einer allgemeinen Beweiskraft für alle Fälle entbehrend, dürften doch wohl geeignet sein, der vorgeschlagenen Methode einige Beachtung zu sichern, da ihre grössere Annäherung an die strengen Resultate sich in allen Fällen ohne Ausnahme documentirt. Freilich muss ich von vornherein

darauf verzichten, sowohl die von mir über die Einschaltung trigonometrisches Punkte überhaupt wie speciell die für die Ausgleichung bei mehrfacher Bestimmung *eines* Punktes aufgestellten Annahmen und daraus gefolgerten Sätze allseitig anerkannt zu sehen; denn sobald die Lehren einer Wissenschaft, und sei sie noch so streng und logisch begründet, in das Gebiet der praktischen Anwendung übertragen werden, verlieren die abgeleiteten Folgerungen sofort die allgemeine und evidente Giltigkeit, welche die Sätze der abstracten Wissenschaft, wie hier der Mathematik, auszeichnet. Der Individualismus tritt in sein Recht, denn, wie der Physiker A. Mousson kürzlich ganz richtig sagte: »vieles in der Auffassung selbst eines wissenschaftlichen Stoffes bleibt unbeschadet der objectiven Wahrheit, subjectiven Bedingung unterworfen,« und in unserem Falle wird dieser Einfluss der subjectiven Auffassung ein noch viel weitgehénderer sein, da sich in der elementar-geodätischen Praxis aus sehr nahe liegenden Gründen die strengen Forderungen und Sätze nur in unvollkommener Weise erfüllen, bez. in verschiedener Weise als Grundlage praktischer Näherungsverfahren verwenden lassen. Aus allen diesen Gründen bin ich darauf gefasst, anderen Meinungen und Auffassungen zu begegnen, doch gebe ich mich der Hoffnung hin, dass man die durch die vorgeschlagene Methode erreichten Resultate allseitig als günstige betrachten und das Ergebniss gewinnen werde, dass die Methode selbst einer unparteiischen Prüfung und Würdigung von Seiten praktischer Geodäten wohl werth sei.

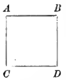
Einige Bemerkungen über rechtwinklige sphärische Coordinaten.

Die zusammenhängende Berechnung und Zeichnung einer Horizontalvermessung verlangt die Annahme irgend welches Coordinatensystems. So lange es sich nur um ein Stück der Erdoberfläche handelt, bei dem die Erdkrümmung vernachlässigt werden kann, leisten rechtwinklige ebene Coordinaten die besten Dienste, und wenn man, wie bei geographischen Karten, es mit einem sehr grossen Stück der Erde zu thun hat, wendet man allgemein das Sytem der geographischen Längen und Breiten an; endlich für gewisse zwischen diesen Grenzen liegende Vermessungsgebiete von einigen hundert Quadratmeilen eignet sich sehr gut das System der rechtwinkligen sphärischen Coordinaten, welches in vielen deutschen Vermessungen angewendet ist.

Die rechtwinkligen sphärischen Coordinaten wurden im Jahre 1809 von dem bayrischen Steuerrath Dr. *Soldner* erdacht. Der sehr glückliche Grundgedanke ist hiebei der, dass in jedem Punkte der Erde die absoluten Richtungen nicht vom Meridian, sondern von dem durch den Punkt gelegten Parallelkreis zu einem Hauptmeridian gezählt werden. Damit hat es Soldner erreicht, dass bei der Reihenentwicklung der streng sphärischen Formeln für die Berechnung der sphärischen Coordinaten und Richtungswinkel, welche den Coordinaten und Richtungswinkeln der ebenen Polygonometrie entsprechen, ausser den Hauptgliedern, die dieselben sind, wie bei Rechnungen in der Ebene, nur noch Glieder von der Ordnung $\frac{1}{r^2}$ (wo r der Erdhalbmesser) auftreten. Dieser bedeutende Vortheil hat die rechtwinkligen sphärischen Coordinaten rasch von der bayrischen Landesvermessung in die württembergische, badische, hessische, österreichische und, wie es scheint, neuerdings auch in die preussische Parcellarvermessung geführt.

Bei der Aufzeichnung der Pläne hat man bei allen diesen Vermessungen die rechtwinkligen *sphärischen* Coordinaten als rechtwinklige *ebene* Coordinaten behandelt, was bis zu einer sehr grossen Erstreckung vom Hauptmeridian zulässig ist. Z. B. wurde das ganze Hauptland des Königreichs Bayern (mit Ausnahme der Pfalz) auf das *eine* Coordinatensystem mit dem Ursprung München bezogen und in dem Maassstab 1 : 5000 in ebenen Coordinaten aufgetragen. Hiebei zeigen sich allerdings in den entferntesten Theilen kleine Verzerrungen, deren Betrag zu untersuchen ist:

Wenn ein rechteckiges Kartenblatt $ABCD$ in der beschriebenen Weise behandelt wird, so dass die Ecken A und C etwa die gemeinsame Ordinate y, die Ecken B und D die Ordinate y' haben, dann erscheint zwar der Nord- und Südrand AB und CD in richtiger Grösse, der West- und Ostrand aber werden etwas zu klein, und zwar je um den Betrag $\frac{s y^2}{2 r^2}$, wobei s die Länge der betreffenden Randlinie, y ihre Ordinate und r der Erdhalbmesser ist. Damit sind alle Verzerrungen charakterisirt, denn die Winkel ändern sich entsprechend.



Zum Beispiel im Grossherzogthum Baden, dessen Abscissenachse der Mannheimer Meridian ist, sind die grössten Ordinaten an der nordöstlichen Landesgrenze höchstens 100000 Meter. Denkt man sich nun dort ein Kartenblatt von 10000 Meter Seite angeordnet, dessen westlicher Rand die Ordinate 90000 ^{m} und dessen östlicher Rand die Ordinate 100000 ^{m} hat, so wird in der Soldner'schen Projection der westliche Rand um 1,23^m und der östliche Rand um 0,99^m zu klein. Man hat also eine Verkürzung von etwa 1 Meter auf 10000 Meter oder $\frac{1}{100}$ % der Länge. Betrachtet man nun z. B. eine Zeichnung des oben erwähnten Blattes im Maassstab 1 : 25000 (topographische Karte), so gibt der

oben berechnete Maximalfehler von 1 Meter in diesem verjüngten Massstab nur $^1/_{25}$ Millimeter, was ganz unmerklich ist. Ebenso ist es bei jedem anderen Maassstab. Z. B. ein Flurkartenblatt, im Maassstab 1:1500 gezeichnet, möge einen West- oder Ostrand von sogar 1 Meter Seite, entsprechend 1500 Meter der Natur haben. Die Planzeichnung liefert diesen Rand auf dem Reissbrett um $\frac{1}{10}$ Millimeter zu klein, was, auf 1 Meter Länge vertheilt, Niemand mehr nachweisen kann. Auch die grösste vorkommende Winkelveränderung beträgt nur entsprechend $\frac{206265}{10000} = 20''$, während es nicht möglich ist, aus einer Zeichnung einen Winkel genauer als auf 1′ abzumessen.

Oder betrachtet man die Operationen auf dem Felde, so kann der Anschluss eines Polygonzuges an trigonometrische Punkte als maassgebend genommen werden. Geht ein solcher Zug von 2000 Meter Länge in der Meridianrichtung von einem trigonometrischen Punkte zu einem zweiten, so wird, wenn gar keine Messungsfehler vorkommen, doch der Zug die Entfernung beider Punkte um 20^{cm} grösser geben als die Coordinaten der Punkte (so lange man nur die *ebene* Coordinatenrechnung anwendet). Die Vermessungsanweisungen gestatten ungefähr $\frac{1}{500}$ der Entfernung als grössten Anschlussfehler, also hier 4 Meter oder das 20fache des obigen. Indessen folgt hieraus, dass das im Bisherigen angenommene Grenzmaas von 100000 Meter für die Ordinaten nicht mehr überschritten werden darf; bleibt man bei 70000 Meter, so reduciren sich alle Fehler schon auf die Hälfte.

Hiebei ist aber wohl zu beachten, dass bei der Triangulirungsrechnung I. und II. Rangs, welche mit den strengen Soldner'schen Formeln gemacht wird, kein auch nur 1^{cm} betragender Fehler entstehen kann.

Die Netzlinien der Soldner'schen Projection sind gegen

die Haupthimmelsrichtungen ein wenig verdreht, nämlich um die sogenonnte Meridianconvergenz, welche in Baden bis zu 54′ geht.

Es ist nöthig noch zu bemerken, dass die Soldner'sche Projection im Princip identisch ist mit der im vorigen Jahrhundert in Frankreich üblichen Projection von *Cassini*. Der innige Zusammenhang zwischen der Detailvermessung und der Kartenprojection und die daraus entspringenden bedeutenden Vortheile sind erst durch Soldner's Arbeiten aufgefunden worden, wesshalb die Methode mit Recht die *Soldner*'sche heisst.

Die Hauptquelle für das Studium der rechtwinkligen sphärischen Coordinaten war bisher die Abhandlung von Bohnenberger: *De computandis dimensionibus trigonometricis in superficie terrae sphäroidica institutis Tubingae 1826*, indessen ist Bohnenberger, wie er in §. 10 sagt, nicht der Erfinder dieser Methode, sondern *Soldner*, dessen Abhandlung zum ersten Mal erst vor Kurzem in dem officiellen Werk über die bayrische Landesvermessung S. 263—281 veröffentlicht worden ist.

(Alle auf die Soldner'schen Coordinaten bezüglichen Formeln finden sich zusammengestellt in des Verfassers Taschenbuch der praktischen Geometrie S. 323—327 und S. 331—336, mit neuen Formeln für Entfernung und Richtungswinkel S. 326. Das Einzige, was hier noch zu thun übrig bliebe, wäre die Aufstellung bequemer Formeln für Transformation der Coordinaten verschiedener Systeme.)

Nachdem die Soldner'sche Projection bei den detaillirten Katasterplänen vieler deutscher Staaten mit grossem Nutzen eingeführt worden ist, ist es sehr zu verwundern, dass bei den topographischen Karten nicht dasselbe stattgefunden hat.

Wahrscheinlich ist der bayrische topographische Atlas, ebenso wie die Flurkarte, nach dem Soldner'schen System bearbeitet. (In dem neuerdings erschienenen officiellen Werk »Die bayrische Landesvermessung in ihrer

wissenschaftlichen Grundlage« München 1873, findet sich hierüber keine Angabe.) Der württembergische topopraphische Atlas ist unmittelbar aus der Flurkarte entstanden und hat daher Soldner'sche Projection, und nicht die modificirte Flamsteed'sche Projection, wie auf Seite 377 des officiellen Werkes »Die Landesvermessung des Königr. Württemberg« von Konrad Kohler (Stuttgart 1858) fälschlicher Weise angegeben ist.

Die badische topographische Karte beruht auf einer *ebenen* Triangulirung*) (die sphärische Triangulirung stammt erst aus den Jahren 1840—1850) und es wurden natürlich in den Originalsectionen die rechtwinkligen Coordinaten entsprechend als ebene Coordinaten aufgetragen. Die lithographirte Karte dagegen wurde nach der auf dem Einleitungsblatt gemachten Mittheilung nach der »modificirten Flamsteed'schen Methode« bearbeitet; durch diese Umarbeit der Projection ist der Nachtheil entstanden, dass das Coordinatensystem der ursprünglichen Vermessung nicht mehr in der Karte zu finden ist.

Bei der *Hessen-Darmstädtischen* Triangulirung wurde eine Modification der Soldner'schen Coordinaten angewendet, welche in dem Lehrbuch der höheren Geodäsie von Fischer III. S. 124—134 beschrieben ist. Indessen wird durch diese Modification nicht nur kein Vortheil, sondern eine Verschlechterung der Methode erzeugt, wie zuerst Dienger in seinem »Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie« (Stuttgart 1861 2. Aufl. S. 344) erkannt hat.

Nach welchem System die hessische topographische Karte bearbeitet ist, ist mir nicht bekannt.

In *Kurhessen* hat Gerling für die Haupttriangulirung keine linearen Coordinaten angewendet, sondern sofort aus den Dreiecksseiten und Winkeln die geographischen Längen und Breiten berechnet. Die topographische Karte wurde nach preussischen System, von dem nach-

---

*) Vgl. Zeitschr. f. Verm. II. Band (1873) S. 117—125.

her ausführlicher zu reden ist, bearbeitet. (Gerling, Beiträge zur Geographie Kurhessens S. 84.)

Die kurhessische Kleintriangulirung wurde nach einer Mittheilung von Herrn Steuerrath Gehrmann, welche in dieser Zeitschrift demnächst zum Abdruck kommen wird, mit 3 verschiedenen Coordinatensystemen angeordnet, welche wahrscheinlich eben sind.

In *Hannover* hat Gauss ein Coordinatensystem ganz eigener Art zur Anwendung gebracht, das auf die conforme Abbildung des Ellipsoids auf die Ebene gegründet ist. Eine Vergleichung dieses Systems mit dem Soldner'schen fällt ohne Zweifel in theoretischer Beziehung zu Gunsten des ersteren aus, hat man aber hauptsächlich die Praxis im Auge, so gelangt man zu einem Urtheil durch Vergleichung der Formeln, welche in beiden Systemen die geographische Länge und Breite und die Meridianconvergenz aus den Coordinaten herleiten. Man wird dabei finden, dass die Hauptglieder in beiden Systemen dieselben sind, nnd dass dann Glieder von gleicher Ordnung in Beziehung auf $\frac{1}{r}$ folgen. Auch der Ausdruck für die Entfernung zweier Punkte, deren Coordinaten $xy\ x'y'$ sind, hat in beiden Systemen zuerst $\sqrt{(y'-y)^2+(x'-x)^2}$ und dann Glieder von der Ordnung $\frac{1}{r^2}$.

Die Gaussische Coordinatenrechnung unterscheidet sich von der ebenen Rechnung nur durch die Anwendung eines von der Ordinate y abhängigen Vergrösserungsverhältnisses $1+\frac{y^2}{2r^2}$, und führt man dasselbe in die Formeln der ebenen Trigonometrie ein, so erhält man nur Correctionsglieder von der Ordnung $\frac{1}{r^2}$, gerade so wie bei den Soldner'schen Coordinaten.

Da nun alle Correctionsglieder, welche einen Factor $\frac{1}{r^2}$ haben, sehr klein sind, so kann die Soldner'sche

Methode nicht wesentlich schlechter als die Gaussische sein, jedenfalls ist sie aber viel einfacher als die letztere.

Speciellere Rechnungen zeigen, dass die Soldner'schen Coordinaten auf ein Gebiet von mehreren hundert Quadratmeilen anwendbar sind, ohne dass auch nur ein Fehler von 1^{cm} entstünde.

Bessel hat niemals rechtwinklige Coordinaten in der höheren Geodäsie angewendet, seine Auflösung der Hauptaufgabe der höheren Geodäsie verlangt sphärische Polarcoordinaten, welche er nach dem Legendre'schen Satz, also sphärisch, berechnet. Von den Polarcoordinaten wird unmittelbar auf Längen und Breiten übergegangen.

Bei den Grundsteuervermessungen scheinen in Preussen verschiedene Coordinaten angewendet zu werden.

Es ist hierüber noch Wenig in die Oeffentlichkeit gebracht worden und auch durch private Erkundigungen bei preussischen Vermessungsbeamten konnte Verfasser keine genügende Auskunft erhalten.

In einem von Steuerrath Vorländer im Jahr 1853 veröffentlichten Werke: Geographische Bestimmungen im k. preuss. Regierungsbezirk Minden vermittelst des trigonometrischen Netzes zur Aufnahme des Grundsteuerkatasters« findet man auf S. 95 u. ff. sämmtliche Punkte auf den Meridian des Kölner Doms durch rechtwinklige Coordinaten bezogen, es scheint jedoch wegen der Bemerkung auf S. 96 und der Formeln auf S. 101, dass man es mit einem Partialsystem mit dem Ursprung Hünenburg zu thun hat, und dass nur die ebenen Coordinaten dieses Systems, durch Addition der Coordinaten von Hünenburg selbst, in Kölner Coordinaten verwandelt worden sind.

In einer Monographie von Generallieutenant Dr. *J. J. Baeyer* (Mein Entwurf zur Anfertigung einer guten Karte von den östlichen Provinzen des Preussischen Staates Berlin 1868, S. 11) wird als Parcellarvermessungssystem das bei den topographischen Arbeiten des Preussischen

Generalstabs und der Gothaischen Katastervermessung eingeführte, auf geographische Längen und Breiten gegründete, System empfohlen.

In der »technischen Anleitung vom 16. Februar 1870 zur Ausführung einzelner Theile der bei den Grundsteuervermessungsarbeiten vorkommenden trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen Berlin 1870« S. 125, werden *sphäroidische* rechtwinklige Coordinaten der Punkte II. Ordnung erwähnt, an welche sich die ebenen Coordinaten der Punkte III. und IV. Rangs anschliessen.

Die preussischen *topographischen* Arbeiten benützen in erster Linie nicht rechtwinklige Coordinaten, sondern geographische Längen und Breiten zur Punktbestimmung.

Die Generalstabskarte hat nicht eine zusammenhängende Projection, sondern behandelt jedes einzelne Kartenblatt (Gradabtheilung) für sich. Es wird hiebei jede solche von 2 Meridianen und 2 Parallelkreisen begrenzte Gradabtheilung der sphäroidischen Erdoberfläche für sich allein auf die Zeichnungsebene abgebildet, mittelst eines Kegels, der seine Spitze in der Erdachse hat und die Erde nach dem mittleren Parallelkreis des betreffenden Blattes berührt. Auf diese Weise entstehen einzelne trapezförmige Blätter, welche streng genommen zwar mit den westlichen und östlichen, aber nicht mit den nördlichen und südlichen Rändern zusammenpassen. Die betreffenden Verzerrungen sind jedoch unmerklich klein und das darzustellende Vermessungsgebiet kann unbegrenzt sein. Dagegen hat das Projectionssystem den Nachtheil, dass die aus der Trangulirungsberechnung erhaltenen rechtwinkligen sphärischen Coordinaten der trigonometrischen Punkte und die ganze sich daran anschliessende Katastervermessung eines Landes nicht unmittelbar, sondern nur nach erfolgter langwieriger Umrechnung zum Karteneintrag benützt werden können.

Die vorstehende Beschreibung der in verschiedenen deutschen Staaten angewendeten Coordinatensysteme und Kartenprojectionsmethoden kann nicht Anspruch auf Vollständigkeit machen, es wäre aber sehr wünschens-

werth, wenn dieselbe durch weitere Mittheilungen in dieser Zeitschrift vervollständigt würde, namentlich weil die bekannten werthvollen Aufsätze von Sydow in Petermann's geographischen Mittheilungen von 1856 bis 1873 »der kartographische Standpunkt Europas« in dieser Beziehung fast keine Auskunft geben.

Ich glaube, dass aus allem Bisherigen der Schluss gezogen werden kann, dass die Soldner'schen Coordinaten in Deutschland noch viel ausgedehntere Anwendung, namentlich in der Topographie finden könnten.

Allerdings, der Gaussischen Coordinatenmethode soll nicht Concurrenz gemacht werden, da wo ausgedehnte rechtwinklige Coordinaten noch gar nicht eingeführt und die nöthigen theoretischen Kräfte vorhanden sind, aber sicher sollten da, wo die Soldner'schen Coordinaten schon eingeführt sind, dieselben wenigstens consequent ausgenützt werden.

Was zuerst Parcellarvermessungen betrifft, so können solche bis zu einer Ausdehnung von mehreren hundert Quadratmeilen ohne irgend welchen merkbaren Fehler auf *ein* solches System bezogen werden. Nur die Triangulirung I. und II. Rangs verlangt sphärische Rechnung, von da an wird Alles als eben behandelt, wesshalb die Geometer gewöhnlich gar nicht wissen, dass sie es nicht mit ebenen, sondern mit sphärischen Coordinaten zu thun haben.

Es müsste deswegen als ein Missgriff bezeichnet werden, wenn der oben (S. 246) citirte Vorschlag, in Preussen nicht nur die topographischen, sondern sogar die Parcellarvermessungen nach Längen und Breiten zu bearbeiten, zur Ausführung käme; und wenn die Gothaische Katastervermessung so verfährt, wie die citirte Monographie mittheilt, so ist ihr System ein schwerfälligeres, als das der süddeutschen Staaten.

Soll eine derartig behandelte Parcellarvermessung zu einer topographischen Karte benützt werden, so hat man Nichts zu thun, als die Pläne zu verkleinern und ein Gradnetz einzurechnen auf Grund der geographischen

Länge und Breite des Ursprungs. Das ursprüngliche Coordinatennetz soll aber der Fortführung wegen wenigstens an den Blatträndern der topographischen Karte erhalten bleiben (wie z. B. bei den württembergischen topographischen Atlas).

Ob man eine solche Karte nun in rechteckige Blätter oder nach preussischem System in Trapeze eintheilt, ist gleichgiltig, ja wenn man aus der nach Soldner'schen Coordinaten behandelten mit Gradnetz versehenen Karte eine ›Gradabtheilung‹ von 6′ Breite und 10′ Länge herausschneidet, so wird sie mit der entsprechenden Section einer nach preussischem System bearbeiteten Karte in jedem Zirkelstrich übereinstimmen; ebenso können an den Grenzen zweier mässiger Coordinatengebiete keine Verzerrungen vorkommen, die beim Arbeiten mit Zirkel und Messingmaassstab fühlbar werden.

Vor dem preussischen System hat aber eine solche Anordnung den sehr grossen Vorzug, dass alles Material der Parcellarvermessungen ohne Umrechnung zum Karteneintrag unmittelbar dienen kann und überhaupt, dass eine System*einheit* für das ganze Vermessungsgebiet geschaffen wird.

Erst bei geographischen Karten treten die Längen und Breiten in den Vordergrund, dagegen die topographischen Karten bis 1 : 50000 oder sogar bis 1 : 100000 hängen noch viel zu sehr von dem unmittelbaren Messen auf dem Felde ab, als dass schon Längen und Breiten zur Punktbestimmung dienen könnten. Thatsächlich wird auf dem Felde immer nach Coordinaten gemessen und *ein* astronomischer Punkt mit *einem* Azimuth genügt zur Orientirung von 100 Quadratmeilen mit Tausenden trigonometrischer Punkte. Es ist also ein nicht zu rechtfertigender Umweg, die trigonometrischen Punkte lediglich des Karteneintrags wegen in astronomische durch Rechnung zu verwandeln.

Wer Karten zu technischen Zwecken braucht, hat mit Breiten und Längen niemals etwas zu thun, sehr oft

aber mit Coordinaten, und der Techniker würde sogar auf das Gradnetz verzichten, wenn ihm die Wahl zwischen Coordinatennetz und Gradnetz gelassen würde. Allen Anforderungen wird aber genügt, wenn die Karte ein Coordinatennetz *und* ein Gradnetz enthält, wobei natürlich eines derselben nur an den Blatträndern markirt zu sein braucht.

Endlich sind auch in der höheren Geodäsie die rechtwinkligen sphärischen Coordinaten sehr gut zu verwerthen. Mittelst der Formeln von Bohnenberger und Soldner lassen sich Breite, Länge und Meridianconvergenz für jeden Punkt des Coordinatengebiets so genau berechnen, als überhaupt wünschenswerth sein kann.

Es wurde schon oben bemerkt, dass die Bessel'schen Polarcoordinaten sphärisch berechnet werden, sie können also vor den rechtwinkligen sphärischen Coordinaten keinen principiellen Vorzug haben.

Aus den rechtwinkligen sphärischen Coordinaten xy kann man sphärische Polarcoordinaten $a\,\alpha$ herleiten, und zwar mittelst folgender Gleichungen:

Es seien xy die rechtwinkligen sphärischen Coordinaten eines Punktes P, a seine Entfernung vom Ursprung O, α das Azimuth von OP in O; α' das Azimuth von PO in P, dann hat man:

$$n = y + \frac{x^2 y}{6r^2} \qquad tang\ \alpha = \frac{n}{m}$$

$$m = x - \frac{xy^2}{3r^2} \qquad a = \frac{n}{sin\ \alpha} = \frac{m}{cos\ \alpha}$$

$$a = \sqrt{n^2 + m^2}$$

oder:

$$\alpha = arc\ tang\ \frac{y}{x} + \frac{\varrho}{4r^2} y^2 \sin 2\alpha + \frac{\varrho}{6r^2}\ xy\ \cos 2\alpha$$

$$a = \sqrt{x^2 + y^2} - \frac{x^2 y^2}{6r^2 a}$$

$$log\ a = log\ \sqrt{x^2 + y^2} - \frac{M}{6r^2 a^2} x^2 y^2$$

$$\alpha' = \alpha \pm 180^0 - \frac{\rho}{R}\, y \, tang\, \varphi$$

$$- \frac{\rho}{2r^2}\, x\, y - \frac{\rho}{6r^3}\, y^3 (tang^3 \varphi + 2\, tang\, \varphi)$$

hiebei ist $\rho = 206265$, M der logarithmische Modul, r der mittlere Krümmungshalbmesser des Vermessungsgebietes, φ die Breite von P, R der Querkrümmungshalbmesser für P.

Ebenso kann man auch die Formeln zur Bestimmung der rechtwinkligen Coordinaten aus Polarcoordinaten anschreiben, indem man in den für 2 Endpunkte xy $x'y'$ giltigen entsprechenden Formeln lediglich x' und y' gleich Null setzt.

Zur Bestätigung diene ein Beispiel:

Der Gradmessungspfeiler auf dem Feldberg hat in dem badischen System mit dem Ursprung Mannheim und dem südlichen Zweig des Mannheimer Meridians als $+X$-Achse, die Coordinaten:

$$y = +34068,35^m \qquad x = +179263,21^m$$

Die Erddimensionen seien die Bessel'schen. Die Polarcoordinaten werden nach obigen Formeln:

$$a = 182470,97^m \quad log\ a = 5.2611937 \cdot 3$$

$$\alpha = 10^0\ 45'\ 43,282'' \quad (\alpha' = 190^0\ 25'\ 11,703'')$$

Die Breite des Ursprungs Mannheim ist $49^0\ 29'\ 10,825''$.

Mittelst der Bohnenberger'schen Formeln fand ich mit 7stelligen Logarithmen Breite φ und Länge l von Feldberg aus x und y:

$$\varphi = 47^0\ 52'\ 23,617'' \quad l = 0^0\ 27'\ 19,687''$$

und nach der 2. Gauss'schen Methode der »Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie« aus a und α:

$$\varphi = 47^0\ 52'\ 23,617'' \quad l = 0^0\ 27'\ 19,686''$$

sowie auch das mit α' bezeichnete Gegen-Azimuth:

$$\alpha' = 10^0\ 25'\ 11,699''$$

also vollständige Uebereinstimmung.

Die Polarcoordinaten sind in der Topographie und bei Parcellarvermessungen nicht verwerthbar, man muss jedenfalls für letzteren Zweck doch auf rechtwinklige

Coordinaten übergehen. Man könnte desswegen ohne allen Zweifel eine Triangulirung zuerst nach rechtwinkligen sphärischen Coordinaten bearbeiten und dann für die einzelnen wenigen Punkte, deren Polarcoordinaten man zu den Bessel'schen sphäroidischen Berechnungen braucht, die Polarcoordinaten umgekehrt aus den rechtwinkligen Coordinaten ableiten, damit hätte man gegenüber der jetzt im preussischen Generalstab üblichen Methode den Vortheil, dass die Berechnung der Polarcoordinaten für die nicht astronomischen Zwischenpunkte einfach wegfiele, denn will man auch für diese Zwischenpunkte die geographischen Positionen, so kann man solche aus den rechtwinkligen Coordinaten ebenso genau und bequem berechnen, wie aus den Polarcoordinaten. Diesen Gedanken habe ich in einer autographirten Denkschrift über die Triangulirung des Grossherzogthums Baden im Februar 1873 durch Aufstellung der Transformationsformeln ausgesprochen, und finde ihn auch in der »Bayrischen Landesvermessung« Seite 253 niedergelegt. Daselbst findet sich auch folgende weitere beachtenswerthe Erörterung:

»Der Vorwurf, welchen Bessel in Nr. 3 der Astronomischen Nachrichten der Bestimmung der Punkte durch Abstände auf dem Meridian und Perpendikel macht, trifft nur das von Soldner im XI. Bande von Zach's Monatlicher Correspondenz (1805 Januarheft) anfänglich vorgeschlagene, die Krümmung der Erdoberfläche vernachlässigende Verfahren und berührt die bei der bayrischer Triangulation in Anwendung gekommene Methode Soldner's in keiner Weise.«

In der That spricht Soldner a. a. O. S. 15—17 nur von rechtwinkligen *ebenen* Coordinaten, und nur diese werden von Bessel in der Einleitung seiner Abhandlung über sphärische Polarcoordinaten critisirt.

Carlsruhe, 12. Juli 1874.

Jordan.

Ein neues Instrument zur Ermittelung des Inhalts kartirter Flächen.

Von dem General-Commissions-Feldmesser Herrn *Immeckenberg* zu Fulda ist ein Instrument construirt worden zu dem Zweck, auf Karten den Flächeninhalt von Dreiecken und solchen Figuren, die sich leicht in Dreiecke verwandeln lassen, festzustellen, ohne dass es hierzu einer Rechnung mit geschriebenen Zahlen bedarf.

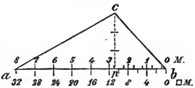
Das Instrument besteht im Wesentlichen aus einer Messingplatte mit einem auf derselben beweglichen Winkelschenkel. Ueber einer Grundlinie, die an den Drehpunkt des Winkelschenkels auf der Platte gezogen ist, sind Halbkreise von bestimmter Radiuslänge gezeichnet.

Das Instrument ist vom Erfinder einschliesslich Verpackung mit Etui zum Preise von 4 Thaler $27\frac{1}{2}$ Sgr. zu beziehen.

Weiter wird über dasselbe Nachstehendes bemerkt:

1) Die Construction beruht auf dem Satz, dass Dreiecke von gleicher Grundlinie sich verhalten wie ihre Höhen. Hätte z. B. in dem Dreieck *a b c*, Figur 1, die constante Grundlinie *a b* eine Länge von 8 Metern, die Höhe *c p* eine Länge von 3 Metern, dann ist der Flächeninhalt gleich $\frac{3 \cdot 8}{2} = 12$ Meter, und werden nun je 3 Meter der Länge von *b* nach *a* in 12 Theile zerlegt, so dass auf jedes Meter 4 Unterabtheilungen kommen, dann erhält man den Flächeninhalt eines jeden Dreiecks über *a b*, indem man die Höhe in den Zirkel fasst und das Maass durch Anhalten an der Theilung von *b* nach *a* abliest. Statt dessen

Figur I.



kann man das Maass für die abgegriffene Höhe auf einem Transversalmaassstab bestimmen und hat die Maasszahl mit der Verwandlungszahl, im vorliegenden Beispiel mit der Zahl 4, zu multipliciren. Das Product ist der Flächeninhalt. Derselbe ergibt sich bei

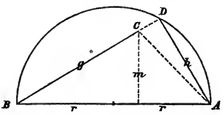
$$1 \text{ Meter Höhe} = 1.\frac{8}{2} = 1.4 = 4 \square\text{Meter.}$$

$$2 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad = 2.\frac{8}{2} = 2.4 = 8 \square\text{Meter.}$$

2. Mit Hilfe des Instruments lässt sich jedes zu berechnende Dreieck in ein anderes verwandeln, dessen Grundlinie gleich ist der constanten Grundlinie im Instrument und dessen Höhe aus dem Instrument abgenommen werden kann.

Es geschieht dies, indem man die Höhe des gegebenen Dreiecks ABC, welche auf der Karte in den Zirkel zu fassen ist, h in Figur 2, von dem rechtseitigen Endpunkt A eines Kreisdurchmessers als Sehne abträgt und den Punkt D bestimmt. Durch Anschieben des beweglichen Winkelschenkels an den Punkt D wird der Peripherie-Winkel vollendet, demnächst vom Drehpunkt B des Schenkels, in welchem Punkt zugleich der andere Endpunkt des Durchmessers liegt, die Grundlinie $g = BC$ des zu berechnenden Dreiecks auf der Sehne abgesteckt. Dann kann man sich in dem Dreiecke ABC einmal g als Grundlinie und h als Höhe, das andere Mal $2r$ als Grundlinie und m als Höhe denken und die Fläche ist ebenso durch das halbe Product von $g \times h$, als durch das ganze Product von $r \times m$ bestimmt. Für $r = 10$ ist die Fläche $= 10\,m$.

Figur 2.



Das Resultat bleibt richtig, auch wenn der Punkt C ausserhalb des Kreises zu liegen kommt.

Die Höhe m ist auf dem Instrument abzunehmen und das Maass durch Anhalten an einen Maassstab zu ermitteln. Die Grundlinie ist mit einer Theilung (wie in Figur 1) nicht versehen, neben derselben ist aber für jeden Kreis die Verwandlungszahl (unter Nummer 1 war dies die Zahl 4) angegeben, mit welcher das Höhenmaass multiplicirt werden muss, um das Flächenmaass zu finden. Für das Instrument sind die Zahlen 2, 5, 10 u. s. w. gewählt, mit welchen die Multiplication leicht im Kopfe auszuführen ist.

3. In einer Broschüre, welche Herr *Immeckenberg* über sein Instrument herausgegeben hat (im Druck von J. L. Uth, Fulda 1874), ist auf den vom Herrn Vermessungsrevisor Koch hergestellten Multiplicationsmaassstab (beschrieben auf Seite 53 bis 72 im Jahrgang 1872 dieser Zeitschrift) Bezug genommen, was den Letzteren veranlasst hat, vergleichende Versuche mit seinem und dem Immeckenberg'schen Instrument anzustellen.

Hierzu wurde ein Stück Papier, um das Verziehen möglichst zu verhindern, auf eine Blechplatte geklebt und auf dasselbe ein Quadrat aufgetragen, dessen Seiten nach einem von Breithaupt & Sohn für das Verhältniss 1 : 2000 gefertigten Maassstabe eine Länge von 400,6 Meter erhielten, dessen Inhalt demnach 16,0480 Hektaren ausmacht. Das Quadrat ist in sechs unregelmässige aber gradlinig begrenzte Polygone von verschiedener Grösse eingetheilt und letztere wieder durch eingezeichnete Hilfslinien in Dreiecke zerlegt, deren Zahl im Ganzen 41 ist. Diese 41 Dreiecke sind dann nach einander von fünf Personen, welche für Berechnungsarbeiten verschieden befähigt und eingeübt waren, nach den verschiedenen Methoden berechnet worden.

Hierbei ist ermittelt

	Mit dem einfachen Transversalmaassstabe		Mit dem Koch'schen Multiplicationsmaassstabe		Mit dem Immeckenbergschen Planimeter	
	Fläche Hektaren	in Minuten	Fläche Hektaren	in Minuten	Fläche Hektaren	in Minuten
vom 1. Rechner	16,0400	95	16,0620	40	16,1290	39
„ 2. Rechner	16,0362	60	16,0655	59	16,1010	58
„ 3. Rechner	16,0159	80	16,0318	43	16,0468	47
„ 4. Rechner	16,0186	84	16,0485	38	16,0750	44
„ 5. Rechner	16,0375	100	16,0399	35	16,0520	40
im Durchschnitt	16,0296	83,8	16,0495	43	16,0807	45,6
	zu wenig 0,0184		zu viel 0,0015		zu viel 0,0327	

Die ersten drei Rechner waren auf das Arbeiten mit dem Multiplicationsmaassstab bereits eingeübt, die andern nicht. Das Immeckenberg'sche Instrument war allen fünf Rechnern neu und sind von ihnen erst Vorübungen gemacht worden, ehe sie die Vergleichsberechnungen begonnen haben. Unter diesen Umständen ist auf die geringere Genauigkeit, welche sich bei der Berechnung mit dem Immeckenberg'schen Instrument herausgestellt hat, kein Gewicht zu legen. Herr Koch selbst hält das Resultat für ein zufälliges, glaubt aber, gestützt auf das Ergebniss der Proberechnungen, dem Immeckenberg'schen Instrument auch keinen besondern Vorzug vor dem Multiplicationsmaassstab einräumen zu können.

Die Arbeitsleistung in demselben Zeitraum ist bei beiden Instrumenten gleich. Der Multiplicationsmaassstab gestattet aber, was ein Vorzug desselben ist, die unmittelbare Benutzung von Originalbreiten. Es ist nur nöthig, dieselben auf Zehntelarenmaass zu reduciren, was mit Hilfe einer Tabelle leicht geschieht. Auch wenn Parzellen von gleicher Breite mit wechselnder Länge zu berechnen sind, gilt das *Koch*'sche Instrument als das zweckmässigere Hilfsmittel.

Das Instrument des Herrn *Immeckenberg* in seiner

einfachen und sinnreichen Construction wird gewiss neben den andern Flächenberechnungsinstrumenten ebenfalls Verbreitung finden, wenn auch die Erfahrung lehrt, dass die Geometer sich schwer entschliessen, von den gewohnten Methoden zu anderen wenn auch besseren Methoden überzugehen. Selbst das Polarplanimeter, das beste der genannten Instrumente, hat noch Widersacher und kommt auch in den vorzugsweise für dasselbe passenden Fällen nicht immer zur Anwendung.

Möchte es Herrn *Immeckenberg* gelingen, fortbauend auf seinen bisherigen Erfindungen im Gebiete des Feldmesswesens, noch weitere Erfindungen zu machen, um die Lösung der in seiner Broschüre angegebenen Probleme immer mehr vorzubereiten.

Cassel. *Gehrmann.*

Literaturzeitung.

Der Waldwegbau und seine Vorarbeiten von *Carl Schuberg*, Professor der Forstwissenschaft am Grossh. Polytechnicum zu Carlsruhe. Erster Band. Die Instrumente, die allgemeinen Grundsätze und die Vorarbeiten. Mit zahlreichen in den Text gedruckten Holzschnitten, einer lithographirten Tafel und einem Anhange. Berlin, 1873. Springer.

Referent: Forstmeister **Bernhardt.**

Die hohe Bedeutung des Waldwegebaues für die intensive Ausnutzung der Walderzeugnisse ist nachgerade allgemein anerkannt, ebenso die Nothwendigkeit, dass der Forstverwaltungsbeamte selbst der Wegebaumeister für den eigentlichen Waldwegebau sein, also diejenigen Kenntnisse besitzen muss, welche ihn zur zweckmässigen Veranschlagung und Leitung des Baues befähigen.

Aber diese seine Verpflichtung darf ihn doch nicht dazu zwingen, über ein gewisses Maass von Sachkenntniss hinauszugehen und eine ungemessene Zeit auf die Erlernung von Dingen zu verwenden, die der Bautechniker wissen muss, die aber vom Forstmanne nicht gefordert werden dürfen, weil er sie nur erlangen kann, indem er Wichtigeres vernachlässigt.

Wie überall in dem weiten Gebiete forstlichen Wissens, thut auch hier weise Beschränkung noth und über die Kunst, einen guten Waldwege-Bauplan zu entwerfen und eine einfache Steinstrasse zu bauen, kann der Forstmann nicht hinauskommen. Grosse Wegeanlagen, namentlich Chausseebauten, wird man niemals dem Forstmanne übertragen dürfen, will man ihn nicht überlasten, und in solchen Fällen wird jeder Waldbesitzer besser fahren, wenn er den Entwurf und die Ausführung einem Wegebau-Techniker überträgt.

Freilich, auch beim einfachen Waldwegebau, den der Forstmann unbedingt verstehen sollte, sieht man hier und da noch wunderbare Leistungen, Wege mit unmenschlichem Gefälle, ohne alle Anlehnung an die Bodenausformung, auf den Rücken, statt am halben Hange, mit Steigen und Fallen und der damit unvermeidlichen Kraftvergeudung beim Transport; Wege, die zu schmal oder zu breit sind, systemlos durch einander und neben einander angelegt und man gewinnt dann oft die Ueberzeugung, dass es mit der Befähigung mancher Revierverwalter für den Waldwegebau nicht eben weit her ist.

Hier muss offenbar die Schule den Grund legen und man darf nicht, wie dies noch vor einem Jahrzehnt vielfach geschah, es der Zeit praktischer Bethätigung überlassen, dem jungen Revierverwalter das nöthige Wissen beizubringen. Das Lehrgeld ist hoch, welches dann die Casse des Waldbesitzers zu tragen hat und ein gründlich verpfuschtes Wegenetz lässt sich nicht repariren, wie ein verhauener Schlag, sondern bleibt als ein Denkmal für den kenntnisslosen Revierverwalter stehen durch die Jahrzehnte, freilich auch als ein wichtiges Lehrobject, an welchem die heranwachsenden Fachgenossen sehen mögen, wie man es nicht machen soll.

Jeder Praktiker wird gerade beim Waldwegebau häufig das Bedürfniss empfinden, sich in schwierigeren Fällen in einem guten Handbuche Rath zu holen. Bisher waren die Handbücher von Karl, Dengler, Scheppler hauptsächlich in der Hand der Revierverwalter und mancher

gute Waldweg ist mit Hilfe dieser Werke gebaut worden. Es muss aber zugegeben werden, dass sie dem heutigen Stande der Wegebaukunde nicht mehr recht entsprechen und dass ein Bedürfniss nach einem umfassenden Handbuche der Waldwegebau-Kunde vorhanden war.

Herr Professor Schnberg sucht diese Lücke auszufüllen und legt uns den ersten Band eines umfassenden Werkes über den Waldwegebau vor, dem ein Schlussband, welcher die Bauarbeiten selbst, Kostensätze und Anschläge, Wegpflege, Bausysteme und Netzlegung enthalten soll, folgen wird.

Der Lehrzweck steht dem Herrn Verfasser in erster Linie und er hat dem Buche deshalb einen weiten Umfang zugewiesen. Dasselbe enthält u. A. die ganze Lehre von der Gefällmessung und von den bei derselben verwendbaren Geräthen, also einen Wissenszweig, welchen man seither meist dem Gebiete der Feldmesskunde zuwies.

Man kann darüber verschiedener Ansicht sein, ob es wohlgethan ist, in einem Lehrbuche der Waldwegebau-Technik die mathematischen Grundlagen in dem weitesten Sinne aufzufassen, nnd die Gefällmessung, welche ansser beim Weldwegebau, noch sonst vielfach praktische Anwendung findet und systematisch immer als ein Theil der Feldmesskunst betrachtet werden muss, mit vorzutragen. Aber diese Controverse scheint mir der praktischen Tendenz des Buches gegenüber gegenstandslos, wenn man nicht gerade den Kostenpnnkt ins Auge fassen will. Derjenige Forstmann, welcher sich das Schuberg'sche Buch anschafft, braucht kein Buch der Gefällmessungs-Kunde daneben und findet zudem bei Schuherg eine Reihe einfacher und für den Gebrauch im Walde besonders geeigneter Gefällmesser abgebildet nnd beschrieben, die er in einem Lehrbuche der Feldmesskunde wahrscheinlich vergeblich suchen würde.

Die eigentliche Waldwege-Baukunde, soweit sie in diesem Bande vorgetragen wird, umfasst zwei Abschnitte: ›Allgemeines‹ und ›technische Vorarbeiten für den Einzelbau‹. Im ersteren wird an eine allgemein ge-

haltene historische Einleitung der Nachweis der Bedeutung des Walbwegebaues in wirthschaftlicher und finanzieller Beziehung angeknüpft, die durch die Beschaffenheit der Transportbahn (den Reibungwiderstand) bedingte Arbeitsleistung beim Transport besprochen und mit Recht darauf hingewiesen, wie wünschenswerth es ist, durch Herstellung besserer Wege der Thierquälerei, deren Schauplatz der Wald mit seinen grundlosen Wegen nicht selten ist, ein Ende zu machen.

Sodann bespricht Herr Schuberg die den Waldwegebau im Ganzen beeinflussenden Verhältnisse.

Die Grenze der Bauthätigkeit des Forstmannes sieht er gewiss mit Recht in der Rentabilität; ein genereller Wegebauplan ist ihm Vorbedingung der gedeihlichen Ausführung. Ueber Bodengestaltung, Bodenbeschaffenheit, Eigenthumsverhältnisse, allgemeine wirthschaftliche Verhältnisse des zu erschliessenden Waldkörpers, Zwecke des Wegebaues wird ausführlich gehandelt und darauf hingewiesen, *dass der Wegenetz-Entwurf mit der wirthschaftlichen Waldeintheilung in den engsten Zusammenhang treten muss.* Diesen Abschnitten schliesst sich dann eine allgemeine Erörterung der zulässigen Wegegefälle, zweckmässiger Wegebreite bei den einzelnen Kategorieen von Waldungen an. Dieser Theil des Buches scheint mir den Kernpunkt der ganzen Frage zu betreffen. Hier kann der veranschlagende Revierverwalter zeigen, ob er die Sache auch wirklich machen kann und Jeder wird in dem Schuberg'schen Buche eine Reihe schätzbarer und praktischer Winke finden. Für Fahrwege in ständigem Gebrauche hält Herr Schuberg (S. 123) 9—10 Procent für das höchst zulässige Gefälle, für kurze Strecken von Seitenwegen sogar 12 Procent. Wo auch beladene Wagen Bergauf gehen müssen, sollen nach Schuberg 7 Procent nicht überschritten werden und würden besser 5 Procent gewählt werden. Wegeeinmündungen und Wendungen mit kürzerem Halbmesser sollen höchstens 3—5 Procent, kurze Bogenlinien mit erweiterter Fahrbahn höchstens 7 Procent Steigung haben.

Meine Erfahrungen weichen in manchen Punkten von diesen Erfahrungssätzen des Herrn Verfassers ab. Ueber 10 Procent halte ich überhaupt nicht für zulässig, 8—10 Procent nur in besonderen Fällen, wo man es mit festem, steinigem Boden zu thun hat. 7 Procent dürften als Maximum für solche Wege, welche mit beladenen Wagen berganf benutzt werden sollen, für zu hoch gegriffen, 6 Procent werden hier wohl als obere Grenze festzuhalten sein. Im Gebiete des Thonschiefers mit seinen thonreichen Böden, in welchem ich den Waldwegebau in ausgedehnter Weise praktisch studirt habe, sind zu steile Gefälle der Tod aller Wege und man erreicht viel mehr durch grössere Längen und sorgfältige Ausgleichung des Gefälles, als durch kurze steile Linien, die gar nicht zu erhalten sind.

Die Beziehungen zwischen dem Bodengrundgestein und dem zulässigen Gefälle hätte ich in dem bezüglichen Abschnitte gern etwas eingehender erläutert gesehen. Der erforderliche Raum hätte nach meiner Ueberzeugung leicht bei der Lehre von der Absteckung der Curven gewonnen werden können.

S. 128 bis 152 beschreibt der Herr Verfasser sodann die im Walde gebräuchlichen Fuhrwerke und erläutert die Ansprüche, welche sie an die Wegefestigkeit stellen.

Im II. Abschnitt S. 153 bis 302 werden dann die eigentlichen Vorarbeiten zum Wegebau behandelt, die Ermittelung der allgemeinen Wegerichtung in der Ebene und im Gebirge, die Abrundung der Winkelzüge in der verticalen und horizontalen Ebene, die Absteckung der Curven, der Rampen und Wendplätze, die erste Durchführung der Curvenzüge, Aufnahme der Querprofile, Anlage der Böschungen, Wege- und Abzugsgräben, Berechnung und Ausgleichung der zu bewegenden Massen, die Auftragung der endgiltigen Zugslinien auf die Pläne und deren Uebertragung ins Freie.

Im Anhang sind Potenzentafeln zur Berechnung der Quadrat- und Kubikzahlen für 1—500, eine Tafel der natürlichen Zahlen der goniometrischen Functionen, eine

Tafel der Werthe der Bogenlängen, Sehnen, Bogenhöhen und Schenkellängen, sowie Tafeln zur Berechnung der Zu- und Abnahme der Querprofilflächen bei Hebung oder Sekung der Wegebene beigegeben.

Die vorstehenden kurzen Andeutungen über den Inhalt des Schuberg'schen Werkes lassen leicht erkennen, dass wir es hier mit einer gründlichen und fleissigen Arbeit zu thun haben. Der Herr Verfasser hat die Literatur sehr eifrig studirt und ausgiebig benutzt und ein Buch geschaffen, welches dem Praktiker in allen Fällen des Zweifels, welche ihm beim Waldwegebau vorkommen können, Rath und Auskunft ertheilen wird.

Von einer näheren Angabe des Inhaltes muss Abstand genommen werden, um die einer Zeitschrift gesteckten Grenzen für die literarischen Anzeigen nicht zu überschreiten. Für den Anfänger und den Studirenden hätte ich, wie bemerkt, eine etwas knappere Darstellung gewünscht. Der Herr Verfasser selbst hat dies gefühlt und einzelne Abschnitte (z. B. §. 64, Absteckung von Nichtkreisbögen; §. 65[a], Aufgaben zur Curvenabsteckung; §. 66) als solche bezeichnet, welche ohne Störung des Zusammenhanges überschlagen werden können. Meiner Ansicht nach hätte namentlich die Lehre von der Curvenabsteckung etwas kürzer gehalten werden können. In der Praxis des Waldwegebaues kommt es auf die mathematisch correcte Form der Curven meist nicht an und man erreicht das hier Nothwendige wohl in allen Fällen, in denen der Forstmann ausführender Techniker ist, mit elementaren Mitteln.

Ein Vorwurf soll aber in dieser Bemerkung nicht liegen. Es ist besser, dass ein Buch viel mehr enthält, wie die ausführende Praxis in den meisten Fällen fordert, als dass es den Praktiker in einem einzigen Falle im Stiche lässt. Und damit sei die fleissige Arbeit Schuberg's dem wegebauenden forstlichen Publikum bestens empfohlen.

Neustadt-Eberswalde.

Bericht über die III. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins.

Dresden 5.—7. Juli 1874,

erstattet von dem Hauptredacteur **M. Doll.**

Nach Beschluss der II. Hauptversammlung, welche im vorigen Jahr zu Nürnberg tagte, war für dieses Jahr Dresden als Versammlungsort gewählt worden, welches sich durch reiche wissenschaftliche und Kunstsammlungen auszeichnet und von dem Vorstande des Sächsischen Geometervereins besonders empfohlen wurde.

Mit freudiger Zuversicht zogen daher die Vermessungstechniker nach Dresden, aber alle Erwartungen wurden noch übertroffen durch die opferwillige Thätigkeit des dortigen Localcomites. Die Constituirung desselben erfolgte, auf Grund eines Antrags von Herrn *Koch* an den Sächsischen Verein praktischer Geometer am 13. Februar d. J., mit 20 Mitgliedern, denen sich später noch 5 anschlossen.

Zum Vorsitzenden wurde der Bankbuchhalter *Julius Nagel*, früherer Vorstand des Deutschen Geometervereins, zum Secretär der Steuerconducteur *Richter* und zum Cassier der verpflichtete Geometer *Ueberall* gewählt. An Stelle des späterhin nach Bautzen versetzten Herrn Richter trat der Steuerconducteur *Maukisch* ein.

Die Bestrebungen des Localcomites zum würdigen Empfang der Festgäste wurden in anerkennender Weise von der hohen Regierung durch einen Geldbetrag von 200 Thlr. unterstützt, wofür die Vorstandschaft des Deutschen Geometervereins ihren ergebensten Dank ausspricht.

Das rege Interesse, welches sich in allen Zweigen des Vermessungswesens für den Verein zeigt, bestätigte sich auch hier durch den zahlreichen Besuch der III. Hauptversammlung, so dass die Betheiligung um die Hälfte grösser wurde, als im vorigen Jahr, wobei der Versammlung noch eine besondere Ehre und Anerkennung zu

Theil ward durch den Besuch der Fachprofessoren von Dresden, Prag und Chemnitz.

Es hatten sich eingefunden aus dem

Königreich	Sachsen	60
»	Preussen	44
»	Bayern	6
»	Württemberg	2
Grossherzogth.	Baden	6
»	Sachsen-Weimar	4
»	Mecklbg.-Schwerin	1
Herzogthum	Altenburg	2
»	S.-Coburg-Gotha	1
»	Braunschweig	1
Grossherzogthum	Hessen	1
Fürstenth.	Schw.-Rudolst.	1
»	» Sondersh.	1
Schweiz		1
zusammen		131 Mitglieder u. 2 Gäste.

In Folge der statutenmässig gestatteten Stimmübertragung, wornach ein Mitglied das Recht hat, 10 weitere nicht anwesende Mitglieder zu vertreten, betrug die Anzahl der im Ganzen bei den Wahlen abgegebenen Stimmen 271 oder 26% der Gesammtzahl, was gegen das vorige Jahr einer Zunahme von 3% entspricht.

Als Gäste waren anwesend die Herren Dr. *K. Koristka*, Professor am Polytechnicum in Prag, und *Kretschmer*, Steuerrath von Dresden.

Im Uebrigen ist die Theilnehmerliste die folgende:

Koch,	Vermessungsrevisor, Director, von Cassel.
Krehan,	Obergeometer, Schriftführer, von Weimar.
Kerschbaum,	Steuerrath, Cassirer, von Coburg.
Jordan,	Professor, Hauptredacteur, von Carlsruhe.
Doll,	Obergeometer, Mitredacteur, von Carlsruhe.
Franke,	Obergeometer, Mitredacteur, von München. (Der zweite Schriftführer, Herr Geometer *Fecht* von Stuttgart, war am Erscheinen verhindert.)
Artzt,	Steuerconducteur-Assistent, von Zwickau, Sachsen.
Balser,	Geometer I. Classe, von Idstein, Preussen.
Bobe,	Architect von Chemnitz.

Braun, Kataster-Coutroleur, Mansfeld.
Braun, Steuer-Conducteur-Assistent, Dresden.
Buttmann, Regierungsfeldmesser, von Berliu.
Büchner, Steuerconductenr, Zwickau.
Bürgin, Forstgeometer, von Carlsruhe.
Brülbeck, Bezirksgeometer, von Nennburg a/W., Bayern.
Brenning, Regierungsfeldmesser, Jessen, Preussen.
Degenhardt, Kataster-Supernumerar, Cassel, Prenssen.
Dennert, Mechaniker, von Altona, Preussen.
Dzondi, Stcnerconducteur, von Auerbach i/V., Sachsen.
Efferz, Kataster-Supcrnnmerar, vou Cassel.
Endemann, Kataster-Controlenr, von Frankenberg, Preussen.
Förke, Kataster-Controleur, von Rypnik, Preussen.
Franck, Vermessungs-Revisor, von Rudolfstadt.
Franke, Bezirksgeometer, von Altenburg.
Frohberg, Finanzvermessungs-Geometer, vou Dresden.
Fuchs, Geometer von Cassel.
Fuchs, Personal-Vorsteher, von Homberg, Preussen.
Gliewe, Kataster-Coutroleur, von Schroda, Preussen.
Görner, Rathsgeometer, von Dresden.
Graef, Kataster-Assistent, von Berlin.
Grössel, Steuercondncteur-Assistent, von Zwickau.
Grossmann, Feldmesser und Markscheider, von Altwasser, Preussen.
Harig, Finanzvermessungs-Conducteur, von Dresden.
Hartmann, Regierungsgeometer, von Elbingerode a/H., Preussen.
Haupt, Steuerconducteur, von Zwickau, Sachsen.
Heeger, Geometer, von Leipzig, Sachsen.
Henning, Vermessungr-Revisor, von Arnstadt, Schwarzbnrg.
Hoffmann, Steuerconductcur-Assistent, von Leipzig, Sachsen.
Hornung, Kataster-Coutroleur, von Eisleben, Preussen.
Hottenroth, Rathsingenieur, von Dresden.
Huss, Finanzvermessungs-Geometer, von Dresden.
Hüttig, Fiuauz-Calculator und Finanzvermessungs-Geometer, von Dresden.
Ingber, Geometer, von Weimar.
Keil, Katastergeometer, von Führt im Odenwald.
Keller, Katastercontroleur, von Bochum, Preussen.
Kiessling, verpfl. Geometer, von Ganzig b. Oschatz, Sachsen.
Kindervater, Fiuanzvermessungs-Geometer, von Dresden.
Kircheisen, Geometer, von Annaberg, Sachsen.
v. Klencke, Steuerinspector, von Gerdaueu, Preussen.
Klengel, Vermessungs-Revisor, von Dresden.
Knauth, Steuerconducteur, von Zwickau, Sachsen.
Kohl, Kataster-Controleur, von Drossen, Preussen.
Kopp, Eisenbahngeometer, von Darmstadt, Prenssen.

Krause, Steuerconducteur, von Dresden.
Kunze, Professor, von Tharand, Sachsen.
v. Kwiatkowsky, Vermessnngs-Revisor, von Torgan, Preussen.
Leonhardt, Regierungsfeldmesser, von Erfnrt.
Leschke, Rathsgeometer, von Dresden.
Lindemann, Feldmesser, von Berlin.
Lorenz, Steuerconducteur-Assistent, von Dresden.
Ludwig, Finanzvermessungs-Inspector, von Dresden.
Maier, Geometer, von Carlsruhe.
Markus, Markscheider, von Bochum, Preussen.
Maukisch, Steuerconducteur-Assistent, von Dresden.
Melsheimer, Geometer, von Mainz.
Mendelsohn, Regierungs-Feldmesser, von Oels, Schl., Preussen.
Mertz, Steuerconducteur, von Wolkenstein, Sachsen.
Mayer, Eisenbahngeometer, von Hornberg, Baden.
Mierisch, Commissar, von Döbeln, Sachsen.
Mosebach, Geometer, von Weimar.
Mücklich, Obersteuer-Conduoteur, von Dresden.
Müller, Steuerconducteur, von Bautzen, Sachsen.
Müller, H., Regierungsgeometer, von Magdeburg, Preussen.
Müller, W., Regierungsgeometer, von Berlin.
Mündel, Kataster-Controleur, von Oderberg, Prenssen.
Nagel, C. A., Professor, von Dresden.
Nagel, J., Vermessungs-Ingenieur, von Dresden.
Niess, Steuerconducteur, von Dresden.
Oelmischen, Steuerconducteur, von Leisnig, Sachsen.
Olbrich, Feldmesser nnd Markscheider, von Waldenburg, Preussen.
Opitz, Finanzvermessnngs-Geometer, von Dresden.
Panse, Vermessungs-Revisor, von Erfurt, Prenssen.
Pape, Mechaniker, von Altona, Preussen.
Peltz, Kammercommissair, von Schwerin.
Petzsch, Steuerconducteur, von Dippoldiswalde, Sachsen.
Probst, Bahnexpedient, von Kreiensen, Braunschweig.
Rathmeyer, Bezirksgeometer, von Hemau, Bayern.
Rebstein, Professor, von Frauenfeld, Schweiz.
Remmele, Professor, von Stuttgart.
Richter, Steuer-Conducteur, von Bautzen, Sachsen.
Riedel, nicht Mitglied, von Dresden.
Riehle, Kataster-Controleur, von Angermünde, Preussen.
Risse, Finanzvermessungs-Geometer, von Dresden.
Ryssel, Steuerconducteur, von Augustusburg, Sachsen.
Schanz, nicht Mitglied, von Dresden.
Schellmann, Kataster-Controleur, von Altenstein, Preussen.
Schelz, Geometer, von Altenburg.

Scheumann, verpfl. Geometer, von Chemnitz, Sachsen.
Schilling, Steuer-Conducteur, von Adorf i/V., Sachsen.
Schmidt, E. C., Oberlehrer, von Werdau, Sachsen.
Schmidt, E., Steuer-Conducteur, von Chemnitz, Sachsen.
Schmidt, E., Feldmesser, von Waldenburg, Preussen.
Schmidt, G., Geometer, von Döbeln, Sachsen.
Schmidt, K., Steuer-Conducteur, von Rochlitz, Sachsen.
Schön, Katastercontroleur, von Freienwalde a/O., Preussen.
Schubert, Vermessungs-Revisor, von Dresden.
Schulze, Steuerconducteur, von Schneeberg, Sachsen.
Schulze, Katasterinspector, von Potsdam, Preussen.
Schrecker, Steuerinspector, von Torgau, Preussen.
Siegel, Finanzvermessungs-Geometer, von Dresden.
Sickler, Mechaniker, von Carlsruhe.
Spielberger, Steuerrath, von München.
Spieth, Geometer und Lehrer, von Stuttgart.
Stegmann, Regieruugsfeldmesser, von Cassel, Preussen.
Stendel, Obergeometer, von Magdeburg, Preussen.
Steppes, Bezirksgeometer, von Pfaffenhofen a/I., Bayern.
Stiemer, Katastercontroleur, von Tapiau, Preussen.
Stütz, Geometer, von Weimar.
Thomas, verpfl. Geometer, von Dresden.
Tietze, Steuer-Conducteur, von Pirna, Sachsen.
Ueberall, Geometer und Assistent bei der europäischen Gradmessung, von Dresden.
Vogel, Vermessungs-Revisor, von Cassel, Preussen.
Voigt, Finanzvermessungs-Geometer, von Dresden.
Weidauer, Steuer-Conducteur, von Dresden.
Werner, Finanzvermessuugs-Geometer, von Dresden.
Wichers, Geometer, von Bochum, Preussen.
Wilmersdorf, Finanzvermessungs-Geometer, von Chemnitz, Sachsen.
Winckel, Eisenbahn-Obergeometer, von Cöln.
Wolf, Steuer-Conducteur, von Freiberg, Sachsen.
Ziesche, Finanzvermessungs-Geometer, von Dresden.
Zschoche, (nicht Mitglied) Wasserbauassistent, von Dresden.
Zschoche, Steuer-Conducteur, von Dresden.
Zuchold, Kataster-Controleur, von Herzberg, Preussen.

Die geschäftlichen Verhandlungen begannen mit einer Vorstandschaftssitzung, welche in Folge der Einladung des Vereinsdirectors Herrn *Koch* am 5. Juli im Gewerbehause stattfand, wo sich die Mitglieder der Vorstandschaft, mit Ausnahme des Herrn *Fecht* aus Stuttgart, vereinigten, um über die der Hauptversammlung zu machenden Vorlagen zu berathen.

Am Abend desselben Tages versammelten sich dann die Theilnehmer zur gegenseitigen Begrüssung im obern Saale des Königl. Belveders auf der Brühl'schen Terrasse, wo der Vorstand des Localcomites mit einem herzlichen Willkommen darauf hinwies, dass die zahlreiche Betheiligung uns zunächst den Beweis gibt, dass der Deutsche Geometerverein überhaupt gedeiht, und dann den anderen Beweis, dass man mit der Wahl Dresdens zum Versammlungsort das Richtige getroffen hat. Denn, wenn es im Allgemeinen einen hohen Genuss gewährt, mit lieben Fachgenossen zusammenzutreffen, so wird dieser Genuss ein doppelter, wenn man dieselben als werthe Gäste in der engeren Heimath begrüssen und ihnen als Führer dienen kann beim Betrachten alles Dessen, was Natur und Kunst in der Heimath bieten.

Am 6. Juli wurde die Hauptversammlung Vormittags 9 Uhr im Königl. Belvedere durch den Vereinsdirector Herrn *Koch* mit ohngefähr nachstehender Ansprache eröffnet: ›Die Wirksamkeit des Deutschen Geometervereins ist auf die wissenschaftliche und moralische Hebung des Geometerstandes gerichtet und kann nur eine allgemeine, nicht auf die speciellen und persönlichen Interessen der Mitglieder gerichtete sein.

Die Folgen der Wirksamkeit des Vereins sind dadurch schon wesentlich sichtbar geworden, dass sich das Gefühl der Zusammengehörigkeit den Geometern mehr und mehr aufdrängt und die Theilnahme an den gemeinsamen Bestrebungen von Tag zu Tag reger wird.

In Süddeutschland ist dieses Gefühl der Zusammengehörigkeit durch das Bestehen der verschiedenen Localvereine offenbar stärker, als in Norddeutschland, und es muss daher Wunsch und Absicht des Gesammtvereins sein, dasselbe im Norden so viel als möglich zu wecken und die Gründung von Zweigvereinen in Anregung zu bringen.

Die Vorstandschaft glaubt den ihr auferlegten Pflichten mit Eifer nachgekommen zu sein und hält die Verwaltung nach allen Richtungen hin für eine geregelte, so

weit es unter Berücksichtigung des Umstandes, dass die einzelnen Mitglieder der Vorstandschaft ihren Berufsgeschäften den Vorrang vor denjenigen des Vereins geben müssen, der Fall sein kann.

Das äussere Zeichen der Vereinswirksamkeit liegt in der Zeitschrift vor, über welche die Beurtheilung den Vereinsmitgliedern anheimgestellt bleibt, und über deren Angelegenheiten dem gegenwärtigen Hauptredacteur Herrn *Doll* das Wort ertheilt wird.

Derselbe erwähnt, dass bei der Uebernahme der Redaction sein Streben hauptsächlich darauf hinzielte, den Stoff so zusammenzustellen, damit mindestens die Hälfte jedes Heftes für alle Leser verständlich ist. Es wäre daher sehr wünschenswerth, wenn die Beschreibung ausgeführter Landesvermessungen fortgesetzt würde, da dieses Thema von allgemeinem und zugleich belehrendem Interesse ist. Er richtet daher an die Mitarbeiter die Bitte, in diesem Sinne zu wirken, dass die noch fehlenden Landesaufnahmen eingesendet werden. Ueber das unregelmässige Erscheinen der Zeitschrift wird weiter bemerkt, dass der Grund theilweise von der Druckerei herrühre, die nebenbei die Gesetzes- und Regierungsblätter zu drucken hat, denen die Zeitschrift nachstehen müsse, dann aber auch darin liege, dass die Correcturen oft nicht gleich zurückgesendet werden.

Nach der Tagesordnung gibt nun der Vorsitzende Auskunft über die Bibliothek und erwähnt, dass dieselbe als Stamm der hoffentlich bald stärker anwachsenden Sammlungen 90 Bücher, 80 Karten und 1 Instrument enthält, welche Geschenke sind von den Herren: *Doll* in Carlsruhe, *Erb* in Winterthur, *Fecht* in Stuttgart, *Huisken* in Braunschweig, *Jordan* in Carlsruhe, *Kerschbaum* in Coburg, *Krehan* in Weimar, *Koch* in Cassel, *Meyer* in Cöln, *Müller* in Stettin, *Nagel* in Dresden, *Peltz* in Schwerin, *Rückle* in Stuttgart, *Spielberger* in München, *Spindler* in Frankfurt, *Winkel* in Cöln, *v. Winkler* in Arnsberg, *Stück* in Hamburg, ferner von dem *Königl. preussischen Finanzministerium*, dem *württembergi'schen* und *weimar'-*

schen Geometerverein. Herr *Koch* spricht für diese werthvollen Beiträge seinen Dank aus und bittet, indem er die rege Benutzung der Bibliothek empfiehlt, die Vermehrung der Sammlungen durch weitere Schenkungen angelegentlich im Auge zu behalten.

Nunmehr erstattet der Cassirer, Herr *Kerschbaum*, seinen Bericht über die Zahl der Mitglieder, sowie über die Voranschläge der Einnahme und Ausgabe der Vereinscasse.

Die Zahl der Mitglieder beträgt derzeit **1024**.

Die Einnahmen für das laufende Jahr werden voraussichtlich betragen:

	Mark.
a. aus Mitgliederbeiträgen	6084
b. aus Eintrittsgeldern	210
c. aus dem Verlag der Zeitschrift	514,28
in Summe	6808,28
hierzu Ueberschuss von 1873	241,91
daher Gesammteinnahme	7050,19

Die Ausgaben werden sich belaufen:	Mark.
a. für die Zeitschrift	4176
b. für Lithographien	300
c. allgemeine Unkosten	200
d. für die Bibliothek	100
e. Honorirung der Vorstandschaftsmitglieder	1150
f. Reisekostenentschädigung derselben	900
daher Gesammtausgabe	6826

Dabei fällt in diesem Jahre die Ausgabe für die diesjährige Generalversammlung weg, da der Geometerverein für das Königreich Sachsen diese Kosten übernommen hat. Es wird sich daher ein Ueberschuss der Einnahmen ergeben von . . . . 224,19 Mark*).

Diese Mittheilungen riefen ebensowenig, als die von Herrn *Koch* daran geknüpften Mittheilungen über den

*) In diesen Voranschlag wurde aus Versehen der Betrag von 200 Mark nicht aufgenommen, welchen nach Beschluss der Vorstandschaft der Vereinsbibliothekar für das bedeutende Geschäft bei Versendung der Bücher erhalten soll.

Bericht der in der vorjährigen Hauptversammlung zu Nürnberg erwählten Rechnungs-Prüfungscommission, Entgegnungen aus der Versammlung hervor. Auf die Mittheilung der Ergebnisse dieser Prüfung ward verzichtet.

Es hielt nunmehr Obergeometer *Doll* aus Carlsruhe den unter Ziffer 3 der Tagesordnung angekündigten Vortrag über die durch eine Wandtafel verdeutlichte Thomas'sche Rechenmaschine, welche das Rechnen in den vier Species auf mechanischem Wege ausführt. Mit Hilfe dieses kostbaren Apparates lässt sich das Multipliciren und Summiren der einzelnen Producte bei fünfstelligen Factoren im dritten Theil der Zeit ausführen, welche bei dem Berechnen des Flächeninhalts der einzelnen Grundstücke zum gewöhnlichen Rechnen verwendet werden muss.

Auf Wunsch des Vorsitzenden wird dieser Vortrag in einem der nächsten Hefte der Zeitschrift veröffentlicht werden.

Regierungsrath Professor *Nagel* aus Dresden schob einige nicht auf der Tagesordnung vorhemerkte Mittheilungen ein. Derselbe hatte zwei Kupferplatten mit sogenannten, den Kupferstich ersetzenden, *Heliographuren* nebst den zugehörenden Originalzeichnungen und Probeabdrücken ausgelegt, über welche er folgende Mittheilungen machte:

Schon längst mit der Frage beschäftigt, auf welche Weise wohl Pläne nicht allein mit hinreichender Genauigkeit, sondern auch mit möglichst wenig Kosten vervielfältigt werden könnten, hatte er im Herbst des Jahres 1871 im k. k. militärgeographischen Institut zu Wien die Resultate eines Verfahrens kennen gelernt, nach welchem von einem gezeichneten Originale auf gewöhnlichem photographischen Wege ein Glas »Negativ« erzeugt und dieses dann benützt wird, um davon auf eine Kupferplatte eine, dem Kupferstich ganz analoge Graphur zu erzeugen.

Die Herstellung derartiger Heliographuren ist Geheimniss des Erfinders, eines in dem k. k. militärgeographi-

schen Institut in Wien mit photographischen Reproductionen beschäftigten Herrn, dessen Name leider dem Referenten entfallen war. Von demselben hat genanntes Institut das Verfahren erworben, jedoch unter dem Vorbehalt des erstern, dass er es auch anderweit verwerthen kann.

Um sich nun über die Verwendbarkeit der Heliographur für verschiedene Zwecke eine hinreichende Einsicht zu verschaffen, war Regierungsrath *Nagel* mit der Direction des k. k. militärgeographischen Instituts in einen Schriftenwechsel wegen Anfertigung zweier Probeplatten getreten, welcher zur Folge hatte, dass genannte Direction mit der grössten Bereitwilligkeit die Fertigstellung derselben zusagte, sobald die Originalzeichnungen eingegangen sein würden.

Es wurden hierauf zwei Zeichnungen angefertigt und an genannte Direction gesendet. Die eine enthält einen in $^1/_{2000}$ Verjüngung aufgenommenen geometrischen Grundriss des Terrains zwischen Räcknitz und Mockritz bei Dresden und hat eine Ausdehnung von ungefähr 60^{cm} Länge und 50^{cm} Höhe. Die Reproduction dieses Blattes sollte in derselben Grösse erfolgen.

Die zweite Zeichnung enthält ein Uebungsblatt für keilförmige Bergstriche und ist $64^1/_2{}^{cm}$ lang und $40^1/_2{}^{cm}$ hoch. Dieses Blatt ist im 3fachen Maassstabe von derjenigen Grösse angefertigt, in welcher schliesslich die Reproduction erbeten wurde, so dass letztere eine Länge von $21^1/_2{}^{cm}$ und eine Höhe von $13^1/_2{}^{cm}$ erhalten sollte.

Die Resultate dieser beiden heliographischen Reproductionen waren es nun, die vorlagen. Was die Güte derselben anlangt, so zeigte sie sich in der kleinen — dreimal gegen das Original verjüngten — Platte in der vorzüglichsten Weise, wie sie wohl durch den Stich kaum besser hervorgebracht werden kann. Die grössere Platte, obwohl im Allgemeinen auch sehr gut ausgefallen, enthält einige Unvollkommenheiten, insbesondere der feinen Linien, die aber ihren Grund darin haben, dass diese Linien im Original nicht mit ganz schwarzer,

sondern mit grauer Tusche absichtlich desshalb ausgeführt worden sind, damit sie gegen die andern zurücktreten sollten. Nach einer bei Gelegenheit der Zusendung der mehrerwähnten Kupferplatten nebst Zubehör an den Regierungsrath *Nagel* gelangten Mittheilung der mehrgenannten Institutsdirection muss aber die Tusche zur Zeichnung vollkommen schwarz, überhaupt die Zeichnung nicht nur schwarz, sondern auch mit scharfen vollen Strichen ausgeführt sein.

Der Referent sprach — insbesondere gestützt auf die Erfahrung mit der kleinen Platte — die Ueberzeugung aus, dass auch die feinsten Linien in einem derartigen Grundriss in der Reproduction zur vollen Geltung gelangen würden, wenn man die Originalzeichnung in doppeltem Maassstabe, also auch die Linien in doppelter Stärke, zeichnete.

Das Original muss selbstverständlich mit der grössten Sauberkeit und Accuratesse gezeichnet und daher auf dasselbe etwas mehr Mühe und Zeit verwendet werden, als wenn es als Original für den Kupferstich gelten soll. Denn während für den Kupferstich der Schwerpunkt in der Hand des Kupferstechers zu suchen ist, muss er für die heliographische Reproduction in der Hand des Zeichners liegen.

Regierungsrath *Nagel* hatte die Reproduction auf der Kupferplatte mit dem Original verglichen und gefunden, dass die Graphur stets etwas grösser ist, als die Originalzeichnung; jedoch war die Vergrösserung an verschiedenen Stellen constant. Wenn daher die Originalzeichnung mit einem genauen Quadratnetz versehen ist, wie dies bei genauen Zeichnungen immer der Fall sein soll, so ist dann diese Vergrösserung ebenso unschädlich, wie der durch den Druck erfolgte, an verschiedenen Stellen sogar verschieden grosse Eingang etc. des Papiers.

Der Referent empfahl nach diesen Versuchen diese Reproductionsmethode zur ganz besonderen Berücksichtigung bei Vervielfältigungen von Plänen, Karten etc. Nicht nur, dass dieselbe den grossen Vortheil gewährt,

dass Abänderungen und Nachträge durch Stich auf diesen Kupferplatten ebenso leicht nachgebracht werden können, als wenn dieselben durch Kupferstich selbst hergestellt wären, sondern es findet auch, nach den gemachten Erfahrungen, die Uebertragung von dem Original auf die Kupferplatte auf heliographischem Wege mit grösserer Genauigkeit statt, als dies durch den Stich zu erzielen ist. Insbesondere aber ist der Preis, für welchen solche Heliographuren hergestellt werden können, ein ausserordentlich niedriger gegenüber dem Kupferstich; denn von den beiden erwähnten Kupferplatten kostet die grössere 60 fl. und die kleinere 6 fl. österr. Währung. Die kleinere mit Bergstrichen versehene Platte durch Kupferstich herzustellen hatte früher einmal ein Kupferstecher auf 40 Thaler veranschlagt. Auf heliographischem Wege ist sie also gerade für den zehnten Theil genannter Summe hergestellt worden.

Hieran reihten sich Vorbemerkungen über die am Nachmittag des gleichen Tages anzustellenden Höhenmessungen des Porsberges mittels Aneroidbarometers, wie auch über die von Herrn Regierungsrath *Nagel* auf dem zur europäischen Gradmessung gehörigen Beobachtungspfeiler des Porsberges aufgestellten Instrumente, sowie über die Orte, von denen bei günstiger Witterung Heliotropenlicht dahin gesendet werden wird.

Nach Ziffer 4 der Tagesordnung erfolgte weiter der Bericht der in der II. Hauptversammlung gewählten Commission, welche Erhebungen über die bisherigen Zustände der Ausbildung der Geometer zu machen hätte, um auf Grund dieser Erhebungen in Gemeinschaft mit der Vorstandschaft des Deutschen Geometervereins die weiter erforderlichen Schritte zu thun, vorgetragen durch Herrn Steuerrath *Kerschbaum*. Darnach sind die Arbeiten als abgeschlossen noch nicht zu betrachten, wesshalb der Berichterstatter beantragt, dass in Berücksichtigung der Wichtigkeit der Sache und in Berücksichtigung, dass dieselbe noch nicht spruchreif sei, die im vorigen Jahre gewählte Commission mit der weiteren Ausführung

der vorliegenden Erhebungen und mit Stellung eines darauf bezüglichen Antrages an die Vorstandschaft betraut werden möge.

In der hierauf folgenden Verhandlung über diesen Gegenstand beantragt Herr Professor *Jordan* folgende Resolution anzunehmen:

Die Berechtigung zur Uebernahme eines dem Staate unmittelbar verantwortlichen Amtes im Vermessungswesen wird erlangt durch den Nachweis einer der Wichtigkeit eines solchen Amtes entsprechenden allgemeinen und speciellen Ausbildung, nämlich:

1. An allgemeiner Bildung so viel, als zur Leistung des einjährigen freiwilligen Kriegsdienstes erforderlich ist.

2. An theoretischer Fachbildung: Mathematik bis zu den Elementen der Differential- und Integralrechnung und Vermessungskunde bis zu der sphärischen Triangulirung und den Elementen der Ausgleichungsrechnung.

3. An praktischer Fachbildung: Eine zweijährige Berufsthätigkeit in irgend einem Zweige des Vermessungswesens.

Ausser den genannten Antragstellern betheiligten sich an der Verhandlung die Herren Obergeometer *Winkel* von Cöln, Bezirksgeometer *Steppes* aus Pfaffenhofen, Regierungsfeldmesser *Buttmann* aus Berlin und Regierungsrath Professor *Nagel* von Dresden, welcher diesen Antrag mit der Bemerkung, dass im Königreich Sachsen eine derartige Bestimmung bereits bestehe, unterstützte. Wer daselbst in der Königl. Finanzvermessung eine Conducteurstelle erlangen wolle, müsse sich dem Staatsexamen nach der Verordnung vom 24. December 1851 unterziehen, in welchem er nicht allein eine grössere geodätische Arbeit mit wissenschaftlicher Abhandlung zu liefern habe, sondern auch mündlich geprüft werde in höherer Mathematik, analytischer Mechanik, höherer Physik, Geodäsie und Astronomie. Nach bestandener Prüfung erhalte er das Prädicat »geprüfter Vermessungsingenieur«.

Ausser diesem Examen existire aber auch insbesondere für Privatfeldmesser die Feldmesserprüfung, welche am Polytechnicum zu Dresden alljährlich zu Ostern abgehalten wird, wobei hauptsächlich auf eine tüchtige praktische Ausbildung gesehen, in der Theorie aber sich die Anforderungen an die Candidaten nur auf Elementarmathematik beziehen.

Zum Schlusse wurde der Antrag des Herrn *Kerschbaum* mit grosser Majorität angenommen. Da es nun Herr *Jordan* ablehnte, der Commission weiter anzugehören, wurde Herr *Doll* aus Carlsruhe durch Acclamation an Stelle des Herrn Jordan gewählt.

Ziffer 5 der Tagesordnung führt hierauf zur Verhandlung über den Antrag des Herrn *Jordan* über die Neugestaltung der Vorstandschaft, welche in der Folge nur aus drei Mitgliedern, nämlich dem Director, dem Cassirer und dem Hauptredacteur bestehen soll. Zur Begründung gibt der Antragsteller eine Vergleichung mit dem Ingenieur- und Architectenverein und weist auf die Umständlichkeit einer siebenköpfigen Vorstandschaft hin, wobei ein Circular fast immer 3—4 Wochen auf dem Wege ist, bis es endlich wieder zurückkommt. Aus dem Berichte des Cassierers ist ferner zu ersehen, dass die Ausgaben des Vereins kaum durch die Einnahmen gedeckt werden, dass also die Ersparung der Reisekostenentschädigung für 4 Mitglieder (300—400 Mark) sehr erwünscht wäre. Da vielseitig die Meinung verbreitet war, als ob nach dem Antrag die Functionen der Mitredacteure aufhören sollten, so wurde weiter bemerkt, dass an ein Austreten derselben nicht gedacht ist. Zur Deckung der sich steigernden Ausgaben gibt es nur zwei Wege, entweder Erhöhung des Mitgliederbeitrags oder Herabsetzung der Ausgaben für die Vorstandschaft. An der Verhandlung betheiligen sich besonders Herr *Kerschbaum*, welcher die Cassenverhältnisse darlegt, ferner Herr *Steppes* aus Pfaffenhofen, der Vorsitzende Herr *Koch*, Herr *Remmele* aus Stuttgart und Herr *Doll* aus Carlsruhe, welcher den weiteren Antrag einbringt:

Eine Neugestaltung der Vorstandschaft soll nicht stattfinden, zur Ersparniss von Kosten aber nur alle zwei Jahre eine Hauptversammlung des Vereins abgehalten werden.

Dieser Vermittlungsvorschlag kam jedoch nicht zur Abstimmung.

Der Vorsitzende Herr *Koch* beantragte dagegen:

Die Versammlung geht über den Antrag des Herrn *Jordan* zur Tagesordnung über, spricht jedoch das Vertrauen aus, dass die für das nächste Jahr zu wählende Vorstandschaft für die kommende Hauptversammlung Vorschläge zur Ermässigung der Verwaltungskoston des Vereins vorbereiten werde.

Zunächst wurde nun der Antrag des Herrn Professor *Jordan* zur Abstimmung gebracht und mit 143 gegen 94 Stimmen abgelehnt, wogegen der Antrag des Herrn *Koch* mit grosser Mehrheit angenommen wurde.

Die Versammlung erhielt hierauf Mittheilung über die von Herrn Geometer *Fecht* unterm 2. Juli 1874 im Auftrag einer Generalversammlung des Württembergischen Geometervereins bei der Vorstandschaft gemachten Vorschläge, es wurde jedoch ein Antrag auf Beschlussfassung über dieselben aus der Versammlung nicht gestellt.

Die darnach durch Acclamation vorgenommene Wahl einer Rechnungs-Prüfungscommission fiel auf die Herren:

Geometer *Ueberall* in Dresden,

Bezirksgeometer *Steppes* aus Pfaffenhofen und

Professor *Remmele* aus Stuttgart,

welche die Wahl annahmen.

Nachdem inzwischen die Stimmzettel vertheilt waren, sind auf Vorschlag des Herrn Koch die Herren:

Geometer *Meger* aus Carlsruhe,

Geometer *Weber* aus Dresden und

Geometer *Stütz* aus Weimar

zur Auszählung der zur Wahl der Vorstandschaft abgegebenen Stimmen durch Acclamation gewählt.

Zum Ort der nächsten Hauptversammlung ist vorläufig *Berlin* ausersehen.

Ehe zur Neuwahl der Vorstandschaft geschritten wurde, erklärte Herr Professor *Jordan*, dass seine Zeit wegen der Ausarbeitung der bei der Expedition nach der libyschen Wüste gemachten Messungen so sehr in Anspruch genommen sei, dass es ihm unmöglich wäre die Hauptredaction der Zeitschrift für das kommende Jahr zu übernehmen. Nach der hierauf vorgenommenen Auszählung der zur Neuwahl der Vorstandschaft abgegebenen Stimmen sind gewählt:

1. zum Vereinsdirector: Herr *Koch* aus Cassel mit 268 Stimmen;
2. zum ersten Schriftführer: Herr *Krehan* aus Weimar mit 258 Stimmen;
3. zum zweiten Schriftführer: Herr *Fecht* aus Stuttgart mit 256 Stimmen;
4. zum Cassierer: Herr *Kerschbaum* aus Coburg mit 266 Stimmen;
5. zum Hauptredacteur: Herr *Doll* aus Carlsruhe mit 256 Stimmen;
6. zum ersten Mitredacteur: Herr *Jordan* aus Carlsruhe mit 149 Stimmen;
7. zum zweiten Mitredacteur: Herr *Franke* aus München mit 130 Stimmen.

Herr *Winkel* aus Cöln erhielt bei der Wahl der Mitredacteure 68 Stimmen, was beiläufig bemerkt wird.

Die Gewählten, soweit sie gegenwärtig, nahmen die auf sie gefallene Wahl dankend an.

Nachdem somit die Tagesordnung erschöpft war, schloss der Vorsitzende die Versammlung Nachmittags 1 Uhr mit dem Wunsche auf ein frohes Wiedersehen am Ort der nächsten Hauptversammlung.

Während der ganzen Dauer der Versammlung war eine Ausstellung von Gegenständen, die auf Vermessungswesen Bezug haben, geöffnet, dieselbe enthielt:

1) Ausgestellt vom Königl. Finanzvermessungs-Inspector Herrn Ludwig zu Dresden:

a) Topographischer Atlas des Königreichs Sachsen, begonnen von Oberreit. Maassstab 1/25000.

b) Eine Anzahl Messtischblätter, Rechnungsmanuale, Flurbücher und Grundsteuerkataster der Königl. sächsischen Landesvermessung.

2) Vom Königl. Regierungsrath Herrn Professor Nagel:
Ein Kartenblatt der Königl. sächsischen Landesvermessung, Abdruck einer im militärgeographischen Institut zu Wien durch Heliographie bearbeiteten Kupferplatte. (Kosten nahe $1/10$ der Kosten des Kupferstiches.)

3) Vom Geometerverein in Weimar:
a) Karte über den Stand der Grundstückszusammenlegung im Grossherzogthum Sachsen-Weimar.
b) Ein Höhenmesser von Zugmaier.

4) Vom Königl. Steuerrath Spielberger in München:
Die Karten des topographischen Atlasses vom Königreich Bayern. 1873. Massstab 1:800000.

5) Vom Geometer A. Fecht in Stuttgart:
Normal-Längenprofil, betreffend die Ausführung von Nivellementsarbeiten, entworfen zur Verfügung des Königl. württembergischen Ministerium des Innern vom 15. Mai 1874 von A. Fecht.

6) Vom mechanischen Institute von August Lingke & Co. in Freiberg in Sachsen:
a) Nivellirinstrument auf starkem Dreifuss. Achromatisch-astronomisches Fernrohr von 14 Linien Oeffnung und 26maliger Vergrösserung, auf Träger mit Stampferscher Mikrometerschraube.
b) Grösseres Nivellirinstrument mit Stativ.
c) Grosses Nivellirinstrument mit Horizontalkreis ohne Stativ.
d) Repetitionstheodolit für die Grube, auf Dreifuss, mit Horizontalkreis von $11\frac{1}{2}$ Ctm. Durchm. in $\frac{1}{3}{}^{0}$ getheilt, welcher durch 2 Nonien und Handloupe Minuten ablesen lässt. Das Fernrohr hat 11 Linien Oeffnung, 10malige Vergrösserung und ist zum Durchschlagen eingerichtet.
e) Repetitionstheodolit. Grundkreis 15 Ctm., Höhenkreis 12 Ctm. Durchm., beide in $\frac{1}{3}{}^{0}$ getheilt. Fernrohr 12 Linien Oeffnung und 15malige Vergrösserung.
f) Patent-Markscheide-Theodolit, Kreise und Fernrohr wie bei dem Vorstehenden. Zum Aufstellen auf Spreitzen ohne Schrauben, nebst Signalapparat.
g) Repetitionstheodolit, wie der unter e beschriebene mit Markscheidecompass.
h) Kippregel mit 51 Ctm. langem Lineal, achromatisch-astronomischem Fernrohr von 12 Linien Oeffnung und 24maliger Vergrösserung.
i) Messtischaufsatz zum Verschieben der Planchetten auf dem Stative.

7) Vom mechanisch-mathematischen Institute von Dennert & Pape in Altona:
   a) Logarithmischer Rechenkreis, angegeben vom Geometer Clouth, verbessert vom Institut. (Neuheit.)
   b) Theodolit mit Horizontalkreis von 16 Ctm. Durchmesser in $^1/_3$° getheilt, 30 Secunden direct abzulesen. Fernrohr 20malige Vergrösserung.
   c) Repetitionstheodolit mit Horizontalkreis von 17 Ctm. Durchmesser in $^1/_3$° getheilt, 20 Secunden direct abzulesen, Fernrohr mit achromatischem Ocular und 25maliger Vergrösserung.
   d) Nivellirinstrument mit Fernrohr von 30 Ctm. Länge, 30maliger Vergrösserung, mit Doppelträger. Libelle ca. 15 Secunden angebend.
   e) Nivellirinstrument für rasche Vorarbeiten zum Höhenwinkelmessen.
   f) Amsler'schen Polarplarimeter von Messing, mit Verbesserungen.
   g) Rechenstab, einfacher, zur Multiplication, Division, Potenzirung und Radizirung verwendbar.

8) Von Carl Sickler, Hofmechaniker und Optiker in Carlsruhe:
   1) Ein Repetitionstheodolit (für Herrn Professor Jordan für dessen Reise in Afrika gefertigt) mit Horizontalkreis von 18 Ctm. und Höhenkreis (mit 2 Nonien) von 16 Ctm. Durchm., beide Kreise in 20 Secunden getheilt. Der Obertheil besteht aus einer durchbrochenen conischen Säule mit Justirvorrichtung des einen Axenlagors. Excentrisches Fernrohr, Libelle zum Aufsetzen auf die Fernrohraxe, Libelle auf dem Fernrohr und am Träger, Dosenlibelle. Bussole von 15 Ctm. Durchmesser zum Aufsetzen auf die Fernrohraxe. Preis 750 Mark.
   2) Ein Repetitionstheolit mit Horizontalkreis von 18 Ctm. Durchmesser in 20 Secunden und Höhenkreis 13 Ctm. Durchmesser (mit 2 Nonien) in ganze Minuten getheilt. Das Obertheil bildet eine durchbrochene conische Säule mit justirbarem Axenlager. Libelle auf dem Fernrohr und Mikrometerbewegung (verticale). Preis 540 Mark.
   3) Ein Repetitionstheodolit mit Horizontalkreis von 15 Ctm. Durchmesser in ganze Minuten getheilt ohne Höhenkreis und ohne Libelle auf dem Fernrohr. Preis 300 Mark.
   4) Ein Compensationstheodolit mit Horizontalkreis von 12 Ctm. Durchmesser in ganze Minuten getheilt, ohne Höhenkreis und ohne Libelle auf dem Ferurohr. Preis 160 Mark.
   5) Ein Nivellirinstrument mit Fernrohr von 42 Ctm. Länge und 30maliger Vergrösserung, mit Dreifuss und Horizontalmikrometerwerk. Preis 150 Mark.

6) Ein Nivellirinstrument mit Fernrohr von 35 Ctm. Länge mit Dreifuss. Preis 110 Mark.
7) Ein kleines Universalinstrument mit Fernrohr von 20 Ctm. Länge, 8maliger Vergrösserung, Libelle, auf Fernrohr und Träger berechnete Elevationsschrauhe um 1/100 % des Gefälles zu bestimmen, Horizontalkreis, um 2 Minuten abzulesen. Preis 140 Mark.
8) Kleines Nivellirinstrument ohne Vergrösserung mit Stampfer-schem Rohr mit berechneter Elevationsschraube; die Gefälle direct in 1/10 % angebend, Horizontalkreis mit Nonius 10 Minuten abzulesen. Preis 75 Mark.
9) Eine Kegelkranzscheibe mit dicker eiserner Grundplatte und festen Einschnitten. Preis 24 Mark.
10) Eine kleinere cilindrische Kreuzscheibe für ganze und halbe rechte Winkel. Preis 16 Mark.
11) Ein Winkelspiegel in Etui. Preis 10 Mark.
12) Ein Stangenzirkel mit Mikrometerwerk, zwei Stahlspitzen und 3 Einsätzen. Preis 14 Mark.
13) Ein Verwandlungsinstrument. Preis 20 Mark.
14) Instrument, um Grundstückshreiten, welche in einer Linie liegen, aufzutragen, mit 2 Maassen, 2 Druckschiebern mit Nonien. Preis 24 Mark.
15) Ein Amsler'scher Polarplanimeter mit Theilung in 5 Flächeneinheiten. Preis 48 Mark.
16) Eine Nivellirlatte, ausgezogen 4 Meter lang, zum Zusammenschieben auf 2 Meter. Preis 28 Mark.
17) Ein Messband, von Stahl, 20 Meter lang, in Decim. getheilt. Preis 42 Mark.
18) Eine Thomas'sche Rechenmaschine für 6stellige Zahlen mit Quotient. Preis 340 Mark.
19) Ein Aneroidbarometer von Goldschmid mit Mikrometerschraube für Höhenbestimmungen his zu 6000 Meter. Preis 80 Mark.
20) Ein Aneroidbarometer für Höhenbestimmungen bis zu 6000 Meter. Preis 85 Mark.
21) Vier einfache Aneroidbarometer. Preis jo 31 Mark.

Das Festmahl in den untern Räumen des schön gelegenen Königlichen Belvederes schloss sich unmittelbar an die Hauptversammlung an und vereinigte bei den Klängen einer trefflichen Musik die Fachgenossen zu fröhlichem Beisammensein und zur Befestigung der freundschaftlichen Beziehungen. Von den vielen Reden, welche auf das Gedeihen des Vereins und auf die För-

derung der wissenschaftlichen Bestrebungen desselben gehalten wurden, sind auf allgemeinen Wunsch die Toaste der Herren *Koch*, *Kerschbaum* und *Winkel* als Anhang beigefügt.

Nicht lange war es jedoch den Festgästen vergönnt, von des Tages Arbeit auszuruhen, denn schon gegen 4 Uhr mahnte das Signal zum Aufbruch, um auf dem besonders gemietheten Dampfschiffe *Germania* die Fahrt längs dem reizend gelegenen Elbufer nach Pillnitz anzutreten. Die Thätigkeit des Localcomites zeigte sich auf dem Hin- und Rückweg durch die Menge kleiner Ueberraschungen, welche zur Unterhaltung veranstaltet waren; so fand zunächst eine Begrüssung an dem nahezu vollendeten städtischen Wasserwerke durch Böllerschüsse und Zujauchzen der auf der Höhe des dazugehörigen Weinberges aufgestellten Arbeiter statt.

Nach der Ankunft in Pillnitz begannen die Ablesungen an den mitgebrachten Aneroidbarometern und den Thermometern zur Bestimmung der Höhe des Porsberges, einem trigonometrischen Punkte erster Ordnung der europäischen Gradmessung.

Die Leitung der im Programm vorgeschriebenen barometrischen Höhenmessungen wurde von Herrn Professor *Neubert* übernommen an Stelle des ursprünglich hiezu bestimmten Professor Jordan, weil letzterer seine Instrumente in dieser Zeit anderen Zwecken nicht entziehen konnte.

Auf dem circa 4 Meter hohen aus Sandstein monumental ausgeführten Stationspfeiler für die europäische Gradmessung hatte Regierungsrath *Nagel* das dem Königl. Polytechnicum zu Dresden gehörende von ihm bei den Gradmessungsarbeiten verwendete Universalinstrument zur Einsichtnahme aufgestellt und mit seinem Beobachtungszelt umgeben. Dieses schöne Instrument ist von *A. & G. Repsold* in Hamburg angefertigt, hat Horizontal- und Verticalkreis von $30^1/_2{}^{cm}$ Durchmesser und ein gebrochenes Fernrohr von 47^{mm} Oeffnung der Objectiv-

linse. Die Kreise sind von 4 zu 4 Minuten getheilt und jedes der beiden Mikroskopmikrometer hat eine Trommeltheilung, bei welcher jeder Theil 2 Secunden entspricht, so dass durch Schätzung bis zu 0,2 Secunden abgelesen werden kann.

Auf 4 Gradmessungsstationen, nämlich auf dem hohen Schneeberg bei Tetschen (4 Meilen entfernt), auf dem Kahleberge bei Altenberg ($4^1/_2$ Meilen entfernt), auf dem Keulenberge bei Pulsnitz ($3^1/_4$ Meilen entfernt) und auf dem Lilienstein in der sächsischen Schweiz (2 Meilen entfernt) hatte er Heliotropisten beordert, um von da Heliotropenlicht nach dem Porsberge zu senden, was auch bei dem so günstigen Wetter (heiterer Sonnenschein) als vollständig gelungen zu betrachten war. Man sah nämlich auf diesen Bergspitzen die Heliotropenlichter als helle Sterne, die durch das Fernrohr des Universalinstruments beobachtet wurden.

Schliesslich wurde an einem, auf dem Porsberge aufgestellten Heliotropen die Einrichtung desselben gezeigt und die Möglichkeit einer Heliotropentelegraphie zwischen zwei Punkten durch Hervorbringung einer gewissen Anzahl Lichtblitze auf dem Porsberge und dem Liliensteine vorgeführt.

Bei der Ankunft und vor dem Abgang, ebenso am Fusse des Berges wiederholten sich die Ablesungen an den Aneroidbarometern, über welche ein Resultat der Höhenmessungen, nach den Aufzeichnungen von Herrn *Neubert,* Professor am Cadettenhause und Vorstand der meteorologischen Station in Dresden, beifolgt.

»Im Nachfolgenden erhalten Sie das Resultat der am 6. Juli ausgeführten barometrischen Höhenbestimmung des Porsberges. Da das verwendete correspondirende Aneroid nicht corrigirt ist, und die beliebig anzuwendende Temperaturcorrection sehr verschiedene Ergebnisse liefern muss, so habe ich den in meiner Wohnung während meiner Abwesenheit durch freundliche Hilfe beobachteten Heberbarometer als correspondirenden Barometer in Rechnung genommen und dessen Verände-

rung, die während 8 Stunden 0,48^{mm} betrug, der Zeit proportional vertheilt.

Die nachfolgenden Angaben sind die bereits corrigirten Stände meines Aneroidbarometers, welchen die der Zeit entsprechende Correction angefügt ist:

Pillnitz, oberhalb der zweiten Treppe am Landungsplatze:

$5^h\ 6' = 758.40^m$, Luftwärme $= 24.0^\circ$ C.

Porsberg (Säule):

$7^h\ 10' = 736.10^m$, Luftwärme $= 19.3^\circ$ C.

Pillnitz, oberhalb der ersten Treppe des Landungsplatzes:

$9^h\ 45' = 759.09^{mm}$, Luftwärme $= 16,6^\circ$ C.

Nimmt man das Mittel aus den Pillnitzer Barometer- und Thermometerständen, so erhält man:

Pillnitz: 758.75^{mm}, Lufttemperatur $= 20.3^\circ$ C.
Porsberg: 736.93^{mm}, » $= 19.3^\circ$ C.

und es ergibt sich nach der von Prof. Jordan gegebenen Formel:

$$18516\,(\log 758.75^{mm} - \log 736.93^{mm})\,(1 + 0.003666\,T)$$

(NB. $T =$ das Mittel der Temperatur beider Beobachtungspunkte, also $\frac{20.3 + 19.3}{2}$)

für die Höhe des Porsberges von der Mitte der oberen Treppe des Landungsplatzes aus:

251.68^m.

Da der betreffende Ausgangspunkt nach der Angabe des Herrn Zschoche *nahezu* in gleicher Höhe mit dem von ihm am jenseitigen Ufer eingenommenen Beobachtungsorte, d. h.

113.75^m über dem Spiegel der Ostsee liegt,

so ergibt sich daraus für den Porsberg

365.43^m über dem Spiegel der Ostsee.

Dem Nivellement zufolge ist die Höhe gleich 362.83^m, mithin der Fehler von 2.60^m noch erträglich.«

Die vielen schönen Eindrücke, welche uns zu Theil wurden, erhielten auf der Rückfahrt von Pillnitz noch eine besondere Zugabe durch den unerwarteten Genuss eines prachtvollen Feuerwerks, welches am Wasserwerke bei der Saloppe bereitet war. Bei der Vorüberfahrt des Dampfboots lagen die genannten Baulichkeiten in vollständiger Finsterniss. Plötzlich erdröhnten drei Salutschüsse und in demselben Augenblick erschien der ganze imposante Bau bald von rosenrothem, bald von hellgrünem Feuer übergossen, während die zahlreichen Fenster immer im entgegengesetzten Lichte prangten. Kaum war dies vorüber als vom Balkon herab ein mächtiger Feuerregen zur Erde fiel, an welchen sich Raketen, Schwärmer, Kronen etc. in allen möglichen Farben anreihten. Zum Schluss trat Herr *Zschau*, der Leiter des Feuerwerks, mit einer ungemein intensiv leuchtenden rothen bengalischen Flamme bis dicht an das Elbufer und schwenkte grüssend seinen Hut. Dies war das Signal zur Abfahrt und unter brausendem Hochrufen und den Klängen der Musik dampfte das Schiff, dem die aufgestellten Böller ihre Scheidegrüsse nachdonnerten, nach der nahen Stadt ab.

Am 7. Juli, als zweiten Festtag, fand am Vormittag unter Führung von Comitemitgliedern die Besichtigung der Königlichen Sammlungen für Kunst und Wissenschaft statt, wobei die Generaldirection zu sämmtlichen öffentlichen Sammlungen freien Eintritt auf die Tage vom 6. bis mit 10. Juli gewährt hatte.

Gemeinschaftlich besucht wurden hiervon: die Gemäldegallerie, das grüne Gewölbe, das historische, das naturhistorische und mineralogische Museum, der physicalisch-mathematische Salon und ausserdem noch die Kartensammlung des Königlichen Generalstabs.

In den meisten Sammlungen geschah die Führung durch die Vorstände der Sammlungen und zwar: im grünen Gewölbe durch den Hofrath Dr. *Grässe*, im historischen Museum durch den Director *Büttner*, im naturhistorischen und mineralogischen Museum durch

Hofrath Professor Dr. *Geinitz* und im physicalisch-mathematischen Salon durch Director Dr. *Drechsler.*

Speciell für das Fach der Geometer waren am sehenswerthesten die Kartensammlung des Generalstabes, woselbst die topographischen Karten (Generalstabskarten) fast sämmtlicher europäischer Staaten ausgelegt waren, sowie der physicalisch-mathematische Salon. In letzterem waren von hervorragendem Interesse: ältere Zirkel für alle denkbaren Zwecke, Transporteure, Storchschnäbel, geometrische Scheiben, Pantometer, Bussolen ohne und mit Dioptern, Astrolabien zum Gebrauche beim Feldmessen, Stock-Schrittzähler, Hodometer für Wagen, Ross und Mann, Nivellirinstrumente, Elevations- und Depressionswinkelmesser, Quadranten, Theodoliten, Permutationstafeln, Rechenmaschinen, darunter eine von ähnlicher Construction wie die von Thomas, Lineal-Rechenschieber. Ferner eine vollständig systematische Sammlung von Fernröhren, darunter 1 Galilei'sches v. J. 1610, 1 Keppler'sches v. J. 1617, ein Rheita'sches v. J. 1645, 1 Luftfernrohr, sowie mehrere Hugghen'sche, Dollond'sche. Ramsden'sche, Cary'sche und Fraunhofer'sche Fernröhre, Passageninstrumente, Kometensucher u. dgl. Ferner allerhand Reflectoren, Mondkarten, allerhand Globen, darunter 1 arabischer Himmelsglobus, muthmaasslich vom Jahre 1289, mit der Aufschrift »Sanâho Muhammed Ben Muwajed Al-ardhi«.

Von Interesse war noch vorzüglich die geologische Abtheilung des naturhistorischen Museums, woselbst Prof. Dr. *Geinitz* in gedrängter und leicht fasslicher Weise den Bildungsprocess unseres Erdkörpers vortrug.

Nachmittags war nach der Tagesordnung allgemeine Zusammenkunft am böhmischen Bahnhof, von wo aus mittelst Extrazug ein Ausflug nach der Bastei in der sächsischen Schweiz gemacht wurde. Die Fahrt gieng über Pirna nach Pötzscha, dann Ueberfahrt über die Elbe nach Stadt Wehlen, von wo der Weg durch grossartige Felsparthien des Uttewalder Grundes nach einer Stunde auf die Bastei führte.

Dieselbe liegt auf einem Felsen, welcher in einer Höhe von 195^{m} senkrecht bis zum Ufer der Elbe abfällt, wodurch sich eine umfassende Rundsicht darbietet. Da auch hier für eine gute Aufnahme gesorgt war, so rückte die Zeit zum Aufbruch nur zu schnell heran. Von den Führern geleitet gelangten die Theilnehmer bald hinab nach Rathen, von wo der Bahnzug nach 10 Uhr in Dresden eintraf.

Ein Abschiedstrunk auf dem Restaurationsplatze vor dem böhmischen Bahnhof bildete den Schluss der Zusammenkunft, von der jeder Theilnehmer die Ueberzeugung gewonnen hat, dass der Sächsische Geometerverein und dessen Local-Ausschuss durch die Opfer, welche von demselben für die Einrichtung der Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins gebracht sind, ein so ruhmvolles Beispiel gegeben haben, dass es schwer ist, das gebührende Lob und den Dank dafür angemessen auszusprechen. Es möge daher genügen, dass Namens der Vorstandschaft hiermit rühmend anerkannt und erklärt wird:

Der Sächsische Geometerverein und dessen Local-Ausschuss haben sich um den Deutschen Geometerverein in hohem Grade verdient gemacht.

Bemerkungen über die im II. Bande dieser Zeitschrift Seite 344 mitgetheilte Nürnberger Versuchsmessung.

In dem über diese Versuchsmessung erstatteten Bericht hat Herr Professor *Jordan* eine eingehende Vergleichung zwischen den Leistungen der Kettenmessung und der Lattenmessung in Beziehung auf deren Genauigkeit nicht angestellt. Wie dem auch sein möge, so muss doch immer von der Ansicht ausgegangen werden, dass die messenden Personen von der Absicht geleitet worden sind, mit ihren Werkzeugen möglichst zuverlässige Werthe zu erlangen, und dass ihre Angaben gerade so zu nehmen sind, wie sie abgegeben wurden.

Wohl aber mag es sich empfehlen, die Vergleichung der Ergebnisse der beiden genannten Messungsarten auf einem Gebiete anzustellen, wo von den Fehler-Ursachen und ihrer Fortwirkung mit der Länge der gemessenen Linie nicht die Rede zu sein braucht.

Alle Sachverständigen sind, so viel ich weiss, darin einverstanden, dass der Winkelfehler von der Grösse des gemessenen Winkels unabhängig ist. Also habeu wir im vorliegenden Falle nur zu untersuchen, welches der beiden Werkzeuge, Kette oder Latte, die Winkel der gemessenen Figur am genauesten gegeben hat. Dabei steht die Einwendung nicht zu befürchten, dass der Zweifel über das Fehlergesetz bei verschiedenen Längen auch hier berechtigt sei. Wäre dem wirklich so, dann würde er jedenfalls für beide Werkzeuge der gleiche sein, weil mit beiden nur dieselben Linienlängen gemessen sind. Wollte man aber eine Verschiedenheit der regelmässig wirkenden Messungsfehler in Anspruch nehmen, etwa zugeben, dass man mit der Latte leichter aus der Messungslinie abweichen könne, so würde man dieses der Latte als einen ihr anklebenden Mangel anrechnen, aber keineswegs entschuldigen können.

Nehmen wir also einfach die Thatsachen, wie sie, auf die Nürnberger Latte zurückgeführt, in der Spalte 8 der

Seite 355 zusammengetragen sind, nachdem von den Messungen der Linie von 1 nach 4 unter den Nummern 10, 12, 15, 18, 19, 20, 21 und der Linie von 9 nach 12 unter Nr. 9 und 16 die Mittelwerthe 299,998 und 300,020 genommen sind und nimmt man hinzu, dass auf mein Ersuchen der Herr Bezirksgeometer *Obermeyer* zu Nürnberg die zweite Diagonale von 1 nach 12 nachträglich mit der Nürnberger Latte sehr sorgfältig gemessen und zu 316,224 Meter gefunden hat, so finden wir aus den so bekannten Seiten der vier Dreiecke des Vierecks folgende Winkel:

Punkt	a. aus der Kettenmessung:		b. aus der Lattenmessung:	
	Gegenseiten m	Winkel ° ' "	Gegenseiten m	Winkel ° ' "
1	300,000	71.34. 1,54	300,020	71.34.42,84
9	316,224	89.59.45,62	316,224	89.59.27,04
12	100,009	18.26.12,82	99,976	18.25.50,12
		180. 0. 0		180. 0. 0
12	299,941	71.31.59,84	299,998	71.33.57,42
4	316,224	90. 2.17,60	316,224	90. 0.12,44
1	99,965	18.25.42,56	99,976	18.25.50,14
		180. 0. 0		180. 0. 0
9	299,941	71.27.25,94	299,998	71.20.30,96
1	316,364	90. 6.51,82	316,636	90.15. 9,00
4	100,009	18.25.42,24	99,976	18.24.20,04
		180. 0. 0		180. 0. 0
4	300,000	71.29.27,50	300,020	71.21.16,32
12	316,364	90. 5.20,42	316,636	90.14.23,58
9	99,965	18.25.12,08	99,976	18.24.20,10
		180. 0. 0		180. 0. 0

Vergleichen wir diese Winkelreihen mit den zur Zeit der Längenmessung mit dem Theodolit gemessenen und

unter Annahme gleicher Gewichte sämmtlicher Winkel strenge ausgeglichenen Werthen, so erhalten wir folgende Zusammenstellung:

Bezeichnung der Winkel wie auf S. 347	Ausgeglichene Theodolit-Winkel	Berechnete Winkel aus der Kettenmessung a	Berechnete Winkel aus der Lattenmessung b	Abweichungen gegen die Theodolit-Winkel zu a	zu b
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	′ ″
(9) (1) (4)	89.59.28,36	90. 6.51,82	90.15. 9,00	+ 7.23,46	+15.40,64
(9) (1) (12)	71.34.31,30	71.34. 1,66	71.34.42,84	− 29,74	+ 11,54
(1) (4) (9)	18.25.59,34	18.25.42,24	18.24.20,04	− 17,10	− 1.39,80
(1) (4) (12)	90. 1.40,74	90. 2.17,60	90, 0.12,44	+ 36,86	− 1.28,30
(12) (9) (1)	89.59.37,18	89.59.45,62	89.59.27,04	+ 8,44	− 10,14
(4) (9) (1)	71.34.32,30	71.27.25,04	71.20.30,96	− 7. 6,86	−14. 1,34
(12) (9) (4)	18.25. 4,88	18.25.12,08	18.24.20,10	+ 7,20	− 44,48
(1) (12) (9)	18.25.51,52	18.26.12,82	18.25.50,12	+ 21,30	− 1,40
(4) (12) (1)	71.33.22,20	71.31,59,84	71.33.57,42	− 1.22,36	+ 35,22
(4) (12) (9)	89.59.13,72	90. 5.20,42	90.14.23,58	+ 6. 6,70	+15. 9,86

Erheben wir die Abweichungen zu a und b zum Quadrat, theilen die Summen durch 10 und ziehen aus den Quotienten die Quadratwurzeln, so erhalten wir

zu a = 78,22
zu b = 162,23

Gegen die ausgeglichenen Theodolit-Winkel, deren mittlerer Fehler sich nur auf 32″,59 herausgestellt hat, ist also die Abweichung der aus Längenmessungen mit der Latte berechneten Dreieckswinkel doppelt so gross, als die der Winkel aus den mit der Messkette gemessenen Dreiecksseiten.

Nach meiner Ansicht ist man auf Grund dieses Ergebnisses befugt, die vorliegende Längenmessung mit der Messkette für erheblich genauer zu erachten, als die mit der Latte. Dieses Urtheil kann dadurch nicht abgeschwächt erscheinen, dass neben den fünf Kettenmessungen die Lattenmessung der Diagonale von (1) nach (12) mit benutzt worden ist, denn dieselbe ist auch der Lattenmessung zu Gute gekommen. Ueberdem war die

Lattenmessung dadurch begünstigt, dass von den gemessenen Linien zwei mehrmals (9 nach 12 zweimal, 1 nach 4 sogar siebenmal) gemessen und die Mittelwerthe in Rechnung genommen wurden, während die Ergebnisse der Kettenmessung nur einfach auftreten.

Gegenüber der im Bericht hervorgehobenen Zeit- und Kraft-Ersparniss bei der Messung mit der Latte mache ich darauf aufmerksam, dass es in der Praxis, besonders wo krummlinige Grenzen aufzunehmen sind, von nicht geringem Werthe ist, auf der liegenden Messkette oder dem Stahlmessbande von 20 Meter Länge eine Reihe von rechtwinklichen Abschlägen zu seitlichen Bestimmungen nehmen zu können und ferner, dass die Ansammlung der 10 Zählstäbchen durch den hinteren Kettenführer ein mechanisches, zuverlässiges Sicherungsmittel gegen Zählungsfehler darbietet.

Endlich ist noch zu berücksichtigen, dass es dem auf Ersparung von Taglöhnen Bedacht nehmenden Feldmesser unbenommen ist, den hinteren Kettenstab selbst zu führen; er wird dabei in seinen übrigen Geschäften nicht sehr behindert und hat Gelegenheit, den Gang der Messkette sorgfältig zu überwachen.

Minden, den 6. August 1874.

Vorländer.

Verfügung des K. Ministeriums des Innern, betreffend die Ausführung und Revision der Feldmesserarbeiten in Württemberg*).

I. Ausführung der Feldmesserarbeiten.

§. 1. Bei der Ausführung von Grundflächen-Vermessungen sind, soweit nicht hienach etwas Anderes bestimmt ist (§§. 2 und 3), diejenigen technischen Vorschriften zu beobachten, welche von dem K. Steuercollegium für die der Erhaltung und Fortführung der Flur-

*) Fortsetzung von Seite 199 des 4. Heftes.

karten und Primärkataster als Grundlage dienenden geometrischen Aufnahmen ertheilt sind und dermalen in der unterm 30. December 1871 von dem K. Steuercollegium veröffentlichten technischen Anweisung für die Erhaltung der Flurkarten und Primärkataster §§. 2—38 (Amtsblatt des K. Steuercollegiums von 1871 S. 260 bis 287) bestehen.

Bei der Beeidigung (§. 1 der K. Verordnung vom 20. December 1873) wird den geprüften Feldmessern ein Exemplar der gegenwärtigen Verfügung und der technischen Anweisung zugestellt.

§. 2. Wenn für besondere Zwecke der Vergleichung mit älteren Angaben oder zum Gebrauch für das Ausland Längen-, Flächen- oder Raumgehalte in anderem, als dem metrischen Maasse auszudrücken sind, so muss die Messung, beziehungsweise die Berechnung, doch in letzterem erfolgen, und ist die Angabe in dem anderen Maasse durch Umwandlung zu bewerkstelligen.

§. 3. Werden nur generelle Aufnahmen, Zusammenstellungen von Uebersichtsplänen nach alten Karten und andere dergleichen Arbeiten gefordert, bei welchen der in der technischen Anweisung vom 30. December 1871 vorgeschriebene Grad der Genauigkeit nicht erheischt wird oder nicht erreicht werden kann, so muss der Feldmesser die Art der Ausführung, sowie die benützten älteren Plane und den Grad der Genauigkeit der gelieferten Darstellung auf derselben bezeichnen.

§. 4. Bei Baumessungen sind die Dimensionen nach Metern und Decimalbruchtheilen des Meters mit der für den Zweck erforderlichen Genauigkeit (je nach dem Werth des Materials bis zu Hunderttheilen und Tausendtheilen) anzugeben.

§. 5. Nivellements von Längenprofilen müssen mit Instrumenten ausgeführt werden, welche mit Fernrohr und Wasserwaage und Berichtigungsvorrichtung versehen sind, durch welche die Sehlinie bei einspielender Libelle horizontal gestellt werden kann.

Am meisten empfiehlt sich die Anwendung von In-

strumenten mit einer Elevationsschraube zur feinen Horizontalstellung bei jeder neuen Richtung des Rohrs, nachdem die Stellung aus dem Groben vermittelst der gewöhnlichen Stellschrauben zu Stande gebracht ist.

Das Fernrohr soll wenigstens 20fache Vergrösserung und eine Oeffnung von mindestens 2,5 cm. haben. Ein Theil der Libellenskala von 1 mm. Länge soll einem Ausschlagswinkel von höchstens 7,5 sec. A. Th. entsprechen.

Die Latte soll in Centimeter getheilt und mit Senkel oder Wasserwaage zur Verticalstellung versehen sein.

Da Nivellirlatten nicht als Präcisionsmaassstäbe geeicht werden, so sind die Feldmesser dafür verantwortlich, dass die von ihnen verwendeten Latten jeweils das richtige Maass anzeigen, was im einzelnen Fall durch Vergleichung der Latte und ihrer Theilung mit einem Präcisionsmaassstab zu erheben ist.

Querprofile können mit einfacheren Instrumenten, an steilen Gehängen auch mit der Libellenlatte mit Verticalmaassstab aufgenommen werden.

§. 6. Insoweit es vermöge der Neigung des Bodens möglich ist, ohne eine unverhältnissmässige Verzögerung der Arbeit die Wechselpunkte in wenigstens 30 m. Entfernung von dem Instrument zu nehmen, soll aus der Mitte nivellirt werden, d. h. es sind bei jedem Instrumentstand die beiden Wechselpunkte in gleichen Abständen vom Instrumente zu nehmen.

§. 7. Auf Wechselpunkten, welche keine genügende Sicherheit für die Unveränderlichkeit des Standes der Latte bei der Drehung darbieten, ist diese Sicherheit durch eine geeignete künstliche Unterlage herzustellen, am besten durch eine eiserne Bodenplatte von wenigstens $1\frac{1}{2}$ Kil. Gewicht, in welchem Falle die Latte an ihrem unteren Ende mit einem cylindrischen, 3 cm. langen, 2 cm. dicken, abgerundeten eisernen Zapfen zu versehen ist, der in eine entsprechende Vertiefung der Bodenplatte passt.

§. 8. Als Regel für die Aufzeichnung gilt: auf jedem

neuen Instrumentstand wird aus der Cote des vorhergehenden Wechselpunktes und der darauf erhaltenen Ablesung die Instrumenthöhe, sodann aus dieser und der Ablesung auf einem neuen Aufstellungspunkt der Latte die Cote des letzteren bestimmt. Die Instrumentstände werden mit römischen, die Lattenstände mit arabischen Zahlen je in eigenen Columnen numerirt. Die Instrumenthöhe wird zu Beginn jeden Standes mit einer unterstrichenen Zahl in der Columne der Coten angegeben. Besondere Columnen sind für die fortlaufend auf der Linie gemessenen Abstände vom Anfangspunkte und für Bemerkungen, in welchen die Lage und Beschaffenheit besonderer Höhenpunkte näher beschrieben wird, vorzusehen.

§. 9. Auf den Wechselpunkten und auf solchen Fixpunkten, welche sich zu Anschlüssen an andere Nivellements eignen, soll auf Millimeter, welche auf der Centimetertheilung nach dem Augenmaasse geschätzt werden können, abgelesen werden.

Die nach Maassgabe der weniger genauen Ablesung oder der Beschaffenheit der Aufstellungsfläche geringere Zuverlässigkeit der Coten der Nebenpunkte soll dadurch zu erkennen gegeben werden, dass das aus der Instrumenthöhe und der Ablesung gezogene Resultat entsprechend auf Centimeter oder Decimeter abgerundet wird, also relativ unzuverlässige Millimeter oder auch Centimeter nicht aufgeschrieben werden. (Fortsetzg. folgt.)

Kleinere Mittheilungen.

Beitrag zur Umwandlung in das neue Maass.

Durch die Einführung des Metermaasses und der Reichswährung in den deutschen Staaten wird wohl das Grundsteuerwesen am meisten alterirt, denn die Katasterflächen müssen in das Metermaass und die Steuerbeträge in die Reichswährung umgewandelt werden. Da nun aber in vielen Staaten die Steuerverhältnisszahl jedes Grundstücks

ein Product aus der Fläche und Bonitätsclasse desselben repräsentirt und unveränderlich sein soll, so müssen auch, um den alten Steuerbetrag wieder herstellen zu können, die Bonitätsclassen umgerechnet werden. Dass hiedurch die Katasterbehörden eine ungeheuere Arbeitslast zu bewältigen haben werden, wird wohl Niemand verkennen.

Wenn z. B. ein Grundstück 7,000 Cob. Acker Fläche hält und in die 10te Bonitätsclasse eingereiht ist, so berechnet sich die Steuerverhältnisszahl für dasselbe auf 7,000 $\times$ 10 = 70,00 und da jede Einheit der Steuerverhältnisszahl 1 Kreuzer Steuer repräsentirt, so beträgt das Steuersimplum für dieses Grundstück 1 Gulden und 10 Kreuzer. Darf nun dieses Steuersimplum keine Veränderung erleiden, so muss, da 7,000 Cob. Acker = 2,02685 Hektare und 1 Gulden und 10 Kreuzer = 200 Pfennige der Reichswährung sind, die neue Fläche 2,02685 mit 98,675 multiplicirt werden, damit 200 als Verhältnisszahl erscheint. Es muss daher jede Classe mit 9,8675 multiplicirt werden und das Product gibt die neue Classe, nämlich:

Classe 1 = 9,8674 oder abgekürzt 9,9 neue Classe,
» 2 = 18,7350 » » 19,7 » »
. . . .
Classe 10 = 98,6752 oder abgekürzt 98,7 neue Classe.

Betrachtet man nun die Sache näher, so findet man, dass ein Hektar = 3,4536 Cob. Acker, also ungefähr $3\frac{1}{2}$ mal so gross ist; behält man nun die alten Classen bei und nimmt die Einheit der Steuerverhältnisszahl $3\frac{1}{2}$ mal grösser, so wird sich auch das ziemlich gleich grosse Steuersimplum ergeben und dies macht sich auch sehr gut, denn $3\frac{1}{2}$ Kreuzer südd. Währung sind gleich 10 Reichspfennige.

Es würde daher bei einem Grundstück zu 2,0268 Hektare in der 10ten Bonitätsclasse nach obiger Annahme die Steuerverhältnisszahl 20,268 und das Steuersimplum 202,68 Reichspfennige = 2 Mark 2,68 Pfennige oder 1 Gulden und 11 Kreuzer südd. Währung betragen. Es ist daraus wohl zu ersehen, dass, wenn man in dieser

Weise verfährt, die Arbeitslast für die Steuerkatasterbehörde in Coburg bedeutend erleichtert wird und doch das Steuersimplum nur eine ganz geringe Veränderung erleidet.

Betrachten wir nun dieses Verfahren für das Königreich Bayern, so finden wir, dass 7,000 Tagwerke = 2,3851 Hektare sind, jede Classe mit 8,38543 multiplicirt werden müsste und die Classen sich wie folgt gestalten:

Classe 1 = 8,3854 oder abgekürzt = 8,4 neue Classe,
» 2 = 16,7708 » » = 16,8 » »
. . . .
Classe 10 = 83,8543 oder abgekürzt = 83,9 neue Classe
u. s. f.

Bei einem Grundstück von 7,000 Tagwerken in der 10ten Classe beträgt die Steuerverhältnisszahl 70,00 und das Steuersimplum 1 Gulden und 10 Kreuzer südd. Währung. Würden nun auch hier die alten Classen beibehalten und für jede Einheit der Steuerverhältnisszahl 10 Reichspfennige als steuerbarer Betrag angenommen, so würde bei einem Grundstück von 2,3851 Hektar in der 10ten Classe die Verhältnisszahl 23,851 und das Steuersimplum 238,51 Reichspfennige = 2 Mark 38,51 Pfennige oder 1 Gulden und 23 Kreuzer und 2 Pfennige südd. Währung ausmachen.

Für das Königreich Württemberg würde es sich folgendermassen gestalten:

7,000 Morgen sind = 2,2062 Hektare und für ein Grundstück mit dieser Fläche betrüge die Steuerverhältnisszahl 22,062 und das Steuersimplum 220,62 Reichspfennige = 2 Mark 20,62 Pfennige oder 1 Gulden und 17 Kreuzer und 1 Pfennig südd. Währung.

Es ist wohl überflüssig, noch für andere Staaten die Verhältnisse zu berechnen, da man aus den oben angeführten ersehen kann, dass, wenn auch sich die Verhältnisse für Bayern und Württemberg nicht so günstig gestalten wie für Coburg, doch immerhin die gemachte Anregung einer Würdigung werth ist, da hiedurch für die Katasterbehörden eine bedeutende Erleichterung er-

zielt wird und die Landtage einer solchen Proposition ihre Zustimmung sicher nicht versagen würden.

Coburg, den 30. August 1874. *G. Kerschbaum.*

Einschaltung eines Punktes in ein trigonometrisches Netz.

Da über diesen Gegenstand im vorigen Heft der Zeitschrift ein auf frühere Arbeiten von mir sich stützender Aufsatz von Herrn Obergeometer Franke veröffentlicht ist, möchte ich auf einen Umstand aufmerksam machen, der nicht genügend hervorgehoben ist.

Franke sagt (S. 220): Bei der Annahme des einfachen arithmetischen Mittels von Coordinaten »wird keine Rücksicht auf die günstige oder ungüstige Form der Dreiecke genommen«, wogegen die Frage aufzuwerfen ist, warum das *einfache* arithmetische Mittel genommen werden muss? Der mehrfach citirte Aufsatz in dem Monatsblatt des Badischen Geometervereins 1871 sagt ausser Anderem hierüber S. 40: »Bei der Bildung eines Mittels kann man den verschiedenen Bestimmungen nach Schätzung verschiedenes Gewicht geben.«

Die von Franke vorgeschlagene »neue Methode« der Gewichtsberechnung ist theoretisch nicht zu rechtfertigen und hat desshalb vor einer einfachen Schätzung der Gewichte keinen Vorzug.

Carlsruhe, 2. September 1874. *Jordan.*

Der Federhalter mit Tintebehälter.

In der Anweisung vom 7. Mai 1868, betreffend das Verfahren bei den Grundsteuer-Vermessungen in einigen preussischen Provinzen ist in den §§. 38, 47, 48 und 73 vorgeschrieben, dass die Dreiecks- und die Polygon-Winkel sowie alle Messungszahlen und die Grenzzeichen sofort im Felde mit Tinte in die Winkelhefte und beziehungsweise in die Stückvermessungs-Handrisse eingetragen werden müssen.

Der Gebrauch der bisher üblichen Tintenfässer im Felde hat manche Unzuträglichkeiten. Der Geodät ist kaum im Stande, das Papier und seine Kleider gegen Tintenflecke zu schützen.

Diesen Uebelständen wird abgeholfen durch den in *Dingler's* polytechnischem Journal Band CCXII. Heft 5 Seite 398 mitgetheilten Federhalter mit Tintenbehälter.

Cassel. *Gehrmann.*

Studienplan zur Ausbildung von Geometern an der Grossherzoglich badischen Polytechnischen Schule zu Carlsruhe.

Um den vielen Anfragen zu entsprechen, welche an die Redaction über die Art der Ausbildung der Geometer am Grossh. Polytechnicum ergangen sind, wird hiermit der Studienplan mitgetheilt. Studirende, welche sich dem praktischen Geometerfache widmen, werden in die mathematische Schule eingewiesen. In den 4 ersten Semestern kann die zur Ausübung der Feldmesserpraxis genügende und im Staatsexamen der Geometer geforderte Ausbildung erworben werden; die beiden letzten Semester sind weitergehenden Studien gewidmet.

1. Semester (Winter).

Allgemeine Arithmetik, 1. und 2. Th. 5 St. Spitz. Ebene Geometrie. 2 St. Spitz. Ebene und sphärische Trigonometrie. 2 St. Spitz. Projectionslehre. 1 St. Wiener. Graphische Uebungen der Projectionslehre. 4 St. Unter Leitung von Wiener: Assistent Mayer. Plan- und Terrainzeichnen. 4 St. Doll. Mineralogie. 4 St. Knop. Freihandzeichnen. 4 St. Knorr und Krabbes.

2. Semester (Sommer).

Stereometrie. 3 St. Spitz. Projectionslehre. 1 St. Wiener. Graphische Uebungen der Projectionslehre. 4 St. Wiener und Assistent Mayer. Plan- und Terrainzeichnen. 4 St. Doll. Elementarmechanik. 3 St. Spitz. Geologie. 4 St. Knop. Freihandzeichnen. 4 St. Knorr und Krabbes.

3. Semester (Winter).

Praktische Geometrie. 4 St. Jordan. Uebungen in der Behandlung geodätischer Instrumente. 2 St. Doll. Uebungen in trigonometrischen Rechnungen und Zeichnungen. 2 St. Doll. Darstellende Geometrie, 1. Th. 4 St. Wiener. Constructive Uebungen der darstellenden Geometrie. Wiener und Assistent Mayer. Differentialrechnung und analytische Geometrie der Ebene. 6 St. Lüroth. Experimentalphysik, 1. Th. 4 St. Sohncke. Anorganische Experimentalchemie. 4 St. Lothar Meyer.

4. Semester (Sommer).

Plan- und Terrainzeichnen. 2 St. Doll. Excursionen der praktischen Geometrie. 5 Nachmitt. Jordan u. Doll. Katastervermessung. 2 St. Doll. Darstellende Geometrie, 2. Th. 4 St. Wiener. Constructive Uebungen der darstellenden Geometrie. 4 St. Wiener und Assistent Mayer. Integralrechnung. 6 St. Lüroth. Statik. 4 St. Schell. Experimentalphysik, 2. Th. 4 St. Sohncke. Organische Experimentalchemie. 4 St. Lothar Meyer.

Den Schluss des vierten Semesters bildet eine grössere praktisch-geometrische Vermessung, welche ungefähr 14 Tage in Anspruch nimmt, dieselbe beginnt mit einer Triangulirung, an welche sich eine Höhenschichtenaufnahme mit Messtisch und Distanzmesser anschliesst.

5. Semester (Winter).

Höhere Geodäsie. 3 St. Jordan.
Methode der kleinsten Quadrate. 2 St. Jordan.
Höhere Analysis. 3 St. Lüroth.

6. Semester (Sommer).

Sphärische Astronomie. 2 St. Jordan.
Excursionen der praktischen Geometrie. 5 Nachmittage. Jordan und Doll.

Carlsruhe, den 2. September 1874.

Vereinsangelegenheiten.

In der am 6. d. Mts. zu Dresden stattgehabten dritten Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins sind folgende Mitglieder in die Vorstandschaft gewählt, beziehungsweise wiedergewählt:

Zum Director:

Vermessungs-Revisor *Koch* in Cassel,

zum ersten Schriftführer:

Obergeometer *Krehan* in Weimar,

zum zweiten Schriftführer:

Geometer *Fecht* in Stuttgart,

zum Cassirer;

Steuerrath *Kerschbaum* in Coburg,

zum verantwortlichen Redacteur:

Obergeometer *Doll* in Carlsruhe,

zu Mitredacteuren:

Professor *Jordan* in Carlsruhe (welcher die Annahme einer Wiederwahl als Hauptredacteur wegen Mangels der nöthigen Zeit im Voraus abgelehnt hatte), und

Obergeometer *Franke* in München, z. Z. in Nürnberg.

Zu Mitgliedern der Commission, welche nach §. 21 der Satzungen das Rechnungswesen des Vereins im laufenden Vereinsjahre (in Folge Beschlusses der II. Hauptversammlung jedoch erst nach Ablauf des Kalenderjahres) zu prüfen hat, sind gewählt:

Geometer *Ueberall* in Dresden,

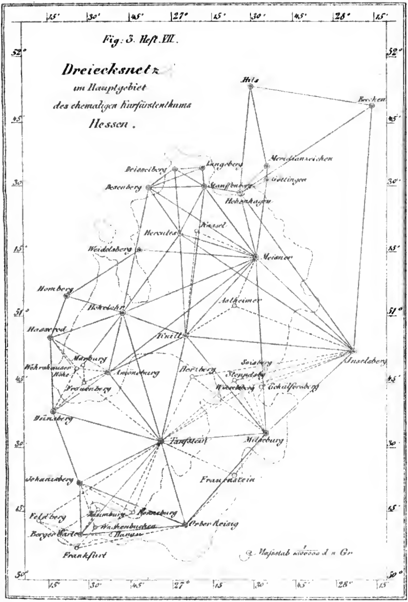
Bezirksgeometer *Steppes* in Pfaffenhofen und

Professor *Remmele* in Stuttgart.

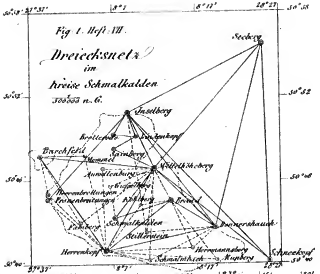
Den Mitgliedern des Vereines wird dies hierdurch mit dem Bemerken bekannt gemacht, dass gemäss §. 24 der Satzungen auch im nächsten Jahre *Cassel* als Sitz des Vereins zu betrachten ist.

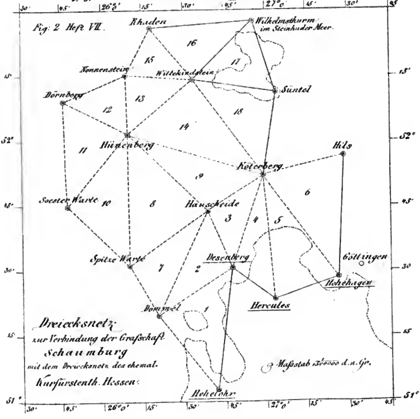
Cassel, am 12. Juli 1874.

O. Koch, Director. *A. Krehan*, Schriftführer.



Lith. v. L. Geissendorfer, Carlsruhe


Fig. 1. Heft VII.
Dreiecksnetz im Kreise Schmalkalden
1/500000 n. G.
Seeberg
Inselberg
Brotterode
Burchfeld
Mommel
Mittelköhleberg
Aurwillenburg
Herrenbreitungen
Frauenbreitungen
Brand
Schmalkalden
Donnershauch
Stillerstein
Herrenkopf
Herrmannsberg
Schmalkach
Schneekopf
Seeberg
21°37'
8°7'
8°17'
28°27'
50°58'
50°52'
50°46'
50°40'


Fig: 2 Heft VII.
Rhaden
Wilhelmsthurm im Steinhuder Meer.
Nonnenstein
Wittekindstein
Süntel
Dörnberg
Hünenberg
Hils
Köterberg
Soester Warte
Hauscheide
Göttingen
Spitze Warte
Desenberg
Hohehagen
Hercules
Dommel
Hohelohr
16
15
17
13
12
18
14
11
19
10
8
3
4
5
6
7
2
1
Dreiecksnetz zur Verbindung der Grafschaft Schaumburg mit dem Dreiecksnetz des ehemal. Kurfürstenth. Hessen.
Maßstab 1/500000 d. n. Gr.
26°0'
27°0'
52°
51°

Uebersicht der Vermessungen im ehemaligen Kurfürstenthum Hessen, dem jetzigen kgl. preussischen Regierungsbezirk Cassel.

(Mit zwei lithographirten Tafeln.)

Von **Gehrmann.**

1. Einleitung.

Das ehemalige Kurfürstenthum Hessen bestand aus den Provinzen *Oberhessen, Niederhessen, Hanau, Fulda* mit dem Kreise *Schmalkalden* und der Grafschaft *Schaumburg*.

Von der Gesammtfläche, die sich auf 174,1 geographische Quadratmeilen bezifferte, nach Constituirung des preussischen Regierungsbezirks Cassel aber durch Austausch und durch Zulegung anderer Gebietstheile auf 185,21 geographische Quadratmeilen gebracht ist, fielen 162,5 Quadratmeilen auf das Hauptgebiet. Jetzt enthält dasselbe eine Fläche von 171,0 Quadratmeilen, die zwischen 26° 12′ 22″ und 28° 22′ 36″ östlicher Länge und zwischen 50° 4′ 15″ und 51° 38′ 0″ nördlicher Breite eingeschlossen ist. Durch einen 7 Meilen breiten Zwischenraum vom Hauptgebiet getrennt, liegt nördlich die Grafschaft Schaumburg an der Weser, während östlich und $3^1/_2$ Meilen entfernt der Kreis Schmalkalden am südwestlichen Abhange des Thüringer Waldes sich hinzieht.

Die Fläche des ehemaligen Kurfürstenthums umfasste 4017020 Casseler Acker oder 956453 Hektaren, darunter circa 40 Procent Wald.

Die Höhenverhältnisse wechseln von 2913 Fuss rheinländisch am höchsten Punkte auf dem Inselsberge bis 149 Fuss rheinl. am niedrigsten Punkte im Kreise Rinteln in der Nähe der hannöver'schen Grenze bei dem Dorfe Mermerode.

Das Land ist durchgängig bergig, nur an einzelnen wenigen Stellen erweitern sich die Flussthäler zu kleinen Ebenen, wie das Weserthal bei Rinteln, das Schwalmthal bei Wabern. Im Kreise Hanau tritt auch die oberrheinische Tiefebene auf.

Der Grundbesitz ist ausserordentlich zerstückelt und geht die Zahl der vorhandenen Parzellen weit über die Zahl der Casseler Acker hinaus.

Die Grenzen der Parzellen sind sehr unregelmässig gestaltet und besonders an den Bergabhängen, wo terrassenförmige, häufig mit Strauchwerk und mit Bäumen besetzte Raine auftreten, stark gekrümmt; da ferner die Höhen fast überall bewaldet sind, so erfordert jede grössere Vermessung viel Zeit und Mühe.

Ueber die Gemarkungen in Oberhessen und Niederhessen existirt ein älteres Kartenwerk, das sich auf Vermessungen gründet, mit welchen schon im 16. Jahrhundert unter der Regierung des durch seine wissenschaftlichen Verdienste berühmten Landgrafen Wilhelm IV. der Anfang gemacht worden ist. Diese Vermessungen sind mit verschiedenen Unterbrechungen bis zum Jahre 1764 und darüber hinaus fortgesetzt.

Im Jahre 1764 ist zuerst ein Reglement über die Besteuerung des Grund und Bodens erlassen worden, in welchem bestimmt wurde, dass die vorhandenen Karten und die nach Massgabe derselben aufgestellten Kataster die Grundlage für die Besteuerung der Grundstücke bilden sollten. Alle weiteren Vermessungen geschahen im Interesse dieser Besteuerung, bis im Jahre 1821 die Triangulirung von Kurhessen zum Behuf der Herstellung einer topographischen Karte angeordnet wurde.

Die zur Leitung dieser Arbeit berufene Landesvermessungscommission liess die Triangulirung dann ziemlich gleichzeitig im Kreise Schmalkalden und im kurhessischen Hauptgebiet in Angriff nehmen.

2. Die Haupttriangulirung im Kreise Schmalkalden.

Vom Herbst 1821 bis zum Frühjahr 1822 fand die zur Herstellung des Dreiecksnetzes der Landesaufnahme erforderliche Recognoscirung statt. Nach Feststellung der Grundpunkte dieses Netzes erhielt der damalige

Hauptmann *Wiegrebe* den Auftrag, eine Separat-Triangulirung der Herrschaft Schmalkalden ohne Nivellement auszuführen. Man hoffte hiezu gute Vorarbeiten vom preussischen Generalstabe, von welchem in den Jahren 1817 bis 1820 eine Dreieckskette von der Rheinprovinz ausgehend nach Thüringen geführt worden war, zu erhalten.

Von diesen Vorarbeiten ist jedoch nur die sowohl nach Maass als nach Orientirung zuverlässig ermittelte Grundlinie ›Seeberg-Inselsberg‹ benützt und eine an dieselbe anschliessende Fundamental-Triangulirung vorgenommen worden. Dieselbe überspannt von den Punkten Inselsberg, Mittelhöheberg und Donnersbauch an das Schmalkaldische mit Haupt- und Neben-Dreiecken, wie aus Figur 1 näher zu ersehen ist.

Die Winkelmessung geschah mit einem neunzölligen Repetitionstheodolit, dessen Theilung die Ablesung von 10 Minuten und mit Hilfe zweier Nonien die Ablesung von 10 Secunden gestattet. Zum Ablesen dienten zwei einfache Loupen und ausserdem ein fast 30 mal vergrösserndes Mikroskop. Die Winkel wurden in jeder Lage des Fernrohrs 10 bis 20 mal repetirt.

Die Bestimmung der Rechnungsresultate, zu welcher im folgenden Jahre geschritten wurde, zerfiel in folgende Abschnitte:

1. Aufstellung der Winkelregister und Feststellung ihrer directen Resultate,
2. Ausmittelung der Reductionselemente,
3. Reducirung der Winkel nebst Zusammenstellung und Abschluss derselben in den Hauptdreiecken,
4. Berechnung der Dreiecksseiten, der Logarithmen, ihrer Sinusse und Bogen,
5. Berechnung der geographischen Längen, Breiten und gegenseitigen Azimuthe nebst tabellarischer Uebersicht des Endresultats der ganzen Triangulirung, in welcher alle Dreieckspunkte nach Messtischsectionen geordnet und in ihren Längen- und

Breiten-Abständen aus Bogen- in Ruthenmaass verwandelt erscheinen.

Im Ganzen sind 32 Punkte bestimmt worden. Dies macht, da der Kreis Schmalkalden 5,07 Quadratmeilen hat, für jede Quadratmeile circa 6 Punkte.

Diese Punkte dienten zunächst als Grundlage für eine Messtischaufnahme des Kreises, die im Jahre 1823 im Maassstabe 1:25000 hergestellt wurde.

3. Die Haupttriangulirung im Hauptgebiet.

Zur Triangulirung des Hauptgebiets berief man im Herbst 1822 den Professor *Gerling* zu Marburg. Derselbe stellte sich, wie er in der Vorrede zu seinem 1839 in der Krieger'schen Buchhandlung zu Cassel herausgegebenen Werke, ›Beiträge zur Geographie Kurhessens‹, hervorhebt, die Aufgabe, seine grossen Hauptdreiecke an die verschiedenen, Kurhessen theils umringenden, theils durchschneidenden Dreieckssysteme benachbarter Staaten anzuknüpfen und ihnen die Genauigkeit zu geben, welche bei Gradmessungen erstrebt werden muss, nicht nur damit er sich seines aus jenen Dreieckssystemen herzuholenden absoluten Maasses sowie der Orientirung überall vollkommen versicherte, sondern auch damit die kurhessische Triangulirung ein würdiges Mittelglied abgäbe, die grossen Dreiecksketten des südlichen und nördlichen Deutschlands zum bleibenden Nutzen für die mathematische Geographie in ein Ganzes zu vereinigen.

Gerling hat denn eine selbstständige Haupttriangulirung, die sich auf 41 in der Figur 3 dargestellte Fundamentalpunkte gründete, ausgeführt. Dieselbe ist an die Dreiecke der holsteinisch-hannöver'schen Gradmessung angeschlossen und ihr die Grundbestimmung für Orientirung nach geographischer Länge und Breite in dem Meridiankreise der Göttinger Sternwarte gegeben worden.

Das Grundmaass lieferte die Dreiecksseite — Göttinger Sternwarte - Meridianzeichen — der hannöver'schen in

den Jahren 1821 bis 1824 ausgeführten Gradmessung, welche ihrerseits von der in Holstein im Jahre 1820 vom Conferenzrath *Schumacher* gemessenen Basis abgeleitet ist.

Zur Winkelaufnahme waren ein zwölfzölliger Reichenbach'scher Theodolit und drei Heliotropen beschafft. Die Erfindung der letztern war damals noch neu.

Zu den Centrirungselementen sind Maassstäbe gebraucht, die nach einem Pariser Fuss vom Jahre 1782, welchen die Seeberger Sternwarte besitzt, unter Beihilfe des Professors *Encke* verificirt und später mit einer von Matthieu beglaubigten Fortin'schen Copie der Toise von Peru verglichen worden waren. Es wurden auch hölzerne Copieen jener Toise, für welche mittelst des Fühlhebels die Correctionen ausgemittelt waren, verwendet. Die Reduction in rheinländischen Ruthen geschah mit dem Verwandlungslogarithmus 9,7139117.

Noch im Herbst 1822 begann die Winkelbeobachtung auf dem Johannisberg bei Nauheim, im Sommer 1823 wurde der Anschluss an die bayerische Seite ›Taufstein-Oberreihsig‹ erreicht, im Herbst desselben Jahres an die hannover'schen Dreiecke angeschlossen. Im grossen Dreieck ›Brocken-Hohenhagen-Inselsberg‹ traf *Gerling* mit dem Hofrath *Gauss* zusammen. Die beiden ersten Winkel wurden von *Gauss*, der letzte von *Gerling* gemessen.

Im ersten Heft seiner vorerwähnten Beiträge hat der Professor *Gerling* das Ergebniss seiner Winkelbeobachtungen und das Verfahren für die Berechnung der Dreiecke, welche in der folgenden Zeit von ihm vorgenommen worden ist, veröffentlicht. Die einzelnen Beobachtungspunkte sind genau beschrieben, für die excentrisch gemessenen Winkel die gebrauchten Centrirungselemente sorgfältig angegeben.

Nach Massgabe der Wichtigkeit, welche den einzelnen Dreieckspunkten beigelegt werden sollte, theilte *Gerling* diese Punkte in 4 Classen. Gemessen wurden die Winkel zwischen den Punkten erster Classe, den sogenannten Hauptpunkten, welche bestimmt waren, als Mittelglieder der grossen europäischen Dreieckssysteme zu dienen, nicht

blos nach den Dreiecken, in denen sie demnächst auftreten sollten, sondern es wurden in der Regel alle zwischen den Richtungslinien mögliche Winkel gemessen.

Wären z. B. die vier Hauptpunkte A, B, C, D von einer Station aus zu beobachten gewesen, deren gegenseitige Lage schon durch drei gemessene Winkel bestimmt war, so wurden doch die sechs Winkel A und B, A und C, A und D, B und C, B und D, C und D, und zwar alle durch Repetition gemessen. Es wurde auch Sorge getragen, dass die Punkte, welche zu verschiedenen Tageszeiten oder bei heiterem und bedecktem Himmel Lichtphasen befürchten liesen, soviel als möglich auch unter diesen verschiedenen Umständen zum Anschnitt kamen. Der von einer Station am öftersten angeschnittene Hauptpunkt ist 150 mal, der am seltensten angeschnittene Punkt 31 mal zwischen die Visirfäden des Instruments gekommen.

Das Geschäft der nothwendigen Ausgleichung dieser Beobachtungen nennt *Gerling* den Abschluss des Horizonts. Derselbe erfolgte nach Anleitung von *Gauss* und nach dessen Methode.

Bei n Punkten ergibt sich die Zahl der gemessenen Winkel $= \frac{n(n-1)}{1.2}$, und die Zahl der erforderlichen Bedingungsgleichungen ist ebenso gross.

Wenn die Azimuthe der angeschnittenen Punkte, von der Linken zur Rechten gezählt, mit den Buchstaben derselben bezeichnet werden, so sind bei dem obigen Beispiel für 4 Punkte drei Azimuthal-Unterschiede $A-B=\alpha$, $C-A=\beta$, $D-A=\gamma$, so zu bestimmen, dass die 4 Azimuthe A, $B+\alpha$, $A+\beta$, $A+\gamma$ den gemessenen Winkeln möglichst genügen, d. h. dass die Summe der Quadrate der übrig bleibenden Fehler ein Minimum wird.

Die Punkte der drei letzten Classen wurden bei der Beobachtung der Hauptpunkte ausgeschlossen. Die Punkte der zweiten Classe sind mit mehreren Punkten der ersten Classe durch Repetition verglichen, ebenso die Punkte

der dritten Classe mit denen der höhern Classen. Bei den Punkten der vierten Classe fand keine Repetition mehr Anwendung.

Die Benützung der Methode der kleinsten Quadrate bei geodätischen Arbeiten hatte *Gerling* als Zuhörer von *Gauss* schon im Jahre 1810 vorläufig kennen gelernt und wurde von dieser Ausgleichung, welche zuerst bei der hannöver'schen Gradmessung im Grossen Anwendung fand, auch für die kurhessische Vermessung Gebrauch gemacht.

Für diejenigen Dreiecke, in welchen alle drei Winkel beobachtet sind, ist der zum Vorschein gekommene Fehler mit Berücksichtigung des sphärischen (oder sphäroidischen) Excesses auf Grund der Walbeck'schen Elemente des Erdsphäroids (Abplattung $= \frac{1}{302,73}$, mittlerer Erdgrad = 57009,76 Toisen) berechnet worden. Als Erdradius ist das geometrische Mittel aus den Krümmungshalbmessern des Meridians und Perpendikels im Schwerpunkt des Dreiecks oder doch in dessen Nähe angewandt.

Die Berechnung der Dreiecksseiten geschah nach der Legendre'schen Methode, d. h. es wurden zuerst die Fehler des Dreiecks nach den Ausgleichungen unter die drei Winkel vertheilt, der dritte Theil des sphärischen Excesses von jedem einzelnen Winkel abgezogen und die Dreiecke alsdann als ebene berechnet.

Die Rechnung wurde überall so angelegt und ausgeführt, dass es an inneren Mitteln zur Vergewisserung der Richtigkeit nicht fehlte. Es kamen aber äussere Versicherungsmittel hinzu.

Zuvörderst waren nämlich die Punkte Dünsberg und Feldberg vermittelst der Gerling'schen Dreiecke an die hannöver'schen Dreiecke und die holsteinische Basis angeschlossen. Sie sind aber auch Hauptpunkte der darmstädtischen Triangulirung. Es ergab sich nun, dass aus der blos vermittelst der Gerling'schen Dreiecke bestimmten Entfernung Dünsberg-Feldberg die bei

Darmstadt gemessene Basis aus der holsteinischen genau so folgt, wie sie gemessen wurde.

Ferner war die Seite Taufstein-Oberreisig zugleich eine bayerische Dreiecksseite. Der Unterschied zwischen der Bestimmung derselben und derjenigen aus den bayerischen Triangulirungsarbeiten ist sehr unbedeutend. Derselbe beträgt auf dieser über 5 deutsche Meilen langen Linie noch nicht $^1/_{10}$ Ruthe rheinld.

Endlich berechnete *Gerling* die Beobachtungen aus der Seeberger Basis und Orientirung nach den Walbeck'schen Elementen aus den Dreiecken des preussischen Generalstabes ganz selbstständig für Länge und Breite von 4 Punkten, die aus seinen eigenen Dreiecken ebenfalls bestimmt sind, und fand, dass sie, um auf seine Bestimmungen aus der holsteinischen Basis und göttinger Orientirung übergeführt zu werden, nur ganz geringer Abänderungen bedurften und zwar für:

	Länge	Breite
Feldberg	+ 0″,62	+ 0″,74
Dünsberg	+ 0″,60	+ 0″,49
Michelsberg	+ 0″,16	+ 0″,40
Inselsberg	— 0′,12	+ 0″,23.

Im Jahre 1824 erfolgte eine Sistirung der Vermessungsarbeiten.

Erst nachdem auf Grund des Landtagsabschiedes vom 9. März 1831 das Ministerial-Ausschreiben vom 12. April 1833 ergangen und darin bestimmt war, dass behufs einer Steuer-Rectification die Gemarkungen speciell vermessen und diese Vermessung auf ein trigonometrisches Netz gegründet werden solle, erhielt *Gerling* im Jahre 1835 den Auftrag zur geographisch-topographischen Vollendung und Feststellung des früher angefangenen Hauptsystems.

Er sollte durch die definitive Berechnung des Ganzen die Messungen zu einer wissenschaftlichen Grundlage für alle künftigen Vermessungen in Kurhessen, namentlich auch für die Katastervermessungen vorbereiten.

Gerling schritt hierauf zu einer Revision seiner bisherigen Arbeiten, bestimmte die örtlich verloren gegange-

nen oder unsicher gewordenen Dreieckspunkte von Neuem und errichtete eine Anzahl neuer Dreieckspunkte.

Das Verfahren bei dem Abschluss des Horizonts wurde verbessert und die definitive Berechnung der Punkte nach einem Theorem von *Gauss* bewirkt. Dasselbe lautet:

I. Wenn in einem System von p Punkten, zwischen denen es l Verbindungslinien gibt, die Richtung jeder Verbindungslinie an beiden Endpunkten gemessen, d. i. an eine andere Richtungslinie des Systems angeknüpft ist,
so muss es $l-p+1$ von einander unabhängige Bedingungsgleichungen aus blosen Winkelsummen geben.

II. Wenn in einem System p Punkte durch l Linien verbunden sind, gleichviel ob die Richtungen der letztern blos einseitig oder doppelt festgelegt sind,
so muss es $l-2p+3$ andere von einander unabhängige Bedingungsgleichungen geben u. s. w.

Gerling hatte 24 Punkte 1. Classe, welche in der Zeichnung Fig. 3 mit $\odot$ bezeichnet sind. Dieselben werden durch 66 Linien mit einander verbunden, von denen 44 in doppelter Richtung, 22 nur einseitig beobachtet sind. Aus diesen 66 Linien mit 110 Richtungen setzen sich 57 Dreiecke zusammen, darunter befanden sich 25 Dreiecke, in welchen alle drei Winkel gemessen sind.

Da in der Rechnung zu I. drei Punkte nicht mitgezählt wurden, so hatte man

zu I. $p=21$, $l=44$ und daher 24 Bedingungsgleichungen
zu II. $p=24$, $l=66$ » » 21 »

Diesen Gleichungen wurde je ein gleiches Gewicht beigelegt, da alle Beobachtungen sehr genau ausgeführt waren.

Aus den 45 Bedingungsgleichungen sind dann 110 Gleichungen gebildet, welche jede corr. $\triangle$ mit den Correlaten verbindet, und hieraus die 45 Normalgleichungen, aus welchen die Correlaten durch Elimination zu finden waren.

Durch die corr. $\triangle$ wird möglichst an die Stelle der

Stations- und Visirpunkte ein System theoretisch bestimmter Punkte gesetzt, von deren Verbindungslinien die wirklich beobachteten Visirlinien eben um jene corr. △ abweichen. Die Correction △ zeigt nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung an, um wieviel bei jeder Richtung der abgeschlossenen Azimuthe gefehlt sein muss.

Für die 110 in Rechnung gezogenen Richtungen wurden die corr. △ ermittelt. Durch Anbringung derselben an die in den Horizontalabschlüssen nach den Beobachtungen festgelegten Richtungen und die daraus folgenden gemessenen Winkel ergeben sich dann die Correctionen der letztern und die corrigirten Winkel selbst. Nachdem diese gefunden waren, sind dann für sämmtliche Dreiecke unter Anwendung des Legendre'schen Satzes die drei Seiten berechnet.

Bei dieser Seitenberechnung kamen viele Logarithmen auf verschiedenen Wegen mehrfach zum Vorschein. Dieselben zeigten jedoch keine Differenzen mehr in der siebenten Decimalstelle.

Der mittlere Fehler der einzelnen Richtungen ist für die in drei Abtheilungen geordnete Seiten

$$m = 0'',9460\,, \qquad m = 0'',9912\,, \qquad m = 1'',3665$$

und der wahrscheinliche Fehler

$$r = 0'',6381\,, \qquad r = 0'',6686\,, \qquad r = 0'',9217.$$

Für die Ausgleichung der Punkte zweiter Ordnung fand ein abgekürztes Verfahren Anwendung, indem zunächst die betreffenden Azimuthe auf Grund der abgeschlossenen Azimuthe für die Hauptpunkte und den für dieselben gefundenen corr. △ ausgeglichen wurden.

Alsdann sind die Dreiecke ausgesucht, welche zur Bestimmung einer Richtung mitwirken und nicht zugleich als Hauptdreiecke definitiv ausgeglichen sind. Für diese Dreiecke war der sphärische Excess zu berechnen und der dritte Theil desselben von jedem der ausgeglichenen Azimuthalwinkel abzuziehen. Demnächst konnten für das kleinere System die Bedingungsgleichungen aufgestellt und hieraus die betreffenden corr. △ ermit-

telt werden. Mit Berücksichtigung der Correctionen wurden endlich die Dreiecksseiten berechnet.

Bei der Vergleichung der neu ermittelten definitiven Berechnungsergebnisse mit den früher zur Vergleichung herangezogenen Elementen der hessen-darmstädtischen, der bayerischen und der preussischen Triangulirung stellten sich ausserordentlich geringe Unterschiede heraus. Z. B. wurde gefunden:

Für die Seite Dünsberg-Feldberg bei 12567,427 rheinl. Ruthen Länge eine Abweichung von 0,007 von der darmstädtischen Basis und für die Seite Taufstein-Oberreisig eine Abweichung von 0,002 von der Länge aus den bayerischen Dreiecken bei einer Gesammtlänge von 10072,686 Ruthen rheinl.

Für 93 Dreiecke hat *Gerling* die Winkel und deren Correctionen sowie die Längen der Dreiecksseiten berechnet, für seine Hauptpunkte ermittelte er demnächst auch die geographischen Längen und Breiten, um das Material gleich als Grundlage der topographischen Karte, die im Maassstabe 1 : 25000 hergestellt werden sollte, benutzen zu können.

Zu diesem Zweck mussten nämlich nach der zur Richtschnur genommenen Instruction des preussischen Generalstabes die Dreieckspunkte in Trapezen von 6 Breiten-Minuten und 10 Längen-Minuten auf die Messtische gebracht werden.

Da die Entfernungen bekannt waren und (wie aus Figur I. ersichtlich) der Meisner von der göttinger Sternwarte aus unmittelbar orientirt war, so kam es darauf an, aus der bekannten geographischen Lage dieser Sternwarte, immer von einem Punkt zum andern fortschreitend, die Längen und Breiten aus Azimuth und Distanz zu berechnen.

Für diese Rechnung wurden Hilfstafeln construirt, die sich wieder auf die Walbek'schen Elemente des Erdsphäroids gründeten. Vermittelst derselben wurden die einzelnen Orte nach und nach berechnet. Es wurde dabei von zwei verschiedenen Rechnern von zwei verschie-

denen Fundamental-Orten ausgegangen. Für die Hauptpunkte ist dieselbe Rechnung noch einmal unmittelbar aus Formeln für die sphäroidische Erde und zwar wieder doppelt geführt worden.

Führt man diese Rechnungen rein bis zu Ende aus, so hat man dadurch zugleich den durch Länge und Breite aufzutragenden Punkt des Azimuth des vorhergehenden Punkts, von welchem aus der aufzutragende angeschnitten ist und welcher also jedenfalls dort sichtbar sein muss. Durch die Angabe dieser Azimuthe und die dadurch ermittelte genaue Auftragung der Richtungslinien auf die Messtischblätter erwächst dem Detailarbeiter der neue grosse Vortheil, bei jedem seiner Fundamentalpunkte schon eine genaue Orientirung auf gewiss sichtbare Punkte und eine Anzahl zuverlässiger Allignements auf seinem Tisch vorzufinden.

4. Die Haupttriangulirung für die Grafschaft Schaumburg und die Festlegung kleinerer Dreiecke innerhalb des Hauptnetzes.

Es blieb nun noch übrig, die Grafschaft Schaumburg in das Hauptnetz hineinzuziehen und im ganzen Gebiet eine angemessene Anzahl kleiner Dreiecke herzustellen, an welche zunächt die specielle Aufnahme behufs Herstellung der topographischen Karte angeschlossen werden konnte.

Diese Aufgabe ist durch den kurhessischen Generalstab unter Zuziehung einzelner Civiltechniker gelöst worden.

Die Grafschaft Schaumburg konnte zwar von den benachbarten hannöver'schen Dreiecken leicht mit einigen Fundamental-Seiten überzogen werden, man entschied sich aber, jene trigonometrischen Grundlagen, wie in Figur 2 skizzirt, aus grösserer Entfernung vom eigentlichen südlichen Hauptnetze abzuleiten, umsomehr, als die mit 1 bis 15 bezeichneten Dreiecke der preussischen Triangulirung von Westphalen ein schon in allen Winkeln gegebenes Zwischenglied bildeten, das mit jenem

südlichen Netze die in der Skizze unterstrichenen Punkte gemeinschaftlich besitzt und es von diesen ab, nach ausgleichender Anschliessung, nur einer Berechnung auf Walbeck'sche Sphäroide nebst schliesslicher Hinzufügung der neuen Dreiecke 16, 17, 18 bedurfte, um in der Seite Süntel-Wilhelmsthurm die verlangte Basirung aus ihren bisherigen Grundlagen zu gewinnen.

Eine Controle ergab die Seite Köterberg-Wittekindstein, welche sich hier = 13989,94 Ruthen fand, während *Gauss* dafür 13989,93 ermittelt hatte.

Bei dieser Haupttriangulirung und der ganzen Specialtriangulirung, die in den Jahren von 1840 bis 1855 zur Ausführung gelangte, ist von dem neuern Ausgleichungsverfahren nach einer besonderen Anleitung von *Gerling* Gebrauch gemacht worden.

Die Zahl der im ehemaligem kurhessischen Gebiet im Ganzen festgelegten und nach geographischer Länge und Breite berechneten Dreieckspunkte beträgt 2060; das macht für jede Quadratmeile Detailaufnahme 10,2 Punkte. Für die topographische Aufnahme war dies genügend, behufs der speciellen Gemarkungsvermessungen bedurfte es schon wegen der Terraingestaltung weiterer sehr umfangreicher Triangulationsarbeiten.

5. Die Höhenaufnahme.

Gelegentlich der unter laufender Nummer 2 beschriebenen Triangulation im Hauptgebiet wurden schon Höhenbeobachtungen für einen Theil der Dreieckspunkte ausgeführt; wobei man sich jedoch begnügte, die Höhen am Höhenkreise der Theodoliten abzulesen. Eine Berechnung der Höhen für die betreffenden Punkte fand nicht statt. Erst in der Periode unter laufender Nummer 4 kam ein trigonometrisches Nivellement, der Horizontaltriangulirung sich anschliessend, welches für alle Punkte desselben die Niveauhöhe liefert, zur Ausführung.

Dasselbe bildet dem Hauptnetze analog ein System von Grundpunkten, welche mit Einfügung von Zwischenstationen zugleich Punkte des ersten Horizontalnetzes sind.

Die erste Operation bestand darin, dass zwischen den Hauptpunkten des Netzes gleichzeitig gegenseitige Zenithdistanzen an beiden aufgestellten Heliotropen beachtet wurden. Dann folgten Operationen, bei welchen zwar gegenseitig aber nicht gerade gleichzeitig beobachtet werden konnte, die aber nach Systemsgruppen ausgeglichen wurden.

Weitere Höhenangaben sind durch Anschneidungen von den Grundpunkten und den auf dieselben ausgeglichenen Zwischenpunkten gefunden.

Im Ganzen sind ausser der Anzahl von 2060 verschiedenen trigonometrischen Höhen noch 42 Höhen, die nur eine einzige trigonometrische Anschneidung erhalten konnten und zu deren Berechnung die Entfernungen von den Messtischen entnommen werden mussten, bestimmt worden.

Geometrisch bestimmte Höhenzahlen wurden dann noch in Verbindung mit der Messtischaufnahme unter Anwendung des Gradbogens der Kippregel und der Distanzlatte in grosser Menge ermittelt.

An die Höhen der einzelnen Punkte wurde die Grundrissaufnahme der Ränder horizontaler Terrainscheiben angeschlossen, die vom Meeres-Niveau ab bei dem Maassstabe von 1 : 25000 in Stufen von 5 rheinl. Ruthen steigen und bei flachen Erhebungen diese Stufen halbiren. Hierdurch ist dann eine über die ganze Fläche sich fortsetzende Angabe der wechselnden Terrainhöhen in graphischer Weise erhalten worden.

Sämmtliche Höhen sind auf den mittleren Stand der Ostsee am Swinemünder Pegel reducirt. Zum Anschluss diente der von *Gauss* festgelegte Fussboden im westlichen Beobachtungszimmer der Göttinger Sternwarte. Die Höhe desselben hat man auf die Punkte Hohenhagen-Bilstein und Meissner übertragen und von da allen weiteren Ableitungen zu Grunde gelegt.

Mit Hilfe der horizontalen Curven, mit welchen das Land überzogen ist, und deren trigonometrischer Verbindung mit den Haupttriangulationspunkten von Europa

lässt sich von jedem Punkte der Wasserabfluss zum Weltmeer verfolgen.

Die hauptsächlichsten Höhepunkte sind ebenso wie die nach Länge und Breite bestimmten 2060 trigonometrische Punkte im Jahre 1857 von dem Oberst *Wiegrebe* in einem auch im Druck erschienenen Positions-Verzeichniss zusammengestellt. Dasselbe enthält zugleich erläuternde Bemerkungen über den Hergang der betreffenden Arbeiten.

6. Das topographische Kartenwerk.

Die ursprüngliche Aufgabe bei Beginn der trigonometrischen Arbeiten, welche die Beschaffung einer topographischen Karte bezweckte, fand in den Jahren 1840 bis 1855 ihre Erledigung. Schon im Jahre 1823 war mit der Messtischaufnahme im Kreise Schmalkalden begonnen, gleich im Anschluss an die damals beendigte Triangulirung des Kreises, und für den Kreis Cassel hatte der kurfürstliche Generalstab bereits in den Jahren 1835 bis 1839 eine von auswärtigen Dreieckspunkten abgeleitete Specialtriangulirung ohne Nivellement und im Anschluss an dieselbe die Messtischaufnahme der Gegend ausführen lassen.

Nach Beendigung der topographischen Aufnahme von ganz Kurhessen sind nun im Jahre 1859 die nachstehenden Kartenwerke erschienen:

1. Die Niveaukarte von Kurhessen auf 112 Blättern im Maassstab 1 : 25000.

   Die Sectionen dieser Karte entsprechen genau den Messtischblättern der Originalaufnahme. Ausser den wichtigsten Punkten des Grundrisses finden sich darin mit rothen Linien die Curven eingetragen, welche das Land in Horizontalschichten von 30 Fuss Dicke abtheilen.

   Die Karte geht überall nur wenig über die Landesgrenze hinaus.
2. Die topographische Karte auf 40 Blättern im Maassstabe 1 : 50000.

Statt der auf der Niveaukarte vorkommenden rothen Höhenlinien ist auf derselben eine vollständige Bergschraffirung vorhanden. Dieser Bergschraffirung wird ausser ihrem wissenschaftlichen Werth, welcher die Darstellung der Höhenverhältnisse betrifft, auch ein grosser künstlicher Werth beigelegt.

3. Die grosse Generalkarte in 2 Blättern im Maassstabe 1 : 200000.

   Dieselbe geht in vollständiger Ausführung nur etwas über die Landesgrenze hinaus und enthält das übrige angrenzende Ausland nur skizzirt.

4. Die kleine Generalkarte in einem Blatte im Maassstabe 1 : 350000.

   Dieselbe enthält sämmtliche auf das Blatt fallende Theile der Nachbarländer in ganzer Ausführung.

   Beide Karten 3 und 4, ausgeführt von *Kaupert*, sind mit einer als meisterhaft anerkannten Bergschraffirung versehen.

7. Die Gemarkungsvermessungen unter der kurhessischen Verwaltung.

Die von der Landesvermessungs-Commission errichteten Dreieckspunkte waren für die Detailvermessung der Gemarkungen nicht ausreichend. Es bedurfte für jede Gemarkung noch eines Netzes kleiner Dreiecke, dessen Punkte theils in den Thalebenen, theils an den Bergabhängen, theils auf dem Kamm der Höhen angenommen werden mussten, um die Poligonzüge für die Detailaufnahme zweckmässig darauf abschliessen zu können.

Die vorher beschriebenen trigonometrischen Arbeiten waren noch nicht beendigt, als schon in Gemässheit des erwähnten Ausschreibens vom 12. April 1833 mit der Vermessung der Gemarkungen behufs der Steuer-Rectification resp. behufs Herbeiführung einer mehr gleichmässigen Grundsteuer-Veranlagung an Stelle der damals bestehenden verschiedenen Systeme dieser Steuer der Anfang gemacht wurde.

Die in dem Ausschreiben enthaltene Vorschrift bestimmte allgemein, dass jede Vermessung auf ein trigonometrisches Netz gegründet werden solle und dass, soweit das Hauptnetz vorhanden sei, mit den Dreiecksnetzen der einzelnen Gemarkungen an dasselbe angeschlossen werden müsse.

In den Provinzen Fulda und Hanau ist die Detailtriangulation fast überall auf die Hauptpunkte und deren Coordinaten, welche durchweg auf den Meridian des Martinsthurmes zu Cassel und dessen Perpendikel berechnet sind, basirt worden. Dasselbe geschah im Kreise Schmalkalden mit dem Unterschiede, dass hier die Spitze des Kirchthurmes zu Schmalkalden als Indifferenzpunkt benützt wurde. Dagegen sind in vielen Gemarkungen in Ober- und Niederhessen die Triangulationen in der Weise ausgeführt, dass eine Basis gemessen, die Richtung derselben gegen die magnetische Nordlinie mit der Boussole ermittelt und aus der bekannten Abweichung der Nordlinie von der Meridianrichtung das Azimuth annähernd festgestellt wurde oder man benützte einfach die bekannte Richtung zweier Dreieckspunkte des Hauptnetzes, um aus derselben das Azimuth abzuleiten und solches auf das Detailnetz behufs dessen Orientirung zu übertragen, ohne letzteres weiter an die Hauptpunkte anzuschliessen

Zur Controlirung der Dreiecksberechnung für das auf die Basis gegründete System ist dann möglichst weit von dieser Basis entfernt eine Versicherungsbasis gemessen worden. Ein Ausgleichungsverfahren kam bei dieser Dreiecksberechnung nicht zur Anwendung. Die Coordinaten wurden als ebene gewöhnlich für den Meridian durch den Kirchthurm des Ortes der Gemarkung und dessen Perpendikel berechnet. Die Messung wurde mit der Kette ausgeführt und so oft vorgenommen, bis wiederholte Messungen ein übereinstimmendes Ergebniss geliefert hatten. Insoweit aber die Anschliessung an das Hauptsystem stattfand, sind aus den im Positionsverzeichniss angegebenen Längen und Breiten der betreffenden Anschlusspunkte die shpärischen Coordinaten dieser

Punkte nach bekannten Formeln berechnet, wobei die ermittelten Bogenlängen als gerade Linien behandelt und als solche der Coordinatenberechnung für die Specialtriangulirung zu Grunde gelegt worden sind.

Die Leitung der Gemarkungsvermessungen war dem Kurfürstlichen Obersteuercollegium in Cassel als Unterbehörde des Finanzministeriums übertragen.

Eine Zeit für Beendigung der Arbeiten wurde nicht bestimmt. Die Förderung richtete sich nach den vorhandenen Kräften. Diese waren, da nur inländische Techniker Verwendung fanden, im Anfange wenig zahlreich, nach und nach stieg die Zahl der beschäftigten Personen auf 60 bis 80, zu $^1/_3$ aus Trigonometern und Landmessern, zu $^2/_3$ aus andern Geometern bestehend.

Die grösste Leistuug fiel in den Zeitraum der Jahre 1840 bis 1860. Wenn unter diesem langsamen Fortgange der Arbeiten auch die Gleichmässigkeit der Veranlagung leiden musste, so hatte man doch für die Vermessungen ein tüchtiges und wohleingeübtes Personal gewonnen, das um so bereitwilliger bei den Arbeiten ausharrte, als die geprüften Geometer die Anwartschaft hatten, später dauernde Anstellung in den vorhandenen Kreislandmesserstellen zu finden. Die Messungen wurden daher mit wenigen Ausnahmen recht gut ausgeführt, obgleich die Bezahlung nach äusserst geringen Sätzen erfolgte und nur besonders fleissige und tüchtige Geodäten im Stande waren, bei den Arbeiten so viel zu verdienen, als sie zu einer angemessenen Subsistenz gebrauchten.

Es betrug unter anderm die Messgebühr einschliesslich der polygonometrischen Arbeiten, der Aufstellung der Originalkarte und der Uebersichtskarte, des Concepts des Registers, der Flächeninhaltsberechnung und der Anfertigung eines Stück- und Nummerbuches (Vermessungsregisters) von allen Grundstücken ausschliesslich der Hofraiden, Gärten und Waldungen

a. von je einem Casseler Acker (= 0,2386 Hektaren) Flächenrraum 1 Sgr. $3^1/_2$ Pfg. bis 2 Sgr. $3^1/_2$ Pfg.

b. von jeder Parzelle 1 Sgr. 3 Pfg. bis 2 Sgr. $4^1/_2$ Pfg.

In dieser Entschädigung ist der Lohn für die Kettenzieher enthalten.

Trotz der verhältnissmässig geringen Kosten, welche die Messungen verursachten, fehlten doch im Jahre 1860 die Geldmittel zur Fortsetzung der Arbeiten. Zu diesem Zeitpunkt waren die Gemarkungen in den Provinzen Fulda und Hanau fast sämmtlich neu vermessen. Statt nun die zurückgebliebenen Gemarkungen in dem übrigen Kurhessischen Gebiet rasch nachzuholen, wurde das Personal aufgelöst und den einzelnen Mitgliedern überlassen, sich bei den Eisenbahnbauten oder bei den Vermessungen in den Nachbarstaaten andere Beschäftigung zu suchen. Nur einige wenige Neumessungen wurden noch, um einem oder dem andern Geometer zeitweise Beschäftigung zu gewähren, in Angriff genommen.

Bis zum Jahre 1866, wo die gänzliche Sistirung der Arbeiten eintrat, sind neu gemessen worden:

633 Gemarkungen mit 392495 Hektaren Flächeninhalt oder 41 Procent der Gesammtfläche des ehemaligen Kurfürstenthums.

Ueber die Zahl der errichteten Dreiecks- und Polygonpunkte sind Zusammenstellungen nicht vorhanden.

Von den Karten, die auf Blättern in Bogenformat von 106 Centimeter Länge und 70 Centimeter Breite hergestellt sind, existiren je 2 Exemplare, ein Original und eine Copie. In beiden sind die im Laufe der Zeit eingetretenen Veränderungen in Uebereinstimmung mit dem Kataster nachgetragen.

Für die Ausführung der Vermessungen enthält das mehrerwähnte Ausschreiben die erforderlichen Vorschriften. Die wichtigsten derselben sind in der Anlage A. zusammengestellt.

8. Die Gemarkungsvermessungen unter der preussischen Verwaltung.

In den alten Provinzen der preussischen Monarchie war seit dem Jahr 1865 eine gleichmässige auf neue

Veranlagung gegründete Grundsteuervertheilung zur Ausführung gebracht. Es kam der preussischen Verwaltung darauf an, das gleiche Veranlagungssystem auch auf die neu hinzugekommenen Gebietstheile der Monarchie auszudehnen und die vorgefundenen verschiedenartigen Veranlagungen zu beseitigen.

Durch Gesetz vom 11. Februar 1870 ist dann die Ausführung der anderweitigen Regelung der Grundsteuer in den Provinzen Schleswig-Holstein, Hannover, Hessen-Nassau angeordnet worden, nachdem zur Beschaffung des erforderlichen Kartenmaterials schon in den beiden vorangegangenen Jahren die Vermessungen wieder aufgenommen waren.

Für den neu gebildeten Regierungsbezirk Cassel wurde vom Finanzminister ein Commissarius mit der obern Leitung des gesammten Veranlagungswesens beauftragt und demselben zur Unterstützung und zur Revision der geometrischen Arbeiten ein Katasterinspector zugeordnet.

15 Vermessungspersonale mit einer Mitgliederzahl, die sich von Ende 1871 bis Ende 1873 auf circa 200 bezifferte, seitdem aber verringert worden ist, sind dazu bestimmt, die Vermessungen und Kartirungen auszuführen. Als Vorsteher derselben fungiren 7 Kreislandmesser und 8 hessische zur Anstellung als Kreislandmesser berechtigte Feldmesser. Daneben besteht zu Cassel am Sitz des Bezirkscommissarius ein Registerbureau, welches aus einem Vorsteher, einigen Revisionsgehilfen und einer Anzahl Register- und Rechnengehilfen zusammengesetzt ist. Gegenwärtig werden darin circa 70 Personen mit Flächenberechnungsarbeiten, mit Aufstellung von Flurbüchern, Güterauszügen u. s, w. beschäftigt.

Die Veranlagungsarbeiten, in die drei Hauptstadien

a. der Beschaffung des Kartenmaterials,

b. der Einschätzung der Liegenschaften und

c. der Aufstelluug der Grundsteuerbücher etc.

zerfallend, sollten einschliesslich des Reclamationsverfahrens, das in Bezug auf die Ergebnisse der Vermessung und der Einschätzung zu eröffnen ist, in 5 Jahren

resp. bis zum 1. Januar 1875 zu Ende geführt werden. Dieser Termin ist später auf den 1. Januar 1876 verlegt worden.

In der angegebenen Zeit die Vermessung aller Gemarkungen, welche nach den Bestimmungen im Erlass des Ausschreibens vom Jahre 1833 noch nicht bearbeitet waren, auszuführen, wäre eine Aufgabe gewesen, die sich um so weniger erfüllen liess, als von den früher im Kurfürstenthum Hessen vorhanden gewesenen Geodäten nur ein kleiner Theil an den Arbeiten Theil nehmen konnte. Die Uebrigen hatten inzwischen Stellungen gefunden, die sie wegen einer nur vorübergehenden Beschäftigung nicht wieder aufgeben wollten.

Von den aus den alten preussischen Provinzen zu den Grundsteuervermessungen herangezogenen Kräften konnte der Regierungsbezirk Cassel nur einen kleinen Theil erhalten. Aus den süddeutschen Staaten kam zwar eine Anzahl geübter Techniker herüber, und es ist auch von Anfang an darauf Bedacht genommen worden, jüngere Kräfte für die Vermessungsarbeiten neu auszubilden. Indess wollte dies Alles zur Erledigung des grossen Pensums nicht ausreichen und war man genöthigt, die Neumessungen auf einen Theil der Gemarkungen zu beschränken und für eine grössere Zahl von Gemarkungen, von welchen die alten Karten gut erhalten und mit der Wirklichkeit ziemlich in Uebereinstimmung geblieben waren, diese Karten zur Grundsteuerveranlagung zu benützen.

Demnach wurden zur Neumessung bestimmt:
615 Gemarkungen mit 343455 Hektaren, während von
291 Gemarkungen mit 166023 » und von
110826 » Staatswald
die vorhandenen Karten durch Nachtragung der seit der Aufnahme entstandenen Veränderungen vervollständigt werden sollten.

In der Regel hatte jedes Vermessungspersonal die Arbeiten für einen ganzen Kreis zu besorgen, nur bei grösseren Kreisen wurde ein Theil der Gemarkungen den

Personalen der benachbarten Kreise zur Bearbeitung überwiesen.

Die erste Aufgabe der Personalvorsteher bestand darin, für den ganzen Kreis resp. ihren Geschäftsbezirk das Detaildreiecksnetz im Zusammenhange herzustellen und dabei in jeder neuzuvermessenden Gemarkung die erforderliche Anzahl Dreieckspunkte zu errichten. Hierbei hatten einige der am besten eingeübten Personalmitglieder mitzuwirken, in den meisten Fällen wurden Katastersupernumerare hierzu ausgewählt. Damit auch das übrige Personal Beschäftigung erhielt, wurden von den Trigonometern gleich für einige Gemarkungen die Polygonpunkte bestimmt und konnte alsdann Seitens der sogenannten Stückvermesser mit der Detailaufnahme begonnen werden.

Die weitern polygonometrischen Arbeiten erfolgten durch die Trigonometer oder andere dafür eingeübte Personalmitglieder.

Sobald bei Eintritt des Winters die Stückvermessungen aufhörten, wurde das ganze disponible Personal zu der Kartirungsarbeit herangezogen.

Für das Verfahren bei den Arbeiten gilt die Ministerialanweisung vom 7. Mai 1868, von welcher in der Anlage B. ein Auszug beigefügt ist und speciell für die trigonometrischen und polygonometrischen Berechnungen eine besondere mit Beispielen ausgestattete Anleitung vom Jahre 1870.

Die letztere, welche bestimmt, dass die Dreiecksnetze möglichst nach den Sinusproducten oder nach der feststehenden Länge einer Dreiecksseite höherer Ordnung ausgeglichen werden sollen, ausserdem aber für die Ausgleichung der auf Knotenpunkten zusammentreffenden Polygonzüge ein besonderes Verfahren vorschreibt, ist nicht durchgängig zur Anwendung gekommen, man begnügte sich in einzelnen Kreisen damit, durch zahlreiche Anschlüsse an die vorhandenen Dreieckspunkte der höheren Ordnungen die Fehler zu vermeiden.

In der Regel wurde eine Anzahl der neuen Dreiecks-

punkte des Detailnetzes durch Vorwärtseinschneiden, in wenigen Fällen auch durch Rückwärtseinschneiden von Punkten der höheren Ordnungen bestimmt und sind an diese so festgelegten neuen Punkte andere Punkte des Detailnetzes auf gleiche Art angeschlossen worden. Zur Sicherheit dieser letztern Operation fanden die nöthigen Visuren nach und von den passend gelegenen Hauptpunkten statt.

Die Benutzung der Dreieckspunkte der höheren Ordnungen wurde dadurch beeinträchtigt, dass manche der in Waldungen errichteten Punkte wegen des inzwischen hochgewachsenen Holzes erst zu Beobachtungsstationen gebraucht werden konnten, nachdem hohe Gerüste erbauet und Visirlinien aufgehauen waren. An andern Punkten waren die Markzeichen beschädigt oder ganz abhanden gekommen. Im Kreise Schmalkalden hatten die aus schlechtem Material ausgewählten Steine sogar durch Verwitterung gelitten. Die Zahl der Dreieckspunkte des Detailnetzes beträgt im Ganzen 9300, die Zahl der Polygonpunkte ist noch nicht festgestellt, dieselbe geht aber über 128000 hinaus. Im Durchschnitt kommt ein Dreieckspunkt auf 37 Hektare und ein Polygonpunkt auf $2\frac{1}{2}$ Hektare.

Von den Dreieckspunkten der höheren Ordnungen waren nur die geographische Länge und Breite bekannt. Hieraus musten für die zum Anschluss des Detailnetzes dienenden Punkte die Coordinaten der betreffendes Indifferenzpunkte berechnet werden. Als Indifferenzpunkte sind in Anwendung gekommen für das Hauptgebiet der Martinskirchthurm in Cassel, für den Kreis Schmalkalden der Kirchthurm in der Stadt Schmalkalden, für den Kreis Rinteln die Paschenburg.

Aus den geographischen Längen und Breiten der Hauptdreieckspunkte sind nach einem von Professor Dr. *Börsch* angegebenen Verfahren und mit Benützung seiner Tafeln die sphärischen Coordinaten berechnet. Dieselben wurden demnächst ohne Weiteres als ebene Linien behandelt, so dass für das Detailnetz durchweg nur ebene

Coordinaten zu Grunde gelegt sind, was um so eher geschehen konnte, als die Entfernungen zwischen den für das Detailnetz benützten Punkten der höheren Ordnungen viel zu kurz sind, um bei der Berechnung der Züge über die dazwischen eingeschalteten Punkte der IV. Ordnung in Bezug auf diese letztern Punkte die Unterschiede zwischen der Bogen- und der Sehnenlänge hervortreten zu lassen.

Gegenwärtig sind die Vermessungen bis auf die Vermessung der Staatsforsten, deren Vornahme nachträglich bewirkt werden soll, und die Vermessung der Gemarkungen im Kreise Gersfeld, im Gerichtsbezirk Orb, des Kreises Gelnhausen, die noch in Aussicht genommen ist, mit wenigen Ausnahmen beendigt. Eine nachträgliche Vermessung der weiter ausgeschlossen gebliebenen Gemarkungen wird, nachdem die Karten auf den neuesten Zustand berichtigt sind, für jetzt nicht beabsichtigt Soweit diese Gemarkungen aber bei dem Verkopplungsverfahren an die Reihe kommen, werden dieselben ebenfalls neu vermessen, da den alten Karten schon wegen der Grenzverschiebungen, welche nach einer längeren Reihe von Jahren vorzukommen pflegen, nicht mehr derjenige Grad der Genauigkeit beiwohnen kann, welcher zum Umtausch der Grundstücke erfordert wird.

Aus Anlass des sehr lebhaften Besitzwechsels, der seit Aufnahme vieler neuen Karten und seit der letzten Vervollständigung der zur unmittelbaren Benützung übernommenen Karten stattgefunden hat, musste in neuester Zeit ein besonderes Berichtigungsverfahren behufs Ermittelung der betreffenden Veränderungen und behufs Nachtragung derselben in den Grundsteuerunterlagen eingeleitet werden, was wieder sehr umfangreiche Arbeiten zur Folge hat.

Die hergestellten neuen Karten dürften allen an gewöhnliche Specialkarten zu stellenden Ansprüchen genügen und ist in den im Felde aufgenommenen Vermessungshandrissen, die mit Tinte geschrieben und für jede Gemarkung zusammen eingebunden sind, das Material

vorhanden, jede Karte aus der Originalaufnahme wieder herstellen zu können.

Dass trotz der ausgeübten scharfen Controle noch Mängel vorkommen in solchen Karten, welche von ungeübten und unzuverlässigen Geodäten geliefert sind, darf bei dem häufigen Wechsel der Personalmitglieder nicht verwundern. Bedenklich bleibt aber unter diesen Verhältnissen die Bestimmung im §. 36 des für den Regierungsbezirk Cassel erlassenen Grundbuchgesetzes vom 29. Mai 1873, in welcher ausgedrückt ist, dass sich die Grenzen der Grundstücke, soweit nicht rechtzeitig erfolgte Anfechtungen im Grundbuch eingetragen sind, lediglich nach der Flurkarte und der ihr zu Grunde liegenden Vermessung bestimmen sollen.

Eine Karte, die hierzu genügen soll, müsste entweder absosut fehlerfrei sein oder es ist nöthig, dass die Grenzen ganz vollständig versteint, die Grenzzeichen und deren Entfernungen von einander in der Karte verzeichnet sind, wie dies bei den verkoppelten Gemarkungen geschieht. In solchen Gemarkungen wird die Wiederherstellung verloren gegangener Grenzpunkte durch die regelmässige und gradlinigte Begrenzung der Planstücke ganz wesentlich erleichtert.

(Fortsetzung folgt in Anlage A. und B.)

Ein Beitrag zur Erkenntniss der Genauigkeit der Distanzmessung mittelst des Tachymeters von G. Starke in Wien.

Das Tachymeter von *Starke* (Geschwindmesser) ist eine verbesserte Construction des *Moinot*'schen Tachnometers, welches seit Jahren in Frankreich bei Aufnahme von Höhencurvenplänen für Eisenbahnprojecte Verwendung findet *). Professor *Tinter* hat dasselbe ausführlich in

*) Vergl. *Heuser* S. 445 u. f. der Zeitschr. des hannover. Arch.- und Ingen.-Vereins von 1871.

der Zeitschrift des österr. Ingen.- und Architect.-Vereins von 1873 S. 42 u. f. beschrieben. Wir beschränken uns daher hier auf wenige Notizen über die Dimensionen des Instruments, da unsere Absicht vielmehr darauf gerichtet ist, die Leistungsfähigkeit desselben in der Distanzmessung durch Mittheilung einiger Messungsergebnisse zu charakterisiren, welche wir gelegentlich einer Uebungsarbeit mehrerer Polytechniker mit dem neuen Tachymeter der Sammlung des hiesigen. Polytechnikums in diesem Frühjahr erhielten.

Das Tachymeter ist ein Theodolit mit Repetitionseinrichtung, Bussole, Höhenkreis und Fernrohrsetzlibelle zum geometrischen Nivelliren. Die Kreise von 16 Cm. Durchmesser geben mittelst Nonien 20″, aber man kann mittelst der Nullstriche der letzteren schon 1′ auf den direct in 10′ getheilten Hauptscalen schätzen, was für Detailpunkte meist ausreicht. Die correcte Stellung des Nonienarmes für den Höhenkreis wird durch eine besondere Libelle controlirt; wegen der grossen Stabilität der bekannten *Starke*'schen Theodolitstative ist indessen wenigstens für die Detailpunkte selten eine Correction der Stellung des Nonienarmes erforderlich, wenn nur die zwei sich senkrecht kreuzenden Röhrenlibellen, welche zur Verticalstellung der Verticalaxe dienen, genau berichtigt sind. Das Fernrohr ist bei einer Objectivöffnung von 35 Mm. Durchmesser im Ganzen *nur* 29 Cm. lang und besitzt die Construction des Fadendistanzmessers nach *Porro's* Princip, so dass die 200fache Ablesungsdifferenz der Distanz ohne Weiteres entspricht. In optischer Beziehung genügt das Fernrohr allen Anforderungen; bei 30facher Vergrösserung sind die Bilder *hell* und bis nahe dem Rande des 1 Grad umfassenden Gesichtsfeldes *sehr scharf*. Das Instrument im Ganzen genommen empfiehlt sich nicht blos durch die Möglichkeit tachymetrischer Aufnahmen, es gestattet vielmehr auch alle vorkommenden Präcisionsmessungen für Horizontal- und Verticalaufnahmen; zur genauen Absteckung von Verticalebenen insbesondere ist noch eine Libelle zum Auf-

setzen auf die horizontale Drehaxe des Fernrohrs beigegeben.

Um zur Kenntniss des mittleren Fehlers der Distanzmessung zu gelangen, wurden zwei Wege eingeschlagen, ein directer und ein indirecter.

1. *Directer Weg.* Die Aufnahme der Fläche erfolgte von 6 Standpunkten aus und mittelst einer Triangulation lernte man die Verhältnisse der gegenseitigen Entfernungen derselben sehr genau kennen. Diese Entfernungen waren aber auch mehrfach mittelst des Distanzmessers gemessen worden und es fehlte nur an einer genau ermittelten Basis, um aus jenen Verhältnissen zunächst die triangulirten Distanzen selbst abzuleiten und alsdann aus der Vergleichung der nach beiden Methoden erhaltenen Werthe die Fehler der Distanzmessung zu erkennen. In Ermangelung der Basis drückte ich die triangulirten Distanzen zunächst in einer beliebigen Einheit aus und bestimmte diese dadurch, dass ich die Summe aller Distanzen, welche auch mittelst des Distanzmessers erhalten worden waren, bildete, und mit dem entsprechenden aus den Distanzmessungen hervorgegangenen Werthe verglich *). In Folge dessen ist die Summe der Verbesserungen der Distanzmessungen in der Tabelle S. 328, welche eine Uebersicht der betreffenden Ergebnisse zeigt, gleich Null (innerhalb der Unsicherheit der letzten Ziffer).

Die Verbesserungen kann man, sofern die Triangulation relativ zur Distanzmessung sehr genau ist, ansehen als Fehler der letzteren *allein.* Sieht man ferner von der Verschiedenheit der Entfernungen ab, so folgt als mittlerer Fehler einer Distanz der Werth

$$\sqrt{\frac{94,21}{35-1}} \text{ d. i. } \pm 1^{\text{m}},67.$$

Hierbei ist im Nenner der Wurzel von der Anzahl 35 der Distanzen eine Einheit mit Rücksicht darauf sub-

*) Den Anforderungen der Methode der kleinsten Quadrate wird dadurch zwar nicht genügt, aber trotzdem ein ausreichender Werth erhalten.

Triangulirte Distanz.	Verbesserung.		Quadratsumme.
m			
204,8	0,0		6,94 für 9 Distanzen von durchschnittlich 232m
	0,0		
	+ 0,4		
225,7	+ 1,7		
	+ 1,1		
255,3		— 0,1	
		— 0,7	
	+ 1,3		
		— 0,7	
276,7	+ 2,3		18,55 für 19 Distanzen von durchschnittlich 293m
	+ 1,3		
	+ 0,1		
282,0	+ 0,0		
	+ 0,4		
		— 0,6	
	+ 0,4		
		— 1,8	
		— 0,8	
297,6	+ 0,8		
		— 0,6	
302,1	+ 1,1		
		— 0,9	
	+ 0,1		
		— 0,5	
304,9	+ 0,3		
		— 0,5	
317,3		— 0,7	
		— 1,7	
427,1	+ 2,5		68,72 für 7 Distanzen von durchschnittlich 477m
	+ 1,5		
459,6	+ 4,6		
		— 2,4	
		— 2,4	
552,3		— 2,7	
		— 4,5	
Summa	+ 19,9	— 21,6	

trahirt worden, dass die Summe der Verbesserungen gleich Null gesetzt wurde.

Die Distanzen zerfallen, wie durch besondere Querstriche in der Tabelle angedeutet ist, in 3 Gruppen. Man hat für diese die mittleren Fehler resp.

$$\sqrt{\frac{6,94}{9}\cdot\frac{35}{34}} \text{ d. i. } \pm 0^m,89 \text{ bei circa } 232^m,$$

$$\sqrt{\frac{18,55}{19}\cdot\frac{35}{34}} \text{ d. i. } \pm 1^m,00 \text{ bei circa } 293^m,$$

$$\sqrt{\frac{68,72}{7}\cdot\frac{35}{34}} \text{ d. i. } \pm 3^m,18 \text{ bei circa } 477^m.$$

Der Factor $\frac{35}{34}$ oder ausführlicher $\frac{35}{35-1}$ wird mit Rücksicht auf das kurz vorher Bemerkte keiner Rechtfertigung bedürfen. Drückt man die mittleren Fehler in Bruchtheilen der Entfernung aus, so ergibt sich:

$\pm$ 0,0038 oder $^1/_{260}$ bei circa 232^m,
$\pm$ 0,0034 » $^1/_{293}$ » » 293^m,
$\pm$ 0,0067 » $^1/_{150}$ » „ 477^m.

Da der bisher befolgte directe Weg der Berechnung des mittleren Fehlers nur für grössere Distanzen ausführbar war, sofern es für kleinere an Beobachtungsmaterial fehlte, wurde nunmehr der indirecte Weg betreten, welcher keine Beschränkung erforderte.

2. *Indirecter Weg.* Zur bessern Controle der Ablesungen am Distanzmesser wurde stets ausser den Distanzmesserfäden noch der Mittelfaden scharf abgelesen. Dies gibt aber ein Mittel, zunächst den mittleren Fehler der Ablesung eines Fadens zu berechnen und daraus sodann den mittleren Fehler der Distanzmessung. Seien o, m, u die Ablesungen an dem obern, mittlern und untern Faden und ε_1, ε_2, ε_3 die wahren Verbesserungen derselben, so hat man aus jeder Beobachtung eine Gleichung

$$m + \varepsilon_2 - \frac{o + u + \varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} = 0$$

falls die Mitte zwischen den Distanzmesserfäden mit dem Mittelfaden zusammentrifft. Da dies aber nicht der Fall war, nahm ich an, dass das obere und untere Intervall im Verhältniss $1+2\gamma$ zu $1-2\gamma$ ständen, wo 2γ eine kleine Grösse ist. Man hat dann

$$m-o+\varepsilon_2-\varepsilon_1 : u-m+\varepsilon_3-\varepsilon_2 = 1+2\gamma : 1-2\gamma,$$

woraus mit Vernachlässigung des Productes $2\gamma\,(\varepsilon_3-\varepsilon_1)$ folgt:

$$\frac{m-\frac{o+u}{2}}{u-o} = \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_3-2\varepsilon_2}{2(u-o)}+\gamma.$$

Setzt man zur Abkürzung hierin für die linker Hand stehende Beobachtungsgrösse das Symbol l und für die rechts stehende Function der ε das Symbol λ, so folgt

$$l=\lambda+\gamma$$

und ferner hieraus für die Quadratsumme der λ verschiedener solcher Gleichungen

$$[\lambda\lambda]=[ll]-n\gamma^2-2\gamma[\lambda],$$

wo n die Anzahl der Gleichungen ist. Da man für einen nicht zu kleinen Werth n in genügender Annäherung $[\lambda]$ gleich Null annehmen darf, ist einfacher

$$\frac{[\lambda\lambda]}{n}=\frac{[ll]}{n}-\gamma^2.$$

Strenger ist es freilich, nach der ebenfalls bequemen Formel

$$[\lambda\lambda]=[ll]+n\gamma^2-2\gamma[l],$$

welche aus $\lambda=l-\gamma$ resultirt, zu rechnen, indessen wird damit wenig gewonnen werden. Bilden wir jetzt das Quadrat der Fehlerfunction λ, d. i.

$$\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_3-2\varepsilon_2}{2(u-o)}$$

und vernachlässigen darin die doppelten Producte, substituiren ferner für das Quadrat eines ε einen durchschnittlichen Werth $\mu^2(u-o)^2$, so ergibt sich $\frac{3}{2}\mu^2$ als durchschnittliches Quadrat von λ. Durch Gleichsetzung

desselben mit dem Beobachtungswerthe $\frac{[\lambda\lambda]}{n}$ resultirt die Gleichung zur Bestimmung von μ:

$$\frac{3}{2}\mu^2 = \frac{[ll]}{n} - \gamma^2.$$

Beispiel. *m*, *o* und *u* sind in Metern angegeben:

m	$\frac{o+u}{2}$	1000 mal $\left(m - \frac{o+u}{2}\right)$	u − o	1000.l	Abgerundete Neigung der Visur.	Bemerkungen.
1,555	1,560	+ 5,0 *)	1,12	+4,5	0°	Wind.
2,347	2,3465	+ 0,5	1,12	+0,5	0°	»
1,383	1,3735	+ 9,5	1,28	+7,4	0°	Ruhig.
1,382	1,375	+ 7,0	1,04	+6,7	3°	»
1,515	1,520	− 5,0	1,04	−4,8	3°	»
1,820	1,8185	+ 1,5	1,04	+1,4	3°	»
1,300	1,295	+ 5,0	1,28	+3,9	0°	»
1,515	1,510	+ 5,0	1,27	+3,9	0°	»
1,350	1,340	+10,0	1,28	+7,8	0°	»
1,146	1,145	+ 1,0	1,04	+1,0	3°	StarkWd.
1,145	1,1385	+ 6,5	1,07	+6,0	3°	» »
1,140	1,132	+ 8,0	1,16	+6,9	3°	» »
1,140	1,136	+ 4,0	1,07	+3,7	3°	» »
1,145	1,137	+ 8,0	1,03	+7,8	3°	» »
1,135	1,126	+ 9,0	1,11	+8,1	3°	» »
1,142	1,140	+ 2,0	1,02	+2,0	2°	» »
1,320	1,3115	+ 8,5	1,01	+8,4	6°	Ruhig.

Die Quadratsumme der tausendfachen *l* ist 536. Man hat daher

$$\frac{3}{2}\mu^2 = \frac{0,000536}{17} - 0,0000170 \text{ d. i. } 0,0000145,$$

wobei für γ der aus 98 Beobachtungen gefolgerte Werth 0,00412 substituirt wurde.

*) Das Vorzeichen von 5,0 ist hier umgedreht, da das Fernrohr ausnahmsweise in der umgekehrten Stellung gebraucht worden war.

In dieser Weise leitete ich den Werth $\frac{3}{2}\mu^2$ für mehrere Gruppen, in denen $(u-o)$ annähernd constant angenommen wurde, ab. Der Uebergang zum mittleren Fehler der Distanzmessung gestaltete sich nun in folgender Weise. Man hat für die Distanz in Metern

$$D = 200\,(u-o)\cos^2\alpha,$$

wo mit α die Neigung der Visiraxe bezeichnet ist. Die Fehler ε_1 und ε_3 in o und u erzeugen einen Fehler der Distanz, den wir mit ε_D bezeichnen und für welchen sich ergibt $\varepsilon_D = 200\,(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)\cos^2\alpha.$

Durch Division beider Gleichungen folgt

$$\frac{\varepsilon_D}{D} = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{u-o}$$

und wenn man rechts und links quadrirt, rechts für ε_1^2 und ε_3^2 den durchschnittlichen Werth $\mu^2\,(u-o)^2$ setzt und das Product $\varepsilon_1\,\varepsilon_3$ vernachlässigt, den durchschnittlichen Werth des Quadrates des linker Hand stehenden Quotienten aber mit δ^2 bezeichnet, so erhält man

$$\delta^2 = 2\,\mu^2.$$

δ ist aber gerade der mittlere Fehler der Distanz in Bruchtheilen der letztern, abgesehen vom Fehler der Neigung α, dessen Einfluss aber unerheblich bleibt, da α wegen gleichzeitiger trigonometrischer Höhenmessung sehr genau ermittelt werden musste.

Zusammenstellung der Ergebnisse für δ.

Anzahl der Beob.	Entferng in Met.	$\frac{3}{2}\mu^2$ Millionfacher Werth.	δ^2 Millionfacher Werth.	δ			Mittlerer Fehler in Metern.
35	30	124,2	165,5	± 0,0129	oder	$^1/_{78}$	± 0,39
82	76	36,9	49,2	± 0,0070	»	$^1/_{143}$	± 0,53
47	120	14,0	18,5	± 0,0043	»	$^1/_{232}$	± 0,52
35	174	7,7	10,3	± 0,0032	»	$^1/_{312}$	± 0,56
17	224	14,5	18,3	± 0,0043	»	$^1/_{234}$	± 0,96
23	290	11,7	14,6	± 0,0038	»	$^1/_{262}$	± 1,10
7	477	31,4	39,3	± 0,0063	»	$^1/_{159}$	± 3,00

Die drei letzten Werthe dieser Tabelle gestatten eine Vergleichung mit den Ergebnissen, die auf directem Wege erhalten wurden. Die Uebereinstimmung ist derart, dass die Bedenken schwinden, welche man a priori in der Beziehung haben könnte, ob die indirect berechneten δ auch *alle* Fehlerquellen umfassen. Man hat nämlich zu beachten, dass δ nur von $(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)$ abhängt, dagegen μ von $(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)$ und von ε_2, und es wäre recht wohl möglich, dass in Folge von Parallaxenwirkung und Lattenschiefe die mittleren Werthe μ für ε_2 und für $(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)$ kleiner ausfielen, als der mittlere Werth μ für $(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)$. Da sich nichts davon zeigt, liegt darin zugleich ein Beweis, dass die Occularröhre sorgfältig eingestellt und die Latte genügend vertical gehalten worden ist.

Bezüglich der Allgemeingiltigkeit der Resultate ist noch zu erwähnen, dass das Wetter theilweise sehr windig, theilweise aber auch in jeder Beziehung sehr günstig war, welches letztere sich schon darin ausspricht, dass einzelne sehr grosse Distanzen erhalten worden sind. Die Neigung der Visiraxe war durchschnittlich etwa 6°, bis zum Maximum 13°. Als Beobachter fungirten bei dem hier verarbeiteten Theil der Beobachtungen zum grössern Theil ich selbst, im Uebrigen ältere Polytechniker; da nur eine Latte gebraucht wurde, erhielten wir in der Stunde nur 20 bis 35 Punkte. Die Theilung der Latte war die übliche in schwarze und weisse Centim. Im Ganzen genommen glaube ich immerhin das Ergebniss als einen Ausdruck für die Präcision unter mittleren Verhältnissen hinstellen zu können und so möge zum Schlusse noch eine graphische Darstellung der Resultate mit Ausglcichungslinie folgen.

Ich hoffe, dass durch meine Mittheilung sich Andere, namentlich Praktiker, bewogen finden möchten, ähnliche Beiträge zu liefern, so dass schliesslich über die Leistungsfähigkeit des Tachymeters im Distanzmessen das Urtheil ein ebenso geklärtes wird, wie das über die Leistungsfähigkeit *Naudet*'scher Aneroide durch die Bemühungen von *Schoder, Jordan, Kopp, Bauernfeind* und Anderer mehr.

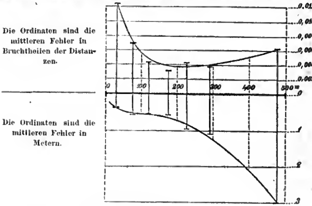
Anmerkung. Der Einfluss des Fehlers in der Distanz auf die Höhenermittlung ist ein doppelter. Erstens wird

die Höhe des Punktes in demselben Verhältniss fehlerhaft erhalten als die Distanz — man sieht, dass bei 30 Meter Maximalhöhendifferenz dieser Höhenfehler 1 bis 4 Decimeter betragen kann, dass aber in gewöhnlichen Fällen der Fehler 1 Decimeter noch nicht betragen wird.

Zweitens entsteht ein Fehler in der Höhe, insofern zur fehlerhaften, also geänderten Distanz ein anderer Punkt in der Natur (resp. auf der Karte) gehört und in der Regel das Terrain nicht horizontal, sondern geneigt ist. (Bei scharf in der Natur fixirten Punkten fällt natürlich dieser Fehler weg.) Beträgt das Gefälle des Terrains $^1/_5$ in der Richtung der Visur, so ist der Fehler 1 bis 2 Decimeter, falls von Entfernungen über 300 Meter abgesehen wird; beträgt aber das Gefälle $^2/_3$, wie an Böschungen häufig, so würde der Fehler 3 bis 7 Decimeter.

In vielen Fällen kann man den Fehler der zweiten Art dadurch vermindern oder ganz vermeiden, dass man Punkte an stark geneigten Stellen von einem Standpunkte aus aufnimmt, der nicht gerade vor, sondern seitlich zur stärksten Neigung liegt. Die günstigste Lage des Standpunktes befindet sich in *der* Richtung, in welcher man den aufzunehmenden Punkt auf dem Terrain *ohne* Aenderung seiner Höhenlage verschieben kann.

Mittlerer Fehler der Distanzmessung mittelst des Tachymeters von G. Starke.



Aachen im September 1874. *Helmert.*

Was wollen wir? und wie kommen wir zum Ziele?

Von **L. Winckel**, Obergeometer der Rhein. Eisenbahngesellschaft.

Aus der kurzen Debatte, welche auf der dritten Hauptversammlung des Vereins über die Frage der Ausbildung der Geometer geführt wurde, habe ich den Eindruck empfangen, dass die Mehrheit der Vereinsgenossen bisher weder einig über das Ziel, noch klar über die Mittel zur Erreichung desselben ist. Auf den alljährlich stattfindenden Versammlungen wird eine solche Einigung auch nicht erzielt werden, diese Versammlungen müssen vielmehr dazu dienen, die gewonnene Ueberzeugung festzustellen und klar auszusprechen. Nur durch die Zeitschrift können die Ansichten Einzelner mitgetheilt, von Andern durchdacht und angenommen oder widerlegt werden. Ich glaube daher, dass über diese Frage kaum zu viel geschrieben werden kann, sollte auch in jedem Hefte der Zeitschrift ein Aufsatz dieses Thema behandeln.

Also was wollen wir? — Im Jahre 1873 hat Herr Professor *Jordan* diese Frage wie folgt beantwortet: ›Wir wollen, dass der Geometer nicht ewig Subalternbeamter mit halber wissenschaftlicher Bildung bleibt, sondern dass er sich

Erstens eine tüchtige allgemeine Bildung erwirbt,

Zweitens seine Fachwissenschaft — die Mathematik — in ihrem ganzen Umfange und

Drittens einzelne Hilfswissenschaften so weit erlernt, wie es znr Ausübung der verschiedenen Zweige des Vermessungswesens erforderlich ist, dass er dann aber auch

Viertens in seiner amtlichen Stellung, im Range, wie in der Besoldung den übrigen wissenschaftlich gebildeten Beamten gleichgestellt werde.‹

Der ungetheilte Beifall, den der Vortrag des Herrn *Jordan* in Nürnberg fand, lässt mich schliessen und hoffen, dass die Mehrzahl der Fachgenossen dies Endziel in's Auge gefasst und als richtig erkannt hat. Es ist dem entgegen allerdings geltend gemacht worden, dass

solch hohe Anforderungen Jedermanu zurückschrecken würden, Geometer zu werden; dabei scheint mir jedoch übersehen zu sein, dass mit jedem Schritte, der für die bessere Ausbildung gethan wird, auch die Stellung der Geometer entsprechend aufgebessert werden muss und wird. Dass für die Uebergangszeit erleichternde Bestimmungen für die Candidaten getroffen werden müssen, ist selbstverständlich. Wenn aber behauptet wird, dass die niedere Geodäsie ein so handwerksmässiges mechanisches Geschäft sei, dass wissenschaftlich gebildete Leute sich nicht mehr dazu hergeben würden, trotz guter Bezahlung und angesehener sicherer Stellung, so muss ich das entschieden bestreiten. Der Kreisbaumeister, der hauptsächlich Chausseeen und ländliche Schulhäuser baut, der Oberförster, welcher sich ausser seinen Culturen auch mit Abhaltung der Holzversteigerungstermine beschäftigen muss, ja selbst der Jurist, der als Notar oder Einzelrichter in einem kleinen Landstädtchen wohnt, hat keine interessanteren, geistig anregenderen Arbeiten, wie der Geometer. Ausserdem erlaube ich mir, auf einen früheren Aufsatz zu verweisen, in welchem ich angedeutet, dass sich bei einer besseren Ausbildung der Geometer naturgemäss auch deren Wirkungskreis erweitern würde, dass ferner die mechanischeren Arbeiten von selbst eines Theils den nicht geprüften Geometern zufallen, anderen Theils von den jüngeren Feldmessern ausgeführt werden würden. Es werden dann auch diejenigen Leute, welche später die grossartigsten Arbeiten (Landesvermessungen etc.) zu leiten haben, mit den elementaren Operationen viel vertrauter sein, als jetzt, wo dieselben solche Arbeiten fast nur auf der Schule kennen lernen.

Die vorerwähnten Einwendungen glaube ich mit Vorstehendem widerlegt zu haben. Eine durchgreifende Besserung wird nur erzielt werden können, wenn wir an dem von Herrn *Jordan* zuerst ausgesprochenen Ziele festhalten, und bitte ich alle Herren Fachgenossen, welche meine Ansicht theilen, in dieser Beziehung auch nicht die kleinste Concession zu machen und vor Allem dahin

zu wirken, dass von Seiten des Vereins keine Schritte gethan werden, aus welchen gefolgert werden könnte, dass wir Geringeres erstreben.

Die Frage: ›Was wollen wir?‹ muss meiner Ansicht nach vom idealen Standpunkte aufgefasst, die zweite Frage: ›Wie kommen wir zum Ziele?‹ dagegen durchaus praktisch behandelt werden.

Die im Jahre 1873 gewählte Commission hat den ersten Theil ihrer Aufgabe — Ermittlungen über die seitherigen Verhältnisse — bereits erfüllt und wird im Laufe dieses Jahres die weiteren Schritte zu berathen haben, welche sie dem Verein auf der nächsten Hauptversammlung vorschlagen wird. Inzwischen wird es gestattet sein, auch von anderer Seite Ansichten auszusprechen, aus welchen doch vielleicht das Eine oder Andere zu verwerthen ist.

Unter den Mitteln, die einem freien Vereine zu Gebote stehen, um irgend welche Wirkung ausserhalb des Vereins zu erzielen, ist das Bequemste die Annahme und Veröffentlichung einer Resolution. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Autorität der Resolvirenden hinreicht, um einen moralischen Druck auf Denjenigen auszuüben, auf welchen man wirken will. In unserem Falle dürfte das gegenüber den Staatsregierungen, welche von einer solchen Resolution kaum Kenntniss nehmen würden, nicht zutreffen. Dagegen würde eine vom deutschen Geometerverein ausgehende, von der vorgenannten Commission auszuarbeitende Denkschrift, welche die Ansicht des Vereins darlegt und motivirt, die einzuschlagenden Wege genau und im Einzelnen bezeichnet, und welche demnächst an alle deutschen Regierungen übersandt werden müsste, wahrscheinlich nicht ganz spurlos vorübergehen. Im Nachstehenden werde ich mir erlauben, einzelne Punkte hervorzuheben, welche ich für erfolgreich und auch für erreichbar halte.

Die Regierungen müssen fortan darauf halten, dass die bestehenden Prüfungsvorschriften zunächst strenge beobachtet werden. Wenn ein zeitweiliger Mangel an Feld-

messern eintritt, so ist demselben nicht dadurch abzuhelfen, dass massenhafte Dispense von Beibringung des Schulzeugnisses ertheilt werden, sondern dadurch, dass die Stellung der Geometer durch Vermehrung der festen Beamtenstellen, durch Erhöhung der Tarife u. s. w. verbessert und die Carrière somit lohnender gemacht wird. Erforderlichen Falls ist einem solchen Mangel auch durch Beschäftigung nicht geprüfter Feldmesser, welche den Vereideten zugetheilt werden, abzuhelfen. Die Zulassung zum Examen ohne das vorgeschriebene Schulzeugniss darf nur dann stattfinden, wenn der Candidat unzweifelhaft nachweist, dass er auf anderem Wege die entsprechende allgemeine Bildung sich erworben hat.

Demnächst sind neue Prüfungsordnungen zu entwerfen, welche nach etwa 2 Jahren in Kraft treten müssen. Ausser den zur Zeit in Preussen gestellten Anforderungen an die wissenschaftliche Ausbildung ist in dieselben statt eines Theils die ganze sphärische Trigonometrie (welche ja ohnehin nur ein Theil eines Theils einer Wissenschaft ist), aufzunehmen.

Das Examen muss im Ganzen mehr darauf gerichtet sein, einen Maassstab für die allgemeine fachmännische Ausbildung des Candidaten abzugeben. Die Probekarte darf nicht einfach Copie, sondern muss eine selbstständige Aufnahme sein, aus welcher ersichtlich ist, in welcher Weise der Candidat die Aufgabe erfasst und durchgeführt hat. Die schablonenmässige Wiederkehr bestimmter Fragen, welche es den sogenannten Pressen möglich macht, eine ziemlich sichere Garantie für das Bestehen des Examens zu bieten, muss sorgfältig vermieden werden. Die Prüfungscommissionen sind anders zusammen zu setzen und, wenn nöthig, zu vermindern, da nicht an jedem Bezirks-Regierungssitze die geeigneten Persönlichkeiten sich vorfinden werden. In Preussen ist häufig der Katasterinspector der einzig Prüfende, die übrigen Mitglieder nur Zuschauer. Ausser praktischen Fachleuten ist vielleicht ein Lehrer einer höheren Schule der Prüfungscommission beizugeben.

Der (vorläufig einjährige) Besuch einer technischen Hochschule ist als obligatorische Bedingung in das neue Reglement aufzunehmen. Nach Mittheilungen der Herren *Doll* und *Jordan* ist an der polytechnischen Schule in Carlsruhe ein Cursus für Geometer eingerichtet. Durch die Freundlichkeit der Verwaltung des Polytechnikums in Aachen, welche mir vor Kurzem ein Programm übersandte, bin ich in den Stand gesetzt, mittheilen zu können, dass dort ein einjähriger Cursus für Geometer, welche das preussische Examen machen, und ein dreijähriger für Geodäten, welche sich eine umfassende Ausbildung aneignen wollen, eingerichtet ist.

Wenn man bedenkt, dass die meisten jungen Leute mit 18 Jahren das Zeugniss der Reife für Prima erwerben, mit 21 Jahren also sowohl den Besuch des Polytechnikums, wie die verlangte zweijährige Praxis hinter sich haben, also vor dem 22. Lebensjahre geprüfte Feldmesser sein können, welche in Preussen auf eine jährliche Einnahme von 800 bis 1000 Thaler rechnen dürfen und wichtige Arbeiten unter eigener Verantwortung ausführen, so wird man nicht behaupten können, dass ein einjähriges Studium zu viel verlangt sei.

Eine derartige Ordnung muss jedoch von vornherein als eine vorläufige bezeichnet werden. Inzwischen muss fortwährend auf die Verbesserung der Stellung der Feldmesser hingearbeitet werden. Die definitiven Stellen müssen noch weiter vermehrt, die Separations- und Eisenbahn-Geometer müssen Beamte werden, das Supernumeriren muss aufhören, *das Examen muss Anwartschaft auf Anstellung im Staatsdienste geben*, die Tarife müssen zum Theil erhöht und *vor Allem muss der Wirkungskreis erweitert werden.*

Wenn das geschieht, so bin ich fest überzeugt, dass die oben skizzirte Prüfungsordnung nach etwa 10 Jahren ihres Bestehens durch eine neue ersetzt werden kann, welche das Abiturientenexamen und dreijähriges Studium auf ihre Fahne schreibt und sich im Wesentlichen dem

im 7. Hefte des 2. Bandes dieser Zeitschrift abgedruckten Vortrage des Herrn Professor *Jordan* anschliesst.

Namentlich aus diesem Grunde möchte ich von der Verbindung der Geometerschulen mit Mittelschulen (Gewerbeschulen) dringend abrathen, da dadurch jede Fortentwicklung ausgeschlossen, und m. E. das Handwerk im Fach verewigt wird. Die davon vielleicht zu erzielenden augenblicklichen Vortheile würden mehr wie aufgehoben werden durch den Nachtheil, dass wir auf eine weitere Hebung unseres Standes für jede absehbare Zukunft verzichten müssten.

Andererseits würde schon jetzt der einjährige Besuch einer Hochschule manchem jungen Manne Veranlassung geben, noch ein zweites, vielleicht auch ein drittes Jahr zuzusetzen, und dem Fache dadurch ganz neue Elemente zuführen, welche auf die Bildung der übrigen Fachgenossen sicher nicht ohne Einfluss bleiben würden.

Der Erwägung einer derartigen, vom deutschen Geometerverein ausgehenden Denkschrift wird sich keine Regierung entziehen können, und wenn sie sich auch nicht alle unsere Anschauungen aneignet, so wird sie doch antworten, — wir werden Gelegenheit zu weiteren Darlegungen finden und zweifellos nicht ganz umsonst arbeiten.

Ich erwähne noch, dass die Regierungen ersucht werden müssen, bei Aufstellung neuer Prüfungsbestimmungen oder anderer auf unser Fach bezüglichen Festsetzungen vorher die gutachtliche Aeusserung des Vereins einzuholen, wie dies bei vielen anderen Vereinen ja bereits geschieht.

Zum Schlusse möchte ich alle Vereinsgenossen, welche über die Frage nachgedacht haben, auffordern, im Laufe dieses Jahres ihre Stimme hören zu lassen, um der mehrfach erwähnten Commission ihre schwierige Aufgabe zu erleichtern und ihr Gelegenheit zu geben, aus den verschiedensten Ansichten die beste Auslese zu entnehmen und zu verwerthen.

Cöln im Juli 1874.

Literaturzeitung.

Hülfstafeln zur barometrischen Höhenbestimmung nebst einer Anleitung zur Untersuchung und zum Gebrauch der Federbarometer. Mit einem Anhang, enthaltend die Höhen der württembergischen Eisenbahnstationen. Von Dr. *H. Schoder*, Professor der Geodäsie am K. Polytechnikum zu Stuttgart. Zweite verbesserte Auflage. Stuttgart, E. Schweizerbart'sche Verlagshandlung (E. Koch) 1874. 8°. 65 Seiten.

Die neue Auflage gibt, gleichwie die frühere, eine 17 Seiten umfassende Hilfstafel einer Grösse m mit den Argumenten $(b_1 + b_2)$, d. i. Summe der Barometerstände in Millimetern, und $(t_1 + t_2)$, d. i. Summe der Lufttemperaturen in Celsiusgraden; der Höhenunterschied in Metern folgt sodann nach der Formel

$$h = m\,(b_1 - b_2),$$

welche aus der bekannten *Bauernfeind*'schen Formel durch Einführung einer mittleren geograph. Breite und Meereshöhe für Württemberg, durch Vernachlässigung der Feuchtigkeit der Luft, sowie durch abgekürzte Reihenentwicklung des Gliedes $log\ \frac{b_1}{b_2}$ hervorgeht. Insbesondere wird

$$m = \frac{29{,}288\,(545{,}7 + t_1 + t_2)}{b_1 + b_2}.$$

$(b_1 + b_2)$ schwankt zwischen 1200 und 1540, $(t_1 + t_2)$ zwischen $-$ 20 und + 60 und sind die Intervalle dieser Argumente so klein, dass die Interpolation durch einen Blick auf die vier Nachbarwerthe geschehen kann, da es meistens auf einen Fehler im Betrage einer Einheit der zweiten Decimale von m, welches durchschnittlich etwa 11,00 beträgt, nicht ankommen wird.

Nächst der *grossen* Tafel gibt die neue Auflage noch eine nur eine Seite umfassende *kleine*, die auch recht bequem ist. Diese Tafel enthält die Theile von m gesondert, nämlich

$$\frac{29{,}288\,.\,545{,}7}{b_1 + b_2} \text{ und } \frac{29{,}288(t_1 + t_2)}{b_1 + b_2};$$

wie die Beispiele zeigen, leidet die Genauigkeit der Berechnung von m durch diese Zergliederung nur unerheblich.

Für die Multiplication der Barometerdifferenz mit m wird *der logarithmische Rechenschieber* empfohlen und scheint uns der Rechnungsgang alsdann, immer unter der vom Verfasser angenommenen Beschränkung auf kleine Höhendifferenzen, an Sicherheit und Schnelligkeit nichts zu wünschen übrig zu lassen. Dass *geübte* Arbeiter am genannten Schieber vielleicht (unter Anwendung der bekannten Hilfstheilung für die Temperatur) lieber die ganze Rechnung für h direct nach der abgekürzten Barometerformel, *ohne* die Tabelle für m zu benutzen, führen werden, kann den praktischen Werth der *Schoder*'schen Tafel nicht schmälern. Auch über den theoretischen Mangel der *gänzlichen* Vernachlässigung des Feuchtigkeitseinflusses kann man wegen der vorausgesetzten Beschränkung auf kleine Höhendifferenzen hinwegsehen, da durchschnittlich die Tafel die letzteren nur um beiläufig $^1/_{800}$ ihres Betrages zu klein angibt. Immerhin ist hiernach die Bemerkung S. 13, welche die Grenzen der Brauchbarkeit der Tafel betrifft, zu ergänzen.

Es darf hier vielleicht die Bemerkung einfliessen, dass wir die häufig beliebte Einführung eines *durchaus* mittleren Feuchtigkeitsgehalts der Luft für eine unnöthig grobe Annäherung halten. Wir bedauern es nämlich, wenn mit der *Laplace*'schen Barometerformel-Constante auch die bekannte sinnreiche Berücksichtigung derjenigen Aenderung des mittleren Feuchtigkeitsgehaltes über Bord geworfen wird, welche von der Lufttemperatur abhängt.

Man hat aber annähernd den Dunstdruck der Lufttemperatur proportional und kann für Deutschland denselben in Millimeter gleich 0,5 der Temperatur in Celsiusgraden setzen. Die beiden Glieder der Barometerformel, welche die *Luft-Feuchtigkeit und Temperatur* enthalten, lassen sich sodann in nur ein Glied und zwar sehr nahe den *Laplace*'schen Ausdruck

$$\left(1 + \frac{\text{Summe der Lufttemper.}}{500}\right)$$

zusammenziehen. Es kann mit Recht eingewendet werden, dass hiermit eine wesentliche Verschärfung der Rechnung im *einzelnen* Falle nicht erreicht werden wird; nach unserer Ansicht darf man aber desswegen die elegante Umformung nicht fallen lassen.

Ausser den Erläuterungen der Tafeln gibt der Text des Schriftchens eine kurze Notiz über die Interpolation von Höhen mittelst des Aneroids und ausführliche Anleitung sowohl zur strengen Ermittlung der Constanten desselben durch Behandlung der Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate, als auch zur genäherten Auswerthung. Gegen die frühere Auflage unterscheidet sich die neue vortheilhaft durch Berücksichtigung des *Goldschmidt*'schen Schraubenaneroids neben dem *Naudet*'schen Zeigeraneroide, sowie durch Feststellung des Genauigkeitsgrades der Höhenmessung mittelst dreier verschiedener Aneroide an der Hand zahlreicher Versuchsresultate. Für das gewöhnlich in der Praxis verwandte *Naudet*'sche (von 11 Cm. Durchmesser) folgt der *wahrscheinliche* Fehler einer Messung gleich $\pm$ 0,94 Meter aus 47 Resultaten bei Höhenunterschieden bis zu 113 Meter, gemessen im fahrenden Eisenbahncoupé. Ein kleineres *Naudet*'sches und ein *Goldschmidt*'sches gaben je $\pm$ 1,5.

Was die *genäherte* Auswerthung der Constanten anlangt, so können wir nicht umhin, darauf hinzuweisen, dass bei gleicher Bequemlichkeit den angegebenen Methoden andere vorzuziehen sein dürften. Beispielsweise hat man nach S. 25 zur Ermittlung des Theilungscoefficienten, welcher mit $^1/_p$ bezeichnet ist, die sich entsprechenden reducirten Quecksilber-Barometerstände b und Aneroidstände a:

	b	a
1.	738,0	915
2.	731,4	971
3.	728,0	1007
4.	719,2	1078
5.	718,9	1086
6.	709,9	1161
7.	709,2	1167

Setzt man die correspondirenden Werthe von b und a in die Formel

$$b = c - \frac{a}{p}$$

ein, so erhält man 7 Gleichungen, welche ausser p die Unbekannte c enthalten. Um diese letztere zu eliminiren, wird vorgeschlagen, *entweder* die 1. Gleichung von allen übrigen zu subtrahiren und aus der Summe der so erhaltenen Gleichungen p zu berechnen, *oder* je 2 auf einander folgende Gleichungen zu subtrahiren und die Summe dieser Gleichungen zu bilden. Ersteres Verfahren gibt aber der 1. Gleichung zu grosses Gewicht, letzteres berücksichtigt in Wahrheit nur die 1. und 7. Gleichung. Im *vorliegenden* Falle scheint uns das passendste Verfahren zu sein, die 1. Gleichung von der 5., die 2. von der 6., die 3. von der 7. zu subtrahiren, die 4. aber ganz wegzulassen. Man erhält

$$\begin{array}{r|l} 19{,}1\ p = 171 & p = 9{,}0 \\ 21{,}5\ p = 190 & p = 8{,}8 \\ 18{,}8\ p = 160 & p = 8{,}5 \end{array}$$

Die Summe der 3 Gleichungen gibt $59{,}4\ p = 521$ mit $p = 8{,}77$. Die Art der Behandlung der Zahlenwerthe gestattet zugleich einigermassen die vorausgesetzte Constans von p zu prüfen, denn die drei Einzelwerthe von p gehören bezw. zu den mittlern, eine steigende Reihe bildenden Ablesungen a 1000, 1066, 1087.

Ueberblicken wir das Werkchen im Ganzen genommen, so müssen wir es zu dem Besten auf dem betreffenden Gebiete rechnen, nicht blos seiner Tabellen wegen (von denen ja das den Anhang bildende Verzeichniss württembergischer Höhencoten nur wenigen Lesern zu gute kommt), sondern auch des Textes wegen. Ohne weitschweifig zu sein, wird in demselben doch Alles, was noth thut, erörtert und durch Beispiele belegt, und da der grösste und wichtigste Theil des Werkchens für ganz Mitteleuropa brauchbar ist, so sind wir überzeugt, dass der zweiten Auflage bald weitere folgen werden.

Im September 1874. *Helmert.*

Beobachtungen und Untersuchungen über die Eigenschaften und die praktische Verwerthung der Naudet'schen Aneroidbarometer von Carl Max von Bauernfeind. Mit 1 Steindrncktafel. Aus d. Abh. der K. bayer. Academie der Wissenschaften. II. Cl. XI. Band. III. Abth. München 1874. 56 Seiten 4°.

Das Erscheinen vorliegender Abhandlung haben wir mit grosser Freude begrüsst. Wir können uns allerdings der Ansicht des Herrn Verfassers nicht anschliessen, dass die vorhandene Literatur über den Gegenstand verschiedene Mängel habe, als da sind mangelhafte Begründung der Angaben über die Leistungsfähigkeit des Aneroids, nicht scharfe Begriffsbestimmung der Constanten und Fehlen experimentellen Nachweises der Zulässigkeit der Correctionsformel — vielmehr glauben wir, dass es einem angehenden Techniker an guten Schriften zur genauen Orientirung über diese Fragen nicht fehlt; aber einestheils interessirt die Schrift des berühmten Geodäten durch die Methode und gründliche Art der Constantenbestimmung, andererseits durch die aus seiner Feder schwerwiegende Bestätigung des Grades, der von andern zuverlässigen Autoren gefundenen Leistungsfähigkeit der Aneroide.

Der Herr Verfasser drückt die Beziehung zwischen dem reducirten Quecksilberbarometerstand A_0 und der Aneroidablesung B durch die Formel aus:

$$A_0 = B + c + b\,(760 - A_0) - a\,t$$

worin c die Standcorrection, b Theilungs- und a Temperatur-Coefficient sind. Die Zulässigkeit dieser Formel wird für drei Aneroide experimentell nachgewiesen. Eigenthümlich ist zunächst die Ausführung einer directen Bestimmung von c durch Herstellung des Druckes von 760 Millimeter unter der *Luftpumpe* und der Temperatur $t = 0$. Ausserdem wird c mit b gemeinsam bestimmt und zwar ebenfalls mit Benutzung der Luftpumpe und künstlicher Temperaturen t nahezu gleich Null. Die Ergebnisse zeigen gute Uebereinstimmung und es erscheint auch der mittlere Fehler einer Gleichung im Betrage von $\pm 0{,}18$ Millimeter nicht zu gross, schon allein mit Rücksicht auf die Druckschwankung von 670 bis 780 Millimeter. Die *Bauernfeind*'schen Versuche widerlegen die vielfach verbreitete Ansicht von der Unbrauchbarkeit künstlicher Druck- und Wärmeverhältnisse. Als günstigen Umstand könnten wir vielleicht sogar namhaft machen, dass wohl in Folge der *kurzen* Dauer der Versuche *verminderte* Drucke keine entschiedene Aenderung resp. Vergrösserung der Standcorrection anzeigten, während

bei Bergbesteigungen eine solche stets bemerkt wird und auch vom Verfasser bei Höhenmessungen mit einem der drei Aneroide gefunden wurde. Um nun die complicirten physikalischen Vorrichtungen überflüssig zu machen, hat der Herr Verfasser einen billigen *Apparat* erfunden, der gestattet, Drucke von 0,8 bis 1,2 Atmosphären herzustellen und dessen Beschreibung demnächst zu erwarten steht.

Vom praktischen Standpunkte aus scheint uns die Einführung von A_0 in das Glied der Theilungscorrection in der obigen Formel nicht ganz annehmbar. Allerdings gewinnt der Herr Verfasser durch dieselbe eine scharfe Definition von c, nämlich als Verbesserung von B bei dem *Luftdruck* 760 Millimeter; da man aber B direct beobachtet, so ist es bequemer zu setzen

$$A_0 = B + c' + b'(760 - B) - a't.$$

Hier ist c' nun der *Aneroidablesung* 760 entsprechend; die Formel ist aber theoretisch eben so richtig, als jene*) und man kann ohne Weiteres $b'(760 - B)$ aus einer Tabelle entnehmen.

Die Kenntniss der Temperaturcoefficienten a wurde aus Vergleichungen der Aneroide mit dem Quecksilberbarometer bei natürlichen Temperaturen zwischen -7 bis $+20$ Grad geschöpft; der mittlere Fehler einer Gleichung, in welche c und b den früheren Bestimmungen gemäss substituirt worden waren, ergab sich zu $\pm 0{,}18$ Millimeter, also vom selben Betrage wie oben, aber doch etwas grösser, als man vielfach errechnet findet.

Wohl nur einem Zufall zuzuschreiben ist es, dass die drei Versuchs-Aneroide, obwohl zum Theil von erheblich verschiedener Fabriknummer, doch gleich grosse b und ebenso gleich grosse a haben, was für letztere durch besondere Vergleichungen der Aneroide unter sich zum Ueberfluss constatirt wird. Allgemein findet jedoch für sonst gleiche *Naudet*'sche Aneroide die Uebereinstimmung der Theilungscoefficienten resp. Wärmecoefficienten *nicht* statt und ist darnach die Ausführung S. 32 zu beschränken.

Weiterhin folgen Mittheilungen über ausgeführte *Höhenmessungen* seitens des Herrn Verfassers. Für eine Messung einer Höhe von circa 7 Meter folgt der *mittlere* Fehler $\pm 1{,}35$ Meter und für Messung einer Höhe bis 140 Meter folgt aus 4 Versuchsreihen im fahrenden Eisenbahncoupé

*) Man bemerkt leicht, dass die Relationen bestehen:

$$c' = \frac{c}{1+b}, \quad b' = \frac{b}{1+b}, \quad a' = \frac{a}{1+b}.$$

mit im Ganzen 83 geometrisch nivellirten Höhenunterschieden der mittleren Fehler $\pm$ 1,63 Meter *). Grössere Höhen sind zwei gemessen, die sich mit trigonometrischen und quecksilberbarometrischen Messungen vergleichen liessen. Meereshöhe in Par. Fuss.

	Aneroid.	Quecks.Bar.	Trigonometr.
Wendelstein	5720	5720	5692
Hochgera	5405	5436	5379

Die Standcorrection des obern Aneroids fand sich bei der Rückkehr um wenig mehr als 0,6 Millimeter gewachsen, indessen ist bei der Höhenberechnung angenommen, dass zur Zeit der Messung diese Aenderung *noch nicht* eingetreten sei. Dürfte man aber aus wenigen Fällen einen Schluss auf die Allgemeinheit ziehen, so scheint es uns richtiger, anzunehmen, dass die Aenderung immer *während der Bergbesteigung* schon zum grössten Theil eintritt; denn *verkleinert* man die mit dem Aneroid ermittelten Meereshöhen der Aenderung von 0,6^{mm} entsprechend um circa 20 Fuss, so zeigt sich in der That mit dem trigonometrischen Resultate sehr gute Uebereinstimmnng. Ein von Herrn *Jordan* gegebenes Beispiel, B. II. dieser Zeitschrift S. 30 und 31 gibt auch bessere Uebereinstimmung, wenn man die Aenderung der Standcorrection bei der obern Station berücksichtigt, nämlich für die Höhe von 549 Meter ist alsdann das Ergebniss 551 Meter gegen 557 im andern Falle.

Der Schlussabschnitt der Abhandlung behandelt die wichtige Frage über die *zulässige horizontale Entfernung* der correspondirenden Barometer mittelst einer Versuchsreihe von 40 correspondirenden Messungen an zwei um 14 Meilen entfernten, aber *nicht* durch Gebirge getrennten Orten, München und Regensburg, bei 176 Meter Höhendifferenz. Der mittlere Fehler einer Messung wird $\pm$ 5,3 Meter und der Maximalfehler gleich 9,7 Meter. Die Druckverhältnisse in den respectiven Luftsäulen zeigen Unterschiede, die in den über 5 Tage sich erstreckenden Beobachtungen nur 5 mal das Zeichen wechseln. Wiederholung der Beobachtungen an demselben Tage würde sonach in diesem Falle die Genauigkeit des Resultats nur wenig fördern.

Wir haben im Vorhergehenden einen Ueberblick über den Inhalt der vorliegenden Abhandlung zu geben versucht, um den Leser von dem hohen Interesse, welches dieselbe erregt, eine Vorstellung zu geben. Bei näherem Studium der Abhandlung wird man finden, dass der

*) Es ist wohl ein Druckfehler, wenn 1,525 angegeben wird, da für jede der 4 Reihen *einzeln* mehr als dies folgt.

mathematische Theil derselben hinter dem physikalischen etwas zurücksteht; besonders gilt dies von der Erläuterung S. 23 oben, zu der der Herr Verfasser nicht verleitet worden wäre, hätte er S. 22 die Berechnung des Wärmecoefficienten *a* nach denselben Principien ausgeführt, wie S. 14 u. f. diejenige des Coefficienten *b*. *Helmert.*

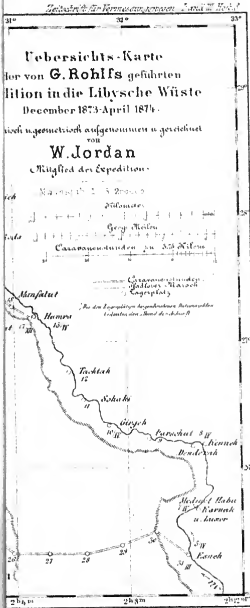
Hilfstafeln für barometrische Höhenmessung, berechnet und herausgegeben von *W. Jordan*, Professor der Vermessungskunde am Polytechnikum zu Carlsruhe. Stuttgart 1874. Verlag von Konrad Wittwer. (0,6 Mark.)

Diese autographirten Tabellen stimmen im Wesentlichen mit den entsprechenden Tabellen desselben Verf. im ›Deutschen Geometerkalender‹ überein, nur ist das Intervall des Arguments für die ›Rohen Meereshöhen‹ auf 0,1 Millimeter gebracht. Zunächst für den Gebrauch bei Vermessungen in Baden bestimmt, sind sie doch für ganz Deutschland brauchbar innerhalb Barometerständen von 610 bis 769 Millimeter und Lufttemperaturen von — 5 bis + 35 °C. Die Schnelligkeit der Rechnung, welche die Tabellen gestatten, ist eine allen Anforderungen genügende, ohne dass die Schärfe der Rechnung von dem Betrage des Höhenunterschieds abhängt; es beträgt die letztere etwa 0,2 Meter, was immer auch bei kleinen Höhendifferenzen ausreicht.

Um dem Leser eine Uebersicht der Rechnungsarbeit zu geben, berechnen wir ein Beispiel mit mehr als 2 Stationen und constanter Lufttemperatur gleich 10° C. Man wird bemerken, dass nur bequeme Interpolationen, Additionen und Subtractionen aber *keine Multiplikationen* auszuführen sind.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Reducirter Bar. Stand.	Rohe M. Höhe	Temp. Correct.	Summa.	Meereshöhe.	Nivellirt.	Fehler.
747,43	163,8	— 2,9	160,9	[178,5]	[178,5]	`
743,88	204,1	— 3,5	200,6	218,4	219,2	+ 0,8
742,30	222,2	— 3,9	218,3	235,9	236,6	+ 0,7
739,78	251,0	— 4,3	246,7	264,3	264,3	+ 0,0

In Frage kommen hier nur die Rubriken 2 bis 5 und ist bezüglich der dritten zu bemerken, dass ich die rohen Meereshöhen, nicht aber wie gewöhnlich geschieht, die Höhenunterschiede, wegen Temperatur corrigirt habe. Mit Rücksicht auf die *constante* Temperatur (die man in ähnlichen Fällen immer supponiren kann) entsteht dadurch eine Rechnungsersparniss. Um die 5. Rubrik aus der 4. abzuleiten, ist nur eine kleine Constante, 178,5 — 160,9 = 17,6 allenthalben zu addiren. *Helmert.*


Zeitschrift für Vermessungswesen Band III Heft 5
31°
32°
33°
Uebersichts-Karte
der von G. Rohlfs geführten
dition in die Libysche Wüste
December 1873-April 1874.
isch u. geometrisch aufgenommen u. gezeichnet
von
W. Jordan
Mitglied der Expedition.
Kilometer
Geogr. Meilen
Caravanenstunden zu 3.75 Kilom.
Caravanenstunden.
Pfadloser Marsch
Lagerplatz
Mnfalut
Hamra
Tachtah
Sohaki
Girgeh
Farschut
Keneh
Denderah
Medinet Habu
Karnak
u. Luxor
Esneh
29°
28°
27°
26°
25°

Geographische Aufnahmen in der libyschen Wüste, ausgeführt auf der von G. Rohlfs geführten Expedition im Winter 1873—74.

Von W. Jordan.

(Mit einer Uebersichtskarte.)

Nachdem über den Gang dieser Aufnahmen in 2 Briefen von Siut und Farafreh bereits Einiges berichtet worden ist (vergl. Seite 90—99 dieses Bandes), bin ich im Stande, jetzt nach Beginn der endgiltigen Berechnungen einen vollständigen Ueberblick über die angewandten Methoden und die zu erwartenden Resultate zu geben.

Obgleich die Grundlage der Aufnahmen rein astronomisch ist, halte ich doch ausführliche Darlegung in dieser Zeitschrift nicht für unpassend, weil alle ausgedehnten rationellen Vermessungen solche Grundlagen verlangen und sogar der Eisenbahningenieur, welcher in den weniger cultivirten Theilen Europas Vorarbeiten unternimmt, wo nicht die Berge und Thäler mit trigonometrischen Signalsteinen besetzt sind, keine brauchbare Arbeit ohne astronomische Messungen erlangen kann*).

Meine Aufgaben bei der Expedition waren: Astronomische Ortsbestimmung, Führung eines Itinerars, Topographie, barometrische Höhenmessung und im Anschluss hieran

*) Als Bestätigung hievon erwähne ich einen Aufsatz von Dr. Ferdinand von Hochstetter in Petermanns Geogr. Mittheilnngen 1872 S. 2, welcher in Betreff der Aufnahmen deutscher Ingenieure in der Türkei sagt: „Bei dem Versuche, die einzelnen Aufnahmslinien, wie sie von den Topographen der verschiedenen Ingenieurbrigaden vorlagen, an einander zu schliessen, ergaben sich grosse Schwierigkeiten. Die Fehler, die beim Anschluss einzelner Linien vorkamen, hätten sich nur vermeiden lassen, wenn ich die Lage der Städte nach sicheren Ortsbestimmungen hätte controliren können."

Erfährt man allerdings von jenen Ingenieuren, welche vor einigen Jahren aus Süddentschland zu türkischen Eisenbahnaufnahmen giengen, dass nicht einmal die Declination der Magnetnadel des „Tacheometers" astronomisch bestimmt wurde, so kann die Unmöglichkeit des Zusammenpassens nicht mehr wundern.

Meteorologie. Zu den astronomischen Bestimmungen hatte ich einen Theodolit mit Bussole, einen Spiegelsextanten und einen Taschenchronometer (vergl. S. 90).

Der Theodolit diente zur Breitenbestimmung mit Polarstern und Sonne. Vor Sonnenuntergang stellte ich mittelst Bussole und Höhenkreis das Fernrohr des Theodolits vorläufig auf den Polarstern ein, so dass derselbe etwa 5 Minuten nach Sonnenuntergang im Gesichtsfeld erschien, während noch Faden und Kreistheilung ohne künstliche Beleuchtung zu sehen waren. Gewöhnlich konnte ich so 3 vollständige Sternhöhen in je 2 Fernrohrlagen mit zusammen 12 Ablesungen im Laufe von 10 Minuten erlangen. In dieser Weise wurden die Breiten von 60 Punkten, d. h. fast aller Lagerplätze, bestimmt. Sobald einmal eine solche Abendbestimmung gemacht ist, wobei der Ort des Sterns aus genäherter Breite, seinem Stundenwinkel und der magnetischen Declination bestimmt werden muss, hat man an jedem folgenden Tage nichts Anderes zu thun, als Bussole und Höhenkreis ungefähr auf die Ablesungen des vorhergehenden Abends zu stellen, um sicher den Stern gleich bei Beginn der Dämmerung zu treffen. Einstellung auf Höhe oder Azimuth allein genügt nicht zum Auffinden, wie man etwa vermuthen könnte. Ebenso einfach ist die Berechnung, welche hauptsächlich das Product aus Polabstand des Sterns und Cosinus des Stundenwinkels verlangt. Die Genauigkeit lässt Nichts zu wünschen übrig, der Höhenwinkel kann wohl auf 10—20″ genau erhalten werden, also ebenso genau die Breite; 10—20″ Breitenfehler entsprechen 0,3—0,6 Kilometer Entfernung auf der Erde.

Bei Gelegenheit dieser Breitenbestimmung wurde gewöhnlich auch die magnetische Declination oder ›Missweisung‹ (nach Seemannsausdruck) an der Bussole gemessen.

An Rasttagen maass ich mit demselben Instrument Ortszeit aus correspondirenden Sonnenhöhen, Declination der Magnetnadel ebenfalls aus correspondirenden Sonnenhöhen und Breite aus Sonnenmittagshöhen.

Für die Zeit nahm ich mindestens 10 Vormittagshöhen

und 10 entsprechende Nachmittagshöhen, woraus das Mittel auf 1 Sekunde sicher erhalten wird. Für Mittagsverbesserung hatte ich eine Tafel, giltig für die Breite 27°, zu Hause berechnet, so dass die Ortszeit durch Zufügen dieser Mittagsverbesserung und der Zeitgleichung zu dem unverbesserten Mittag ohne jegliche weitere Rechnung auf 1—2 Sekunden erhalten wurde, was auf der Reise selbst genügte.

In Deutschland leiden die correspondirenden Beobachtungen an der Unsicherheit, ob Nachmittags der Himmel zur nöthigen Zeit hell ist; in Afrika ist diese Sorge überflüssig, vom November bis Mai kam es unter 72 Fällen nur einmal vor, dass die Nachmittagsbeobachtungen wegen Wolken theilweise verloren giengen. Demnach hatte ich nur in seltenen Fällen nöthig, Ortszeit aus einzelnen Sonnen- oder Sternhöhen und mit Benutzung der Breite zu bestimmen, und es können die Ortszeiten im Vergleich zu dem Chronometergang als fehlerfrei betrachtet werden.

Es handelte sich also nur noch um den Gang des Chronometers, um jederzeit die geographische Länge angeben zu können. Da ich erst 5 Wochen vor Abgang der Expedition zu derselben eingeladen worden war, und kaum 3 Wochen vorher in den Besitz eines Taschenchronometers kam, auch bei der unsicheren Novemberwitterung und dem Mangel einer Sternwarte in Carlsruhe auf Zeitbestimmungen aus einzelnen Sonnenhöhen angewiesen war, deren vór Abgang in der Zeit vom 26. October bis 14. November noch 10 Gruppen erlangt wurden, so konnte ich zwar constatiren, dass der mittlere Gang in dieser Zeit nahezu Null war, indessen wäre die Untersuchung des Gangs wenigstens etliche Monate lang, auch die Mitnahme eines zweiten Chronometers sehr erwünscht gewesen. Uebrigens konnte ich den Gang noch auf der Reise, auf der Sternwarte von Dr. *Lamont* in München, und nach den Signalschüssen in den Häfen von Triest und Alexandrien einigermassen controliren.

Mit diesen Vergleichungen 117 Tage lang auf die

ganze Expedition die Zeit vorwärts zu berechnen, gieng offenbar nicht an, deshalb musste ich bei Zeiten an Monddistanzen denken. Es wurden deren im Ganzen 300 an den 11 Hauptorten an 15 verschiedenen Abenden mit einem Sextanten von 12^{cm} Halbmesser gemessen.

In der ersten Hälfte der Expedition fand sich auch 3mal die Zeit, um Monddistanzen zu reduciren, wozu dann die Höhen unmittelbar gemessen wurden, während sonst die Höhen der späteren Berechnung überlassen blieben, im zweiten Theil der Expedition dagegen berechnete ich nur noch relative Längen mit dem Chronometer und zwar unter Annahme des Ganges, den der jeweilige letzt vorhergehende 8—10tägige Aufenthalt gezeigt hatte, wodurch auch alle auf der Reise nöthige und überhaupt mögliche Sicherheit des Itineras erreicht wurde.

Die Monddistanzen sind jetzt in 36 Gruppen von je 7—10 Einzelmessungen je 2fach unabhängig berechnet (die eine der beiden Rechnungen verdanke ich der trefflichen Hülfe von H. Dr. Zimmermann in Carlsruhe) und zwar genauer als auf der Reise selbst möglich war.

Der Spiegelsextant selbst erscheint als eine Quelle von Fehlern, wenn man nicht, wie häufig der Seemann, mit Genauigkeit von 1—2 Zeitminuten zufrieden ist. Auf der Reise rechnete ich vorläufig ohne Rücksicht auf die Sextantenfehler. Der Einfluss der Blendgläser, den ich durch 165 mit verschiedenen Combinationen und Stellungen der Gläser gemachte Indexfehlerbestimmungen (mit Sonne) in aller Schärfe untersucht habe, darf nicht vernachlässigt werden. Schwerer war es, den Excentricitäts- und Theilungsfehlern beizukommen; ich wählte hierzu eine zwar sehr mühsame, aber sicher zum Ziele führende Methode, nämlich die Messung von *Fixsterndistanzen.* Ich habe bis jetzt 7 Fixsterndistanzen, jede an verschiedenen Abenden, je 50—70 mal gemessen und die Resultate der Messung mit den aus Rectascension und Declination berechneten Distanzen verglichen, nachdem die Reduction wegen Refraction wie bei Monddistanzen vorgenommen war. Bereits zeigt sich dabei eine ziemlich gesetzmässig ver-

laufende Correction, und weitere Fortsetzung wird die Sextantenfehler auf einige Sekunden genau bestimmen lassen.

Alle diese Untersnchnngen vor der Abreise vorzunehmen, oder statt des Sextanten einen Pistor'schen Prismenkreis mitzunehmen, war ich durch die oben erwähnte Kürze der Vorbereitungszeit*) verhindert gewesen, indessen lag wenigstens mehrfaches Material aus früheren Uebungsmessungen vor, aus dem ich, im Falle des Verlustes des Sextanten auf der Reise, die Sextantenfehler hätte ungefähr bestimmen können.

Zur endgiltigen Längenberechnung wird eine Ausgleichungsrechnung erforderlich sein, welche alle absoluten Bestimmungen der Zeit, sowohl die an Punkten mit bekannter Länge gemachten Ortszeitbestimmungen, als auch die aus Monddistanzen hergeleiteten Greenwichzeiten einem mittleren Gang des Chronometers anzupassen hat, wobei als Nebenbedingungen auftreten die Bestimmungen des Chronometergangs bei mehrtägigen Pausen im Marsch und bei der mehrfach vorgekommenen Zurückkunft auf alte Punkte (Farafreh Dachel Siut).

An dem Indexfehler des Sextanten, der bei jeder Messung besonders bestimmt wnrde, ist die auffallende Erscheinung einer langsamen Aenderung gemacht worden. Die Indexcorrection hat sich im Laufe eines Jahres von 7′45″ auf 6′45″ geändert mit Unregelmässigkeiten von 10—15″.

Eine neue Längenbestimmungsmethode habe ich in der Messung *correspondirender Mondhöhen* einmal angewendet. Nimmt man eine Anzahl von Mondhöhen vor der Culmination und ungefähr correspondirend eine Gruppe von Höhen nach der Culmination, so kann man daraus ähnlich wie bei correspondirenden Sonnenhöhen die Zeit der

---

*) Die Sorge um Zeitbestimmnngen für den Chronometergang, Beschaffung eines Theodolits und eines Quecksilberbarometers für die Reise, Vergleichungen der meteorologischen Instrumente, Beibringung untergeordneter Instrumente und der nöthigen Literatur, endlich persönliche Ausrüstung, auch der ursprünglich nur auf genäherte Ortsbestimmung weniger Punkte lautende Auftrag dürfte mehr als genügende Erklärung sein.

Mondculmination berechnen und damit den Zeitunterschied gegen Greenwich. (Weitere Auseinandersetzung scheint hier nicht geboten.) Auf einer Einsiedelstation in der Wüste westlich von Dachel fand ich Gelegenheit, diese Methode mit 30 Höhen je vor und nach der Culmination anzuwenden, deren jetzt erfolgte endgiltige Berechnung die Länge sehr genau gibt in schöner Uebereinstimmung mit einer Gruppe von 40 Monddistanzen, nachdem an letzteren die erwähnten Sextantencorrectionen angebracht sind.

Auf der ganzen Reise von 68 Marschtagen mit durchschnittlich 9 Stunden führte ich ein genaues Itinerar nach Marschzeiten und Compasspeilungen. Alle Pausen wurden auf Minuten genau notirt. Zur Ermittlung der Wegrichtung diente ein einfacher Taschencompass von 7^{cm} Durchmesser mit Theilung von 10 zu 10°. Die Marschrichtung einer Caravane zu messen scheint beim ersten Anblick eine sehr unsichere Sache; am besten kommt man zum Ziele, wenn man zu Fusse 5—10 Minuten in den Fussstapfen der Kamele zurückbleibt und von Zeit zu Zeit stillstehend von freiem Auge über den horizontal in der Hand gehaltenen Compass hinwegvisirt, den man zuvor so gedreht hat, dass die Nadel auf 0° und 180° einspielt. Nach verschiedenen anderen Versuchen z. B. mit einer Schmalkalderschen Bussole, welche eigentliches Visiren durch ein Diopter und gleichzeitiges Ablesen der Theilung mittelst Prismas gestattet, kam ich immer wieder auf diese einfachste Methode zurück; zwar für den Gebrauch zu Fusse liessen sich zweckmässigere Instrumentchen construiren, aber zu Kamel ist Alles zu complicirt. Statt von hinten kann man natürlich die Caravane auch von vorne peilen, wenn man sicher weiss, dass man selbst auf dem Pfade ist; auf dem Kamel wird man namentlich dann peilen, wenn ein entferntes Wegzeichen sichtbar ist oder die ganze Caravane zufällig dauernd gerade aus marschirt*).

*) Professor Ascherson hat auf dem 2ten Marsch von Dachel nach Farafreh, den er mit einer detaschirten Caravane theilweise auf neuem Wege machte, einige Richtungsbestimmungen beson-

Die Peilungsfehler sind von einander unabhängig und gleich wahrscheinlich positiv und negativ. Denkt man sich eine nahezu geradlinige Marschlinie von der Länge L in n gleichen Abschnitten von der Länge l je einfach mit dem mittleren Winkelfehler δ gepeilt, so ist die mittlere Abweichung für die Länge l der Werth $l\delta$ und die mittlere Gesammtabweichung

$$l\,\delta\sqrt{n} = \delta\sqrt{L\,l}$$

Der mittlere Richtungsfehler der Strecke L ist

$$\Delta = \frac{l\,\delta\sqrt{n}}{L} = \frac{l\,\delta\sqrt{n}}{n \cdot l} = \frac{\delta}{\sqrt{n}}$$

d. h. der mittlere Richtungsfehler des Gesammtzuges ist umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Anzahl n der Peilungen.

Nimmt man etwa $\delta = 10^\circ$ und für 1 Tag, an welchem 36 Kilometer zurückgelegt werden, $n = 16$ Peilungen, so wird $\Delta = 2{,}5^\circ$ und die entsprechende Abweichung bei 36 Kilometer Länge $= \frac{36 \cdot 2{,}5}{57{,}3} = 1{,}6$ Kilometer.

oder für einen 20tägigen Marsch von 720 Kilometer Länge mit täglich 15 Peilungen

$$\Delta = \frac{10}{\sqrt{300}} = 0{,}58^\circ = 0^\circ 35'$$

und die entsprechende Abweichung nur 7 Kilometer.

Muss man den mittleren Einheitsfehler $= \pm\ 20^\circ$ annehmen, so verdoppeln sich alle anderen Fehler. Bei längeren Märschen in der Ost-West-Richtung kann man die Peilungen durch die Breiten controliren. Nach den hiebei gemachten Erfahrungen muss der mittlere Peilungsfehler grösser als 10° angenommen werden. Als Beispiel einer Wiederholung desselben Marsches führe ich an: von Farafreh bis Bir-Diker am 3. Januar: $121{,}3^\circ$ und am 13. März: $128{,}8^\circ$, die beiden Wege waren nicht genau

derer Art gemacht und mitgetheilt, er hat nämlich den Winkel der jeweiligen Schattenrichtung mit der Wegrichtung geschätzt, und da er den Gang seiner Uhr durch Notirung der Sonnenuntergänge controlirte, kann ich daraus die Sonnenazimuthe und die Wegrichtung berechnen.

dieselben, was aber auf das schliessliche Resultat keinen Einfluss haben kann. Eine andere Ueberlegung drängt sich hier noch auf: Die Peilungsgenauigkeit wird wesentlich beeinflusst durch die Beschaffenheit und Entfernung der Zielpunkte, je entfernter dieselben sind, desto sicherer ist das Resultat unter sonst gleichen Umständen. Es kann nun vorkommen, dass man schon Morgens einen fernen Berg, eine hohe Düne, eine Oase oder irgend ein Object, das man Abends zu erreichen hofft, sieht und peilen kann; diese eine an und für sich allerdings sichere Peilung gibt aber doch ein 4—5mal ungenaueres Resultat als die viertel- oder halbstündige Wiederholung der Peilung, abgesehen von der Festlegung der Wegkrümmungen.

Die oben ermittelte theoretische Genauigkeit wird erreicht, wenn man die Peilungen einzeln richtig verwerthet oder sie bei nicht zu starken Brechungen in ein arithmetisches Mittel zusammenfasst.

Ich entnehme dem Itinerar ein Tagesbeispiel sowohl in der einfachen Form der vorläufigen Berechnung als auch in der definitiven Ausführung.

Vorläufige Rechnung.
Marsch von Bacharieh nach Farafreh 8. März 1874.

Pause.	Zeiten.	Marsch.	Zeit.	Peilung.
	7h 35m		7h	230
0h 6m	9 9	1h 34m	8	220
	9 15		9	220
	10 25	1 10	10	220
10	10 35		11	205
	1 10	2 35	12	210
10	1 20		1	200
	2 5	0 45	2	205
5	2 10		3	220
	5 46	3 36	4	230
			5	230
31m	10h 11m	9h 40m	Mittel	217°

Missweisung — 7°

Azimuth 210°
von Nord über Ost.

Mit der Marschzeit $9^h\ 40^m$ und dem Azimuth 210° wurde der betreffende Tag in die Karte eingetragen, worauf noch die Probe durch die Polarsternbreite erfolgte.

Alle von mir aufgezeichneten Zeiten sind Chronometerzeiten (nahezu Berliner Zeit), so dass nachher jede wünschenswerthe Verwandlung z. B. in mittlere oder wahre Ortszeit bei meteorologischen Aufzeichnungen in aller Schärfe gemacht werden kann.

In endgiltiger Berechnung, mit Benützung aller Originalzahlen erhielt man dagegen:

Pause.	Zeit.	Zeitunterschied Δt	Peilung α	$\Delta t \sin \alpha$	$\Delta t \cos \alpha$
h m	$7^h\ 35^m$	m		—	—
		15	230	11,5	9,6
	7 50	15	240	13,0	7,5
	8 5	5	210	2,5	4,3
	8 10				
6		74	220	47,6	56,7
	9 30	15	210	7,5	13,0
	9 45	10	240	8,7	5,0
	9 55				
10		70	210	35,0	60,6
	11 15	45	205	19,0	40,8
	12 0	25	210	12,5	21,7
	12 25	35	190	6,1	34,5
	1 0				
10		50	200	17,1	47,0
	2 0				
5		50	205	21,1	45,3
	2 55	20	225	14,1	14,1
	3 15	70	220	45,0	53,6
	4 25	25	230	19,2	16,1
	4 50	45	240	39,0	22,5
	5 35	11	210	5,5	9,5
	5 46				
31		580^m		324,4	461,8
		$9^h\ 40^m$			

Das Tagesmittel der Peilungen findet man aus

$$tang\ \alpha = \frac{-324{,}4}{-461{,}8}$$

$\alpha = 215{,}1^0$
Missweisung $= -6{,}9^0$

Azimuth $= 208{,}2^0$ von Nord über Ost.

Die Tagesmittel der Peilungen in dieser Weise genau zu berechnen ist nicht absolut nöthig, da man in der definitiven Construction doch den Weg eines Tages nicht geradlinig zeichnen darf. Um zu sehen, wie genau die auf der Reise selbst allabendlich gezogenen Mittel sind, berechnete ich für die Strecke Sitrah-Bacharieh-Farafreh die Tagesmittel nachher streng und fand Folgendes:

Tag	Azimuth vorläufig	Azimuth genau	Marschzeit
28. Februar	115°	118,6	$6^h 43^m$
1. März	111	107,6	8 50
2. März	93	91,8	9 53
3. März	104	103,3	10 32
4. März	106	102,0	12 49
5. März	104	104,0	10 5
6. März	122	123,8	5 38
8. März	210	208,2	9 15
9. März	199	199,1	8 29
10. März	213	210,6	10 53
11. März	210	212,5	9 52

Ebenso gab auch der lange Marsch von Regenfeld nach Siuah nur eine durchschnittliche Abweichung von 2° zwischen den auf der Reise selbst abendlich berechneten und den definitiv bestimmten Tagesmitteln der Peilungen.

Mit dem genauen Itinerar, wie es auf Seite 357 zusammengestellt ist, kann man nun jeden Tagesmarsch mit Transporteur und Maassstab auftragen, oder auch die Coordinaten aller Brechnungspunkte berechnen. Die Coordinatenberechnung für den als Beispiel gewählten Tag 8. März gibt Folgendes, wobei als X-Achse der südliche Zweig des magnetischen Meridians und als Y-Achse die westlich dazu gezogene Senkrechte gilt. Als Maasseinheit ist vorerst die Marschminute beibehalten.

Zeit.	y	x	Zeit.	y	x
$7^h\ 35^m$	0	0	12 25	157	219
7 50	11	10	1 0*)	163	254
8 5	24	17	2 0	180	301
8 10	27	21	2 55*)	202	346
9 30*)	75	78	3 15	216	360
9 45	82	91	4 25	261	414
9 55	91	96	4 50	280	430
11 15*)	126	157	5 35	319	452
12 0	145	197	5 46	324	462

Diese Rechnung entspricht ungefähr derjenigen, welche der Seemann die ›Koppelkursrechnung‹ nennt (Freeden Handbuch der Nautik Seite 159 und 160). Der Seemann reducirt jedoch vor der Rechnung seine im Laufe eines Tages gesteuerten Kurse durch Anbringung von Abtrift und Missweisung etc. auf wahre Kurse und berechnet dann die Breitenunterschiede und die „Abweitungen‹ (entsprechend Abscissen und Ordinaten) mittelst der Strichtafel, wie der Geometer seine Coordinaten nach der Coordinatentafel, und zwar in demselben Maass, in welchem die gesegelte Distanz vorliegt, d. h. in Seemeilen (1 Seemeile = 1 Aequatorminute, also auch nahezu = 1 Breitenminute). Durch Multiplication der Gesammtabweitung mit der Secante der Mittelbreite erhält man dann den Längenunterschied.

Es unterliegt keinem Anstand, dieses zu Lande ebenso zu machen, und in der That ist auch die vorstehende Rechnung einfach nach der ›Koppeltafel nach Graden‹ gemacht, welche sich in den ›nautischen astronomischen und logarithmischen Tafeln‹ von Domke S. 17 — 61 ausser der ›Koppeltafel nach Strichen‹ findet. (Es scheint hiernach, dass auch zur See die gewöhnliche Theilung des Quadranten in 90 Grade die seemännische Theilung in 8 Striche und 32 Viertelsstriche zu verdrängen beginnt.)

*) Bei den mit * bezeichneten Internallen sind nach der Zusammenstellung auf S. 356 Pausen zu berücksichtigen.

Auf der Reise selbst scheint die viel einfachere Zusammenstellung von Seite 356, allabendlich ausgeführt, zu genügen, wenn nöthigenfalls der Tagesmarsch bei starken Brechungen in einzelne Theile zerlegt wird, wie durch die oben mitgetheilte Uebereinstimmung zwischen den Rechnungen der Reise mit der definitiven Ausarbeitung bewiesen wird, indessen würde ich doch in einem 2ten solchen Falle nach den gemachten Erfahrungen vorziehen, das Itinerar ganz nach Seegebrauch in lithographirtem Formular zu führen, wozu eine einfache ›Koppeltafel‹ im Taschenbuch mitzuführen wäre, um sofort unterwegs bei jeder Peilung auch Breitenunterschied und Abweitung einzutragen und Abends nur noch die Addition zu machen.

In der Ausarbeitung zu Hause sind rechtwinklige Coordinaten am bequemsten, gleichgiltig ob auf den astronomischen oder auf den magnetischen Meridian bezogen. Auch geht es kaum an, die Marschzeiten sofort in absolutes Maass zu verwandeln, weil der endgiltige Maassstab erst durch vorläufiges Auftragen gewonnen werden muss. Die Veränderlichkeit des Kartenmaassstabes, welche von der Projectionsverzerrung herrührt, kommt neben der Unsicherheit über den Werth einer Marschstunde nicht in Betracht. Als Projection empfiehlt sich die Mercator'sche, weniger aus theoretischen Gründen wie beim Seemann, als aus Bequemlichkeitsrücksichten.

Dass die Caravanengeschwindigkeit auf der Expedition zum Theil mittelst eines Messrades bestimmt wurde, ist bereits auf Seite 97 dieses Bandes mitgetheilt; für den grösseren Theil des Itinerars liegt aber eine solche Wegmessung nicht vor, und da auch die mit dem Rad erhaltenen Resultate wegen der unvermeidlichen kleinen Krümmungen reducirt werden müssen, hat man unter allen Umständen aus einer vorläufigen Itinerarconstruction den Werth einer Marschstunde zu ermitteln und dann endgültig aufzutragen, etwa im Massstab 1:500000.

Für die Bestimmung der absoluten Geschwindigkeit

kann man fast nur die Routen benutzen, welche ungefähr in der Meridianrichtung liegen, denn bei den anderen kann man umgekehrt in die Lage kommen, die Positionen der Endpunkte theilweise nach den Marschzeiten zu ändern, weil es absolut unmöglich ist, die geographischen Längen mit den dem Entdeckungsreisenden verfügbaren astronomischen Mitteln so genau zu bestimmen, dass die Fehler nicht auf der Karte sogar in dem kleinen Massstab von 1:2000000 deutlich wahrnehmbar bleiben.

Als gutes Beispiel eines Meridianmarsches kann die Route Regenfeld-Siuah dienen. Das Itinerar weist hiefür 126 Stunden 31 Minuten Marschzeit nach, oder wenn wir die Marschminute (M) als Einheit nehmen, ist die Weglänge = 7591 M. Die Koppelkursrechnung gibt hiefür einen Breitenunterschied = 6747 M.

Nun hat die Koppelkursrechnung der einzelnen Tage ergeben, dass das geradlinige Polygon, welches man durch die einzelnen Lagerplätze als Eckpunkte legen kann, eine Länge von 7341 Marschminuten hat, die Projection dieses Polygons auf den Meridian beträgt 6747 Minuten und die geradlinige Verbindung von Regenfeld mit Siuah wäre in 7306 Minuten zurückgelegt worden.

Nun ist die Breite von Regenfeld = 25°10,8′, die Breite von Siuah = 29°11,6′ und man hat einen Breitenunterschied von 4°0,8′, welcher 444,66 Kilometern entspricht. Der mittlere Werth einer Marschstunde wäre also $= 60 \, \frac{444,66}{6747} = 3,954$ Kilometer unter der Voraussetzung, dass man von Lagerplatz zu Lagerplatz geradlinig gegangen wäre, endlich die wirkliche Marschstunde wird werden $\frac{7591}{7341} \, 3,954 = 4,09$ Kilometer.

Bei einem unter ähnlichen Umständen gemachten Marsch wird man also 1 Stunde = 3,95 oder 4,09 Kilometer in Rechnung bringen, jenachdem man nur nach einzelnen Tagereisen mit Tagesmitteln der Peilungen, oder nach einer grossen Menge von Einzelpeilungen aufträgt.

Auf der Petermann'schen 10 Blatt-Karte von Inner-Afrika ist 1 Caravanenstunde = $^1/_{25}{}^0$ angenommen, also = 4,41 Kilometer, ein Werth der auf unserer Expedition nur selten erreicht worden ist, die Mittelzahl dürfte sich auf etwa 3,7 bis 3,8 Kilometer stellen.

Zwischen dem endgiltig aufgetragenen Itinerar einer Strecke, den astronomischen Bestimmungen ihrer Endpunkte und den Abendbreiten der Zwischenpunkte ist eine Ausgleichung zu machen, welche nicht ohne Weiteres alle Fehler dem Itinerar zutheilen darf. Bei Meridianmärschen liefert das Itinerar Zeitunterschiede, welche in der Hauptausgleichung des Chronometergangs verwerthet werden müssen. Ja es ist sogar die Frage aufzuwerfen, ob nicht auch die Marschzeiten mit in die Ausgleichung aufgenommen werden sollen.

Der Fehler einer aus der Marschzeit gezogenen relativen Positionsbestimmung wird proportional der Entfernung anzunehmen sein, setzt man also ungefähr 1 Marschstunde = 3,8 (1 $\pm$ 0,1) Kilometer, so liefert eine ostwestliche Tagreise von 9 Stunden einen Längenunterschied auf 3,4 Kilometer, d. h. unter 27° Breite auf 8^{sec} genau, was nun allerdings mit einer chronometrischen Messung bei nur näherungsweise bekanntem Gang nicht concurriren kann, allein wenn Ermittlung der Caravanengeschwindigkeit aus Breitenunterschieden oder mit dem Messrad zugezogen werden kann, so muss doch darauf etwas Rücksicht genommen werden.

Es ist zweifelhaft, ob der Chronometergang, wie ihn längere Aufenthalte zeigen, derselbe ist, welcher auf dem Marsch stattfindet. In Dachel fand ich vom 8.—13. Januar den Chronometergang $2,2^{sec}$ verzögernd, in Regenfeld vom 29. — 31. Januar $2,0^{sec}$ voreilend und nach einem Samum bis 5. Februar wieder $0,8^{sec}$ verzögernd, dann aber auf dem langen Sandmarsch bis Siuah nach Ausweis der Monddistanzen stark verzögernd.

Vielleicht ist es nützlich, in eine empirisch-analytische Darstellung des Chronometergangs die Temperatur aufzunehmen.

Da die Breiten keinerlei Schwierigkeit verursachen, wird die Hauptaufgabe der geographischen Ortsbestimmung darin bestehen, alles Material für Längenbestimmung, nämlich Chronometermessungen, Monddistanzen und Itinerar in *eine* grosse, nach der Methode der kleinsten Quadrate zu bewirkende, Ausgleichung zusammen zu fassen, so dass jede einzeln noch so unbedeutende Wahrnehmung nach Maassgabe ihres a priori festzusetzenden Gewichts das ihrige zur Verstärkung der schliesslichen Genauigkeit beitragen muss. Eine solche Ausgleichung, welche nebenbei die mittleren zu fürchtenden Fehler der Resultate geben muss, kann keine unverhältnissmässige Mühe verursachen.

Wenn die astronomischen Ortsbestimmungen berechnet, und in das Gradnetz der Karte eingetragen sind, so wird man etwa die einzelnen Itinerarstrecken auf Pauspapier nehmen und durch verschiedenes Drücken und Schieben mit den Fixpunkten zum Stimmen zu bringen suchen; das ist nun dasselbe unerquickliche Verfahren, das bei jeder empirischen Ausgleichung eintritt, denn es wird noch nie eine Entdeckungsreise so genaue Längenbestimmungen geliefert haben, dass nicht Widersprüche von viertels, halben, ja ganzen Zeitminuten an einzelnen Stellen aufträten, was schon bedeutende Theile einer Tagereise vorstellt.

Wenn man nun ein für allemal den Grundsatz aufstellt, es sollen aus den Messungen, welche man an Orten gemacht hat, die nur etwa alle 50 Jahre von einem Europäer betreten werden, diejenigen Resultate gezogen werden, welche die grösste Wahrscheinlichkeit für sich haben, so muss streng nach der Methode der kleinsten Quadrate gerechnet werden, während man allerdings einem etwa vorhandenen Bedürfniss, rasch Resultate zu haben, viel einfacher nachkommen kann.

Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate gestaltet sich so:

Sei G die Reduction des Chronometerstandes auf Greenwich-Zeit, und T die Zeit etwa in Tagen vom An-

fang der Expedition oder von Anfang der Chronometeruntersuchung an gerechnet, dann hat man eine empirische Formel aufzustellen, etwa:

$$x_1 + Tx_2 + T^2x_3 + T^3x_4 + G = 0 \quad (1)$$

wobei die Coefficienten x als Unbekannte auftreten.

Jede Ortszeitbestimmung auf einem Punkt von bekannter Länge und jede Monddistanzenmessung liefert eine Gleichung obiger Form, wobei G als Beachtungsgrösse auftritt; der mittlere Fehler einer Ortszeitbestimmung mag 1^{sec} sein, der einer Bestimmung der Greenwich-Zeit aus einer Gruppe von Monddistanzen mag sich etwa $= 20^{sec}$ herausstellen, dann erhält eine Gleichung der ersten Art das Gewicht 400, eine der zweiten Art nur das Gewicht 1. Hat man einen Knotenpunkt im Itinerar, entsprechend den Zeiten T_n und T_m, so bekommt man eine Gleichung von der Form

$$(T_m - T_n)\ x_2 + (T_m{}^2 - T_n{}^2)\ x_3 + (T_m{}^3 - T_n{}^3)\ x_4 + G_m - G_n = 0 \quad (2)$$

dabei erscheint G_m-G_n, oder die Differenz der beiden auf dem Knotenpunkt gemessenen Ortszeiten als Beobachtungsgrösse mit einem Gewicht, das die Hälfte dessen ist, dass man dem Anbinden an einem Ort von gegebener Länge zuschreibt.

Endlich geben alle einzelnen Itinerarstrecken ebenfalls Gleichungen von der Form (2), deren Gewichte aber sehr verschieden sind, und manchmal nur durch Schätzung bestimmt werden können. Aus der Fehlerbetrachtung auf Seite 355 folgt, dass z. B. der durch die Strecke Regenfeld-Siuah gelieferten Gleichung ein ziemlich beträchtliches Gewicht zukommt. Freilich werden alle Gleichungen (2), auch wenn sie bedeutendes Gewicht haben, gegen die Gleichungen (1) in ihrem Einfluss auf das Gesammtresultat sehr zurücktreten, weil das Hauptglied x_1 fehlt, allein das spricht sich in der Rechnung ohne Weiteres von selbst aus. Man hat den Complex der Gleichungen (1) und (2) nach den bestehenden festen Regeln zu behandeln und kann dann nicht nur die Coefficienten x bestimmen, sondern

auch den zu fürchtenden Fehler jeder Function derselben, d. h. der geographischen Längen der einzelnen Punkte.

Die Schifffahrt auf hoher See und die Reise in unbekanntem Land verlangen im Wesentlichen dieselben Arbeiten, doch bestehen mehrere Unterschiede, namentlich in Betreff der Genauigkeit der einzelnen Operationen.

Der Curs eines Schiffes wird gewöhnlich auf $^1/_4$ Compass-Strich genau notirt (1 Strich = $^1/_8$ des Quadranten, also $^1/_4$ Strich = 2,75°), dazu kommt die Abtrift, welche ebenfalls auf $^1/_4$ Strich genau genommen werden kann (Albrecht und Vierow, Lehrbuch der Navigation 4. Auflage Seite 173), dann Missweisung und Localattraction des Schiffes, endlich aber noch Meeresströmung, welche alle übrige Genauigkeit illusorisch machen kann. Die Messung der gesegelten Distanz scheint durch das Logg zuverlässig angegeben zu werden, sofern nicht ebenfalls unsicher bekannte Meeresströmung die Genauigkeit zerstört. Freeden sagt auf Seite 265 seines Handbuchs der Nautik in Betreff der Loggrechnung: »dass vom gestrigen Mittag, wo eine gute Beobachtung eine auf 2′ verlässliche Breite ergeben hat, bis zum heutigen, wo gleichfalls gut beobachtet ist, zwischen der astronomischen und der gewöhnlichen Schiffsrechnung eine Differenz bis zu 10—12′ in der Breite sich mitunter entwickelt, ist eine Thatsache, so gut als dass häufig beide Rechnungen leidlich stimmen«.

Im Vergleich hiemit zeigen die bei der libyschen Expedition gemachten Erfahrungen, dass bei einer Landreise, auch wenn man nur alle 1—2 Stunden eine Peilung auf dem Kamel auf 10°—20° genau macht und eine *durchschnittliche* Caravanengeschwindigkeit annimmt, das »*Besteck*« (Seemannsausdruck für Itinerar) besser in Ordnung gehalten werden kann als bei einer Seereise.

Auch die astronomischen Messungen sind zu Land viel zuverlässiger als zur See. Zu Land wird eine Höhe mit Leichtigkeit auf $^1/_4$′ bis $^1/_2$′ genau gemessen, zur See nur auf 2′—4′ (Freeden Seite 237 und 265 und 266). Das sichere Mittel der Zeitbestimmung aus correspondi-

renden Sonnenhöhen fehlt dem Schiffer, er muss seine Breite für Ortszeit durch das Besteck aus der vorhergehenden Mittagsbreite herleiten, und hat desswegen Bordzeit nur auf 10 — 20^{sec} sicher gegen 1 — 2^{sec} zu Lande. Monddistanzen können wohl zur See fast so genau gemessen werden, wie zu Lande. Nur mit einem Instrument ist der Seemann dem Landreisenden überlegen, mit dem Chronometer, Boxchronometer auf Kamelen zu transportiren, ist noch Niemanden eingefallen, man kann zwar solche Chronometer durch Menschen tragen lassen, allein gewöhnlich wird man auf Taschenchronometer angewiesen sein. Zu beneiden ist der Seemann auch wegen der Musse, die er zu astronomischen Berechnungen hat. Ueber Schiffschronometer sagt Freeden (Seite 266): »Wenn man seinen Chronometer durch längeren Umgang kennen gelernt hat, darf man es wohl wagen, ihn z. B. am Schluss einer 30tägigen Reise bis auf 2^m in Zeit zu trauen, während man einem unbekannten Chronometer nicht unter 4^m trauen sollte«. Ueber den von mir benutzten Taschenchronometer lässt sich vor ganzer Verwerthung des Monddistanzenmaterials nur sagen, dass er von dem Gang, welcher im Laufe von 19 Tagen vor der Abreise noch ermittelt werden konnte, im Laufe von 6 Monaten um 8 Minuten abgewichen ist. Die 3 Knotenpunkte der Expedition, nämlich Siut, Dachel und Farafreh, gaben übrigens nahezu den gleichen Gang.

Die Ansprüche an die Genauigkeit der Ortsbestimmung sind zur See und zu Land auf der Reise selbst je nach Umständen verschieden.

In unserem Falle war es z. B. am 12. Februar mitten im Sandmeer von höchster Wichtigkeit, die Entfernung der nächsten Oase Sinah (280 Kilometer) genau zu kennen, als den Kamelen nach 17tägigem Dürsten zum erstenmale Wasser gegeben wurde; und als vor dem ersten Auftauchen der Oase der Gesammtwasservorrath der Caravane sich auf 100 Liter reducirt hatte, war die genaue Kenntniss der Entfernung eine Lebensfrage.

Auf der Reise selbst konnte ich die Breite immer auf

1—2 Kilometer, die Länge im schlimmsten Fall auf $^1/_2$ bis 1 Tagreise relativ gegen die nächsten Oasen angeben. Die definitive Berechnung und Ausgleichung wird jeden Punkt des Itinerars in Breite auf $^1/_4$ bis $^1/_2$ Kilometer, in Länge auf 4—6 Kilometer (absolut) festlegen.

Das genaueste Itinerar würde ziemlich werthlos sein, wenn nicht die geographischen Objecte daran angeschlossen würden.

Dieses Anschliessen geschieht einfach durch Handrisse und Peilungen.

Bei Aufnahme von Gebirgsrändern sind oft perspectivische Skizzen mit eingeschriebenen Peilungen nützlicher als Grundrisse; so oft der Gegenstand neue Verschiebungen zeigt, ist er neu zu zeichnen und mit Peilungen zu versehen. Im Lager und zuweilen unterwegs stellte ich den Theodolit auf, und erhielt mit dessen grosser Bussole Peilungen auf $^1/_4$—$^1/_2$° genau. Kann der Theodolit benützt werden, so lassen sich sofort auch Höhenwinkel messen, nicht nur um Höhen trigonometrisch zu bestimmen, sondern auch umgekehrt, um Schlüsse auf die Entfernungen zu machen. Die die Oasen begrenzenden steil abfallenden Gebirgswände sind oben nahezu durch horizontale Ebenen begrenzt, macht man also diese Annahme und kennt nur *eine* Entfernung aus dem Itinerar, so gibt die Veränderung der auf die einzelnen Spitzen gemessenen Höhenwinkel ein ungefähres Bild der Entfernungen. Oder wenn von einer fernen Bergwand sich ein Vorsprung abhebt, von dem man nicht weiss, ob er mit der Wand verwachsen ist oder vielleicht viele Kilometer entfernt von ihr isolirt steht, so kann man durch Höhenwinkel etwa von 2 aufeinander folgenden Lagerplätzen aus, sich darüber Gewissheit verschaffen.

Die wichtigsten geographischen Objecte und die Art ihrer Festlegung sind unter Bezugnahme auf die beiliegende Kartenskizze im Folgenden aufgezählt.

Eine Einschaltung über die Art des Reisens in der Wüste scheint hier des allgemeinen Verständnisses der jeweiligen Sachlage wegen geboten:

Bekanntlich ist, was dem Seefahrer sein Schiff, dem Wüstenreisenden das Kamel. Ohne dieses Thier sind wochenlange Reisen in wasser- und vegetationsloser Gegend geradezu unmöglich, denn kein anderes Thier kann 17 Tage (in unserem Fall die längste Zeit) ohne zu trinken leben. Die Geschwindigkeit des Kamels im Caravanenschritt ist mässig, etwa $^3/_4$ derjenigen eines Fussgängers. In 1 Stunde macht das Kamel etwas weniger als 4000 Schritte, es ist ein Schritt fast gleich 1 Meter. An 1 Tag legt 1 Caravane leicht 9—10 Stunden zurück ohne Aufenthalt; die Beduinen machen jedoch häufig 12 und mehr Stunden in 1 Tag. Den grössten Tagesmarsch machte ich mit einer kleinen detaschirten Caravane am 14. März zwischen Farafreh und Dachel mit 15 Stunden und 28 Minuten. Man geht etwa die Hälfte dieser Zeit zu Fuss, und sitzt die andere Hälfte zu Kamel. Das Reiten ist sehr bequem und gestattet nach einiger Uebung trotz des Schaukelns, Schreiben und Zeichnen sowie Ablesung der meteorologischen Instrumente. Ueber Nacht hatte jedes Mitglied der Expedition ein Zelt.

Das Wasser wurde in eisernen innen emaillirten Kisten mitgeführt, deren ein Kameel 2 trägt, diese von dem Führer der Expedition nach dem Vorgang der Franzosen in Algier adoptirten Behälter hatten im Innern $59{,}0^{cm}$ Länge, $19{,}7^{cm}$ Breite und $40{,}8^{cm}$ Höhe, und fassten hiernach je 47,4 Liter. Auf Caravanenstrassen wurde der Weg angegeben durch einen mitgenommenen Führer, der sich seinerseits an die verschiedenen Merkmale der Strasse, Spuren früherer Caravanen, die seit Jahrtausenden eingetretenen Kamelpfade, zerstreute Kamelgerippe, namentlich aber die künstlich gesetzten Steinzeichen (*Allem*) hält; in der pfadlosen Wüste war die nach dem Compass zu wählende Richtung jeweils durch verschiedene Umstände bedingt.

Der erste Marsch von Siut bis Marak an der Grenze zwischen dem Culturland des Nilthales und der Wüste gab den Nordostabfall der Wüste gegen das Nilthal, nach Augenmaas gezeichnet.

Auf der Hochebene vom 21.—26. Februar war nichts Bedeutendes zu sehen. Die Festlegung der Caravanenstrasse und barometrische Höhenmessung blieb fast das Einzige.

Dagegen wurde hier ein negatives bedeutendes geographisches Resultat erzielt: Es wurde früher vermuthet, dass zwischen dem Nil und den Oasen eine langgestreckte Einsenkung, das sogenannte *Bahr-bela-ma*, sich befinde.

Dieser Name, in wörtlicher Uebersetzung *Fluss ohne Wasser*, kommt in der libyschen Wüste mehrfach vor, namentlich zwischen Siuah und Bacharieh, zwischen Bacharieh und dem Fayum und im mittleren Theil der Oase Dachel; und es werden damit von den Beduinen langgestreckte Einsenkungen bezeichnet, welche in der That einige Aehnlichkeit mit trockenen Flussbetten haben; und die europäischen Geographen haben daraus den Schluss gezogen, dass in früherer Zeit ein *Arm des Nil* durch die libysche Wüste geflossen sei, obgleich nirgends am westlichen Nilufergebirge sich eine Stelle findet, an welcher ein Arm sich hätte abzweigen können.

Diese Theorie der Bahr-bela-ma hat sogar Veranlassung zu hypothetischen Verbindungsgliedern gegeben, die in alle Karten übergegangen sind, obgleich sie niemals ein Mensch gesehen hat. So verbinden z. B. die Karten das Bahr-bela-ma zwischen Bacharieh und Fayum einerseits mit den Einsenkungen bei Dachel und Sitrah andererseits durch hypothetische Thäler, welche als »*Vermuthlicher Lauf des Bahr-bela-ma*« bezeichnet sind.

Die Untersuchung dieser Thäler war auf das Programm der Expedition gesetzt worden, und in der ausserordentlichen Sitzung der Akademie von Kairo, welche am 5. December aus Veranlassung des Abgangs unserer Expedition stattgefunden hatte, war die Lösung dieser Frage der Expedition ganz besonders empfohlen worden.

Es zeigte sich keine Spur einer solchen Einsenkung zwischen dem Nil und Farafreh und auch an den übrigen in dieser Beziehung untersuchten Stellen fanden sich nur kleine rein örtliche Einsenkungen. Es ist also das Bahr-

bela-ma als Nilarm endgültig aus der Geographie von Egypten beseitigt.

Die Felswand zwischen dem Lagerplatz vom 26. und 27. Februar und der Brunnen *Bir-Keraui* sind neu entdeckt, die Felswand ist durch viele Theodolit-Visuren festgelegt, ebenso wie die Felswand nordwestlich von der Oase Farafreh.

Von dieser Oase, welche aus etwa 12 weit zerstreuten Culturplätzen mit Quellen, zusammen einige □Kilometer Fläche haltend, besteht, konnte ich bei dem zweimaligen Aufenthalt am 30. December bis 2. Januar und am 11. März das Material zu einem leidlichen Plane zusammenbringen.

Auf dem Weg von Farafreh nach Dachel am Brunnen *Bir-Diker* vorbei, meist zwischen Sanddünen hinziehend, liess sich Einiges über den weiteren Verlauf der Felswände von Farafreh und *Bir-Keraui* feststellen. Langsames Ansteigen ohne merkliches Gebirg brachte uns auf die Hochebene *Karaschef* und über einen Steilrand hinab in die Oase *Dachel.*

Daselbst fand ich Zeit, die Gebirgsränder durch eine Triangulirung festzulegen und einen lange gehegten Plan, nämlich Verwerthung der Photographie für topographische Zwecke, zur Ausführung zu bringen, wozu sich durch die Bereitwilligkeit des Expeditionsmitgliedes H. Photographen Remele Gelegenheit bot.

Als Basis maass ich zuerst mit einem Stahlband zwei 305^{m} und 117^{m} lange Seiten eines Dreieks, dessen Winkel ebenfalls gemessen wurden, und hieraus leitete ich eine 840^{m} lange grössere Basis trigonometrisch ab. Die Endpunkte dieser letzteren Basis dienten als Standpunkte für den photographischen Apparat. Ich bestimmte dann durch Winkelmessung auf diesen und auf anderen Punkten die Lage und Höhe von 26 leicht erkennbaren Punkten, nämlich der 3 Minarets von Dachel, einiger anderer Punkte in der Nähe der Ortschaft und namentlich einer grösseren Zahl hervorragender Gebirgsecken, die sich wegen des scharfen Abfalls der Kalkhochebene und des

absoluten Vegetationsmangels sehr gut anvisiren und von einem zweiten Standpunkt wieder erkennen liessen. Die meisten Punkte sind der Probe wegen von mehr als 2 Standpunkten aus eingeschnitten. Es lassen sich also die Coordinaten und die Höhen aller dieser Punkte berechnen.

Auf jedem der zwei erwähnten Basispunkte machte sodann Herr Remele je acht zusammenhängende Panoramenphotographieen von 17,7^{cm} Breite nnd 11^{cm} Höhe, so dass der ganze Horizont ungefähr 140^{cm} lang und 1 Grad nahezu 4 Millimeter gross erscheint. Die Photographien greifen an den Rändern übereinander und zwar immer so, dass ein trigonometrischer Punkt auf zwei Platten fällt. Es enthält also im Durchschnitt jede Platte vier trigonometrische Punkte. Das aufgenommene Gebiet ist ungefähr 20 Km. lang nnd 15 Km. breit; es geben also die das Gebiet begrenzenden Gebirgsränder im günstigsten Falle Parallaxen von 5—10^{0}. Die in die Verlängerung der Basis fallenden Theile wurden nochmals besonders von einem geeigneten Standpunkt mit dem Theodolit anvisirt.

In dem photographischen Apparat wurde für alle znsammengehörigen Aufnahmen Objectiv und Platte unverändert gelassen, und letztere jedesmal mittels Handsenkels vertical gestellt. Da auf einer Platte vier Punkte sind, so wird sich etwaige Abweichung derselben von der verticalen Stellung erkennen und bei der Construction berücksichtigen lassen.

In cultivirtem Lande mit hügeliger Erdfläche würden wohl zwei photographische Standpunkte für ein Gebiet von 200—300 □Km. durchaus nicht genügen; im vorliegenden Falle absoluter Vegetationslosigkeit des den Horizont begrenzenden steil abfallenden Gebirges reichen sie aus, um diesen Rand und das Oasengebiet mit aller wünschenswerthen Genauigkeit zu Papier zu bringen.

Einen besonders klaren Einblick geben einzelne der Photographien, wenn man sie im Stereoscop betrachtet. Die 840 Meter lange Basis dient dabei als Abstand beider Angen des Betrachtenden.

Die bisherige Orographie von Dachel ist sehr falsch, denn die Oase ist nach Süden offen, von *Gasr Dachel* südwestlich ziehend kommt man, ohne einen Rand zu ersteigen, in die unerforschte Wüste hinaus.

Ich wurde am 16. Januar beauftragt, den Vormarsch durch eine detaschirte Abtheilung mit 20 Kamelen zu eröffnen; ich rückte langsam nach Süd-Westen vor, bis ich am 25. Januar von Zittel eingeholt wurde; die vereinigten Caravanen giengen noch bis zum 28., an welchem Tage Sanddünen von bisher unerhörter Höhe und Ausdehnung den Weg sperrten, und uns veranlassten, auf den Leiter der Expedition, Rohlfs, zu warten.

An geographischem Material bot sich auf dieser Strecke ausser Sanddünen wenig. Der weitere Verlauf des Westrandes von Dachel konnte durch Theodolitpeilungen und Höhenwinkel verfolgt werden. Am meisten Aufmerksamkeit schenkte ich den Spuren eines Weges, welche west-süd-westlich bis zu einer Entfernung von etwa 100 Kilometer von Dachel in die Wüste führen. Es fehlen zwar die eigentlichen Kamelspuren, aber ich fand eine grosse Zahl zweifellos von Menschenhand gesetzter Steinzeichen und als Bestätigung 2 Topfscherben.

Die Wegbezeichnung hatte ich beim Vorgang von Dachel aus bis zum Lagerplatz ›Einsiedel‹ lediglich durch aufgestellte Steine gemacht und diesen nachgehend, hatte mich Zittel in Einsiedel gefunden, wir beide zusammen legten abermals unseren Weg bis Regenfeld durch solche Steinzeichen fest, so dass Rohlfs uns nachrücken und am 2. Februar in Regenfeld treffen konnte. In Regenfeld erlebten wir den heftigsten Samum, welcher Niederlegen der Zelte nöthig machte, und 3 Tage darauf, nämlich am 2. und 3. Februar, das bis jetzt unerhörte Ereigniss eines tüchtigen Regens an derjenigen Stelle der Erde, welche auf der ›hyetographischen Karte‹ des Berghaus-schen physikalischen Atlas als ›regenloses Gebiet‹ bezeichnet ist.

Die Niederschlagshöhe bestimmte ich durch Auffangen in einem Gefäss mit kreisrunder Auffangfläche von 30^{cm}

Durchmesser und Zusammengiessen in einen cylindrischen Becher von 8^{cm} Durchmesser. In dem letzteren füllte sich das Wasser im Ganzen bis zu 225 Millimeter Höhe, es ist also die eigentliche Regenhöhe $= \left(\frac{8}{30}\right)^2 225 = 16$ Millim. Wegen dieses Ereignisses wurde die Station ›*Regenfeld*‹ getauft.

Am 6. Februar brach die Caravane unter Verzicht auf das durch die Dünen absolut unmöglich gemachte Vordringen nach Westen, in der Richtung des Streichens der Dünen, nämlich etwa N. N. W. auf, um vielleicht weiter nördlich einen Weg nach Westen zu finden, oder bei der Oase Siuah herauszukommen. Da fast an jedem Tag ein sich verlaufender Dünenkamm in der Ost-Westrichtung überschritten werden konnte, kamen wir bald in das reine ›Sandmeer‹, indem wir 14 Tage lang, fast immer ohne festen Boden, nach N. N. W. steuerten.

Das Sandmeer ist nichts weniger als eben. Dieselbe Ursache, welche auf dem Wasser Wellen erzeugt. erzeugt solche auf dem Sande. Mitten in der Wüste, welche in ihrem festen Grunde ungefähr eben ist, scheint die Form der lang gestreckten, ganz regelmässig gestalteten Wellen, d. h. der aus dem feinsten gelblichen Quarzsand bestehenden *Dünen*, welche quer zur herrschenden Windrichtung stehen, die Regel zu sein Am Rande der Wüste, wo die Nachbarschaft des Meeres oder des Culturlandes die Regelmässigkeit der atmosphären Einflüsse stört, finden sich unregelmässige Dünenbildungen und Wellenformen ähnlich denen des festen Bodens. In dem Gebiet der Regelmässigkeit fanden wir Dünen von 5—10 Wegstunden Länge und bis 100 Meter Höhe.

Ich maass wiederholt solche Dünen; die höchste bestiegene gab mit 2 Barometern 98 und 99 Meter. Die Dünen sind an der Westseite (Windseite) flach und konvex, dagegen an der Ostseite konkav und oben sehr steil geböscht (Böschung 30°). Oben ist ein scharfer, wie mit dem Messer geschnittener Grad, der jedoch keine gerade

Linie, sondern wieder eine Wellenlinie, oder in schiefer Ansicht eine Zickzacklinie zeigt, weil die ganze Düne auch der Länge nach Wellenform hat.

Der Querabstand der einzelnen Dünenzüge beträgt etliche Kilometer und dazwischen findet sich ein Thal zuweilen mit festem Boden, im eigentlichen Sandmeer aber fanden wir eine Woche lang auch dabei Thäler, aus Sand bestehend. Das Marschiren im Thal längs den Dünen hat keine Schwierigkeit, die Kamele treten auf dem feinen und meist harten Sande viel bequemer auf mit ihren breiten, an Elastizität mit den Katzenpfoten vergleichbaren Pratzen, als auf Steinen.

Als wichtigstes geographisches Object sind ausser den Dünen zu nennen die am 8. Februar als Insel im Sandmeer aufgetauchten »Ammonitenberge«, welche den Geologen Zittel im höchsten Grade interessirten. Die Meereshöhe des Sandmeers beträgt unter 25° Breite 400—500 Meter und fällt langsam und stetig bis zu Null in der Nähe von Siuah, das sogar noch unter dem Meeresspiegel liegt.

Am 11. Februar wurde ein Rasttag gemacht. Da die Entfernung von Siuah genau bekannt war, so liess sich überlegen, dass den Thieren Wasser gegeben werden konnte, ohne dass wir in Noth kamen. Die Kamele waren nämlich seit 17 Tagen ohne Wasser geblieben und konnten kaum noch weitere 8 Tage aushalten. Es war nun möglich, jedem etwa 12 Liter Wasser zu geben, was zwar zur vollen Abtränkung nicht ausreichte, aber doch wesentlich zur Erhaltung beitragen musste.

Das gab zugleich den Vortheil, dass jedes Kamel im Durchschnitt 12 Kilogramm weniger Last zu tragen bekam, was in Verbindung mit dem bereits aufgebrauchten Kamelfutter eine wesentliche Erleichterung verschaffte.

Die Wasserberechnung erwies sich später als richtig, denn es kamen noch 50 Liter nach Siuah. Im Ganzen waren 630 Liter in 14 eisernen Kisten von Regenfeld mitgenommen worden. Davon erhielten die Thiere 170 Liter und es rechnet sich hiernach bei 15 Tagen und 6

Mann der Wasserverbrauch zu $4\frac{1}{2}$ Liter pro Mann und Tag, ein reiches Quantum, das wahrscheinlich bei keiner früheren Wüstenreise zur Verfügung war und nur den eisernen Wasserbehältern zu danken ist.

Siuah tauchte am Abend des 19. Februar auf, und wurde am Abend des 20. erreicht. Da wir etwa $\frac{2}{3}$ Tagreisen östlich von der Oase herauskamen, könnte es scheinen, als ob diese Entfernung der Anschlussfehler des Itinerars wäre; ich hatte den Anschlussfehler vorher ungefähr so gross geschätzt, denn 10 — 15 Kilometer konnte der eigentliche Itinerarfehler seit Dachel betragen, und ebensoviel konnte wohl Siuah relativ gegen Dachel falsch in der Karte sein. Mein »Besteck“ hatte aber gerade diese Einmündung vorhergesagt, wie sie sich herausgestellt hat.

Oestlich von Siuah herauszukommen, war die Absicht des Expeditionshauptes Rohlfs gewesen, weil westlich, wo die Herrschaft des Khedive auch nominell aufhört, der Zusammenstoss mit nomadisirenden Beduinen zu vermeiden war.

Auf dem ganzen Weg von Dachel her hatte ich 19 geographische Breiten, 4 chronometrische (relative) Längen mit den Marschzeiten und etwa 300 Peilungen für das Itinerar verwendet.

Hievon hätten schon die Breiten für sich allein mathematische Sicherheit für die Orientirung gegeben; wenn nämlich vor Erreichung der Breite 29°11′ eine Caravanenstrasse überschritten wurde, was 6 aufmerksamen Menschen nicht entgehen konnte, so waren wir zwischen Siuah und Bacharieh; würde dagegen die Breite 29°11′ erreicht, ohne dass etwas Auffälliges sich zeigte, so musste nach Osten marschirt werden, um unfehlbar auf die Oase zu stossen.

In Siuah wurde Rast von 4 Tagen gemacht.

Ich verwendete diese Zeit ausser auf astronomische Ortsbestimmung fast ausschliesslich auf barometrische Höhenmessung. Die Untersuchung der Depression, in welcher die Ammons-Oase liegt, war als eine der wich-

tigsten Aufgaben der Expedition bezeichnet worden und die Depressionsfrage war sogar theilweise Veranlassung der ganzen Expedition gewesen*).

Meinen Quecksilberbarometer, der hier am nöthigsten gewesen wäre, hatte ich in Voraussicht des Marsches nach Kufrah in Dachel gelassen, ich wollte lieber ganz sicher sein, bei der Rückkunft von Kufrah in Dachel wieder Vergleichung der Federbarometer vornehmen zu können, als Beschädigung des Quecksilberbarometers auf meinem detaschirten Vorgang von Dachel aus und auf dem gefährlichen Kufrahmarsch riskiren; dass wir nach Siuah kommen würden, hatte Niemand voraussehen können. Die Federbarometer waren in Carlsruhe, Triest, Cairo, Siut, Farafreh, Dachel genau mit dem Quecksilberbarometer verglichen worden und natürlich war es mein Erstes bei der Rückkunft nach Dachel, die Vergleichung wieder zu machen, ebenso wie ferner in Cargeh, Esneh, Cairo und wieder Carlsruhe. Da im Ganzen 8 Aneroide auf der Expedition waren, die nicht nur mit dem Quecksilberinstrument, sondern in den Zwischenzeiten unter sich stets verglichen sind, so zweifle ich nicht, dass aus der definitiven Discussion der vielen Tausende von Zahlen sich schliesslich der Barometerstand in Siuah fast so sicher herausstellen wird, als wenn das Quecksilberinstrument selbst dort gewesen wäre; es wird nämlich mit Rücksicht auf die beständigen Vergleichungen der Federbarometer unter sich nach der Methode der kleinsten Quadrate eine Ausgleichung zu machen sein, welche die Abweichungen der Standcorrectionen von denjenigen Werthen derselben, welche gleichförmiger Aenderung entsprechen, möglichst klein zu machen hat. Wie schon früher in Dachel, Einsiedel und Regenfeld,

*) Vergl.: Petermann Ergänzungsband 1862/63 S. 16, Cailland in Siuah 1819. Ebendaselbst S. (91) Beurmann in Djalo 1862. Rohlfs Reise von Tripolis nach Alexandrien 1868 S. 43 u. ff. Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde 1872 S. 209, Zenker, Ueber das Depressionsgebiet der libyschen Wüste. Petermann 1873 S. 317, Rohlfs Programm der libyschen Expedition.

machte ich, der Wichtigkeit des Punktes wegen, Tag und Nacht fast unausgesetzt meteorologische Ablesungen, es sind 97 Beobachtungen in den 4 Tagen gemacht, von denen also auf 1 Stunde durchschnittlich eine kommt, und zwar so vertheilt, dass die 2 grössten Pausen $4^h\ 45^m$ und $6^h\ 0^m$ betragen; die erste fällt in die Nacht vom 21.—22. Februar, verursacht durch Nichtaufwachen, die zweite auf den Vormittag des 23. Februar, verursacht durch den Besuch des Jupiter-Ammonstempels und des Schechs von Agermi etc. (Ueber die Beobachtungsresulte S. 381 einiges Weitere.) Ich hatte auch eine rein trigonometrische Festlegung des Gebirgsrandes nördlich der Oase beabsichtigt, kam aber wegen der Barometerablesungen nicht mehr dazu.

Auf dem nun folgenden 5tägigen Marsch von Siuah bis zu dem *Sitrah-See* kam nichts in technischer Beziehung Bemerkenswerthes vor, alle geographischen Objecte konnte ich mit verschiedenen Mitteln genau festlegen.

Am Sitrah-See trennten wir uns: Rohlfs und Zittel giengen mit 10 Kamelen quer durch die pfadlose Wüste nach Farafreh und kamen bei *Ain-el-Wadi* wieder auf die Caravanenstrasse. Das Itinerar wurde dabei von Zittel nach Tagereisen mit den Rohlfs'schen Peilungen geführt.

Obgleich dieser Marsch nur 5tägig, und im Wesentlichen geradlinig war, wurde doch die Erfahrung gemacht, dass die Sicherheit des Bestecks zu Befürchtungen Veranlassung gab, weil die abendlichen Breiten fehlten.

Ich selbst schlug mit 1 Beduinen, 1 Fellachen und 3 Kamelen den weiteren Weg über die Oase *Bacharieh* nach Farafreh ein, und traf erst nach 15 Tagen in Dachel wieder mit den Uebrigen zusammen. Zwischen dem Sitrah-See und Bacharieh constatirte ich, dass das dort befindliche *Bahr-bela-ma* (s. Seite 369) eine Einsenkung ist, welche mit dem Nil in gar keiner Beziehung stehen kann, und in Bacharieh vom Mudir gastfreundlich aufgenommen, konnte ich alles Astronomische und Topographische an einem Tag erledigen. Der zweite Aufenthalt

in Farafreh war für die geographische Längenbestimmung von höchster Wichtigkeit. Genaue Ortszeit, Wiederholung der Breiten- und Declinationsmessung, Monddistanzen und topographisches Material machten diesen Tag zu einem sehr werthvollen.

Dachel lieferte am 17. März einen zweiten Knotenpunkt des Itinerars als höchst willkommene Verstärkung der Sicherheit in den Längen.

Von Farafreh nach Dachel hatte Rohlfs eine neue Linie zur Erkundung der Gebirgsverhältnisse eingeschlagen, auch Acherson hatte auf einem detaschirten Zug von Dachel nach Farafreh eine kleinere Strecke neu begangen.

Auf dem Weitermarsch der Gesammtexpedition von Dachel über Chargeh nach Esneh am Nil beschäftigte mich namentlich die Festlegung der Gebirgsränder, neue Methoden kamen nicht zur Anwendung.

In Esneh fand ich Gelegenheit, ein Profil des Nilbettes aufzunehmen, welches bei dem damaligen niederen Wasserstand ziemlich vollständig wurde und die Wassermenge berechnen lassen wird, welche der Strom zur Zeit der Ueberschwemmungen hier durchführt. Der Nil fand sich, wie früher bei Siut, nahezu 1 Kilometer breit.

Es bleibt noch über barometrische Höhenmessung Einiges zu sagen.

Hiefür hatte ich mich mit einem Quecksilber-Heberbarometer und drei Federbarometern versehen, nämlich einem Instrument von Naudet und zweien von Goldschmid. Das Instrument Naudet und das grössere Goldschmid-Instrument hatte ich früher in Beziehung auf Theilung und Temperatur-Coefficienten untersucht und auf Reisen erprobt*). Ausserdem hatte Rohlfs fünf Aneroide verschiedener Construction.

Der Quecksilberbarometer, welcher auf der ganzen Reise unversehrt erhalten blieb, diente als Regulator für alle acht Federbarometer, wie folgende Zusammen-

*) S. Zeitschr. f. Verm. II. Band (1873) S. 25—29 und 367—373.

stellung der Vergleichungen zeigt, welche die Correctionen enthält, die an den Federbarometern angebracht werden müssen, um sie auf den (auf 0° reducirten) Stand des Reisequecksilberbarometers zu reduciren.

Ort und Zeit der Vergleichung	Federbarometer.							
	Naudet Num. 39305	Goldschmid Num. 600	Goldschmid Num. 433	Casella Num. 1640	Casella Num. 1641	Breguet	Chevallier Num. 26439	Secretan Num. 4917
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Carlsruhe Oct. 1873	+1,0	0,0	− 1,2	+1,8	−2,8			
Triest 20. Nov.	+1,9	+ 1,7	− 2,0	+5,6				
Cairo 5. Dez.	+2,4	− 0,1	− 3,8	+6,1	−1,1			
Siut 12. Dez.	+2,4	− 1,7	− 5,4					−3,5
Farafreh 1. Jan. 1874	+4,5	− 0,5	− 5,5	+4,5	−0,2	−1,8	+6,8	
Dachel 10. Jan	+5,3	− 1,1	− 6,1	+6,8	+0,6	−2,7	+7,3	
Dachel 16. März	+2,3	− 3,2	(−15,6)	+8,6	−0,9		+7,3	
Chargeh 25. März	+0,4	− 4,8	(−18,5)	+8,0	−2,0		+5,3	
Esneh 1. April	+1,8	− 5,9	(−18,1)	+8,5	−1,9			
Cairo 16. April	+0,6		(−19,2)	+6,2				−3,8
Carlsruhe Juni	+0,9	−10,4	(−18,8)	+3,8	−1,3		+4,0	−3,3

Goldschmid 433 erlitt am 10. März einen Sturz vom Kamel, weshalb die darauf folgenden Vergleichungen in Klammer gesetzt sind, Breguet wurde in Chargeh unbrauchbar. Die obigen Zahlen-Angaben sind in mehr als einer Beziehung vorläufige. Nur bei den 2 ersten Instrumenten ist bereits die Temperatur- und Theilungscorrection angebracht, von den übrigen konnte ich diese Werthe erst nach der Expedition bestimmen, wobei z. B. die Casella-Instrumentchen sich sehr unempfindlich gegen Temperatur bewährt haben. Die Aenderung der Schwere mit der geographischen Breite ist noch nicht berücksichtigt und an den Quecksilberablesungen kann noch Berücksichtigung der Capillarität Aenderung erzeugen, dennoch

zeigt die Zusammenstellung, dass das Material ein sehr gutes ist und schöne Resultate erwarten lässt.

In Cairo werden auf einer regelrechten (nach Pariser Muster eingerichteten) meteorologischen Station unter Leitung des Astronomen *Ismael-Bey* Beobachtungen gemacht, welche alles Vertrauen verdienen. Mein Quecksilberbarometer stand am 5. December um 0,7^{mm} tiefer und am 16. April um 0,6^{mm} tiefer als das Cairoer Stationsbarometer. Vor der Abreise in Carlsruhe stand mein Reisequecksilberbarometer um 0,3^{mm} tiefer als das Carlsruher Barometer der meteorologischen Station und nach der Heimkehr um 0,8^{mm} tiefer als das Stationsbarometer, welches ich daselbst vorfand, das aber leider nicht mehr genau dasselbe ist, wie das vor der Abreise benützte. Mein Barometer hatte bei 4 Monate langem fast täglichem Transport keine Spur Luft gefasst. (2 Monate war er in Dachel aufbewahrt.)

Der Güte des Herrn *Ismael-Bey* verdanke ich vorzügliches Material, nämlich Barometer, Lufttemperatur und Feuchtigkeit von den 5 Expeditionsmonaten December 1873 bis April 1874, täglich 8mal beobachtet, dann die Monatsmittel der 6 Jahre 1868 — 1873 für Barometer und Lufttemperatur. Die 6jährigen Barometermittel sind:

Januar	761,7^{mm}	Juli	754,5^{mm}
Februar	761,7	August	754,4
März	757,6	September	757,1
April	758,1	October	758,9
Mai	757,1	November	760,5
Juni	755,7	December	761,6

Aegypten hat ein treffliches, mir in allen zur Gewinnung eines Urtheils nöthigen Details von dem Astronomen *Mahmud-Bey* mitgetheiltes Eisenbahn-Nivellement, an welches ich die meteorologische Station an 2 Tagen mit je 3 — 4 Instrumenten barometrisch anschloss (Hauptpunkt ist der Nilometer auf der Insel Roda bei Cairo) Die Meereshöhe des Stationsbarometers ergab sich damit = 35 Meter.

Als correspondirende Beobachtungen für die Höhenberechnungen dienen ferner die Ablesungen, welche Herr

Hogg, Director der amerikanischen Missionsschule in Siut an einem ihm zurückgelassenen Aneroid (Secretan S. 379) zu machen die Güte hatte. Diese Ablesungen wurden täglich dreimal, mit Ausnahme der Sonntage, gemacht und erstrecken sich auf Barometerstand, inneres Thermometer und Thermometer für Lufttemperatur.

Auch die Höhe von Siut ist doppelt nivellirt.

Endlich hat die Vertheilung der Expeditionsmitglieder selbst zu correspondirenden Beobachtungen geführt, indem die Herren Ascherson und Remele in Farafreh und Dachel während des Marsches der anderen Mitglieder meteorologische Aufzeichnungen machten.

Die correspondirenden Stationen liegen übrigens so weit von einander entfernt, dass die Annahme gleichzeitiger Luftdrucksänderungen nicht ohne Weiteres zulässig ist, wesshalb es mir geboten schien, Vorsorge zu treffen, dass auch nöthigenfalls ohne diese Annahme gerechnet werden kann, und dazu ist erforderlich, die jährliche und tägliche Periode des Barometers zu kennen. Die erstere ist aus den obenerwähnten sechsjährigen Beobachtungen von Cairo bekannt und die letztere bestimmte ich durch 25 auf 5 Stationen vertheilte, *Tag und Nacht* fortgesetzte Beobachtungsreihen.

Die stündlichen Mittel der (schon oben S. 377 beschriebenen) Beobachtungen in der Ammons-Oase sind in vorläufiger Reduction die folgenden:

Nacht	12^h	$766{,}0^{mm}$	Mittag	12^h	$766{,}4^{mm}$
	1	766,0		1	766,2
	2	765,8		2	765,3
	3	766,1		3	765,2
	4	766,2		4	765,0
	5	766,2		5	764,9
Morgen	6	766,5	Abend	6	764,9
	7	767,2		7	764,8
	8	766,9		8	765,4
	9	767,0		9	765,5
	10	766,8		10	765,8
	11	766,5		11	765,9
Mittag	12	766,4	Nacht	12	766,0

Es zeigt sich also bereits eine deutlich ausgesprochene Periode mit einer Amplitude von $2\frac{1}{2}$ Millimetern.

Das Tagesmittel am 21. Februar war $764{,}7^{mm}$, am 22. Februar 763,7, am 23. Februar 767,5 und am 24. Febraur 767,9.

Hätte ich den Quecksilberbarometer in der Ammons-Oase gehabt, so könnte ich die Höhe bereits ziemlich sicher angeben, denn die correspondirenden Barometer in Cairo und Siut gehen ziemlich parallel, so aber ist die gründlichste Ausgleichung der Standcorrectionen vorher zu machen, denn eine erste rohere Vertheilung lässt Unsicherheit von 1—2 Millimetern in der absoluten Grösse der Siuaher Barometerstände.

Uebrigens gibt eine vorläufige Rechnung die Tiefe unter dem Meer = 30 Meter, als Bestätigung der früheren Messungen.

Wie die definitiven Höhenberechnungen sich gestalten werden, lässt sich vor Discussion des umfangreichen Materials nicht angeben. Sogar wenn die Beobachtungen als gut correspondirend sich herausstellen, ist die tägliche Periode nöthig zur Interpolation zwischen die Siuter 3täglichen Ablesungen von Herrn Hogg und thunlichste Ausfüllung der Lücken an den Sonntagen.

Der Anblick der mitgetheilten Perioden zeigt deutlich, welch grosse Fehler man durch deren Vernachlässigung begeht.

Die roheste Höhenmessung, welche nur auf Entdeckungsreisen angewendet zu werden pflegt, besteht bekanntlich darin, dass man einen constanten Luftdruck am Meer etwa 762^{mm} als correspondirend annimmt, und bei kleinen Höhen kommt dieses darauf hinaus, von dem beobachteten Barometerstand die Zahl 762 abzuziehen und den Rest mit 10 oder 11 zu multipliciren. Welche Genauigkeit man dabei erhält, ist schwer zu schätzen; Dr. *Schur**) nimmt bei seiner Bearbeitung der *Schweinfurt*'schen Höhenmessungen in Inner-Afrika für eine einzelne solche

*) Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde 1873 S. 239.

Messung einen mittleren Fehler von 83 Meter an, sogar wenn die Standcorrection des Instruments bekannt ist. Eine nächste Stufe der Genauigkeit wird durch die von Dr. Schur in Rechnung genommene jährliche Periode des Barometers erreicht. Dr. Schur benützt hiebei die auch in unserem Falle werthvolle Abhandlung: *Buchan* ›*The mean preasure of the atmosphere.*‹

Soeben ist auch im Ergänzungsheft 38 von Petermanns geographischen Mittheilungen eine für die Verarbeitung unseres Materials sehr beachtenswerthe Abhandlung erschienen: *A. Wojeikof* ›die atmosphärische Circulation, Verbreitung des Luftdrucks und der Regen auf der Oberfläche der Erde‹. Die beigegebenen Isobaren-Karten zeigen für Egypten im Januar 764^{mm} und im Juli 756^{mm}, was ziemlich gut mit den oben mitgetheilten Cairoer Beobachtungen stimmt, obgleich letztere bis jetzt nirgends veröffentlicht sind, sie geben nämlich im Januar 765,2^{mm} und im Juli 758,0^{mm}.

Die in unserem Falle vorhandenen allerdings weit entfernten, correspondirenden Beobachtungen und die genau untersuchten periodischen Aenderungen des Luftdrucks werden es möglich machen, Resultate zu erzielen, welche höheren Anforderungen als den bei Entdeckungsreisen sonst zu stellenden, genügen.

An meteorologischem Material konnte ich ausser dem bereits erwähnten für die Höhenmessung nöthigen, noch Temperatur- und Feuchtigkeitsbeobachtungen in grosser Zahl erlangen.

An den 25 Rasttagen, an denen ich Tag und Nacht durchlaufend beobachtete, wurde Barometer, Lufttemperatur, Wind, Luftfeuchtigkeit, und meist auch die Temperatur der Oberfläche des Wüstensandes eingehend untersucht.

Für Luftfeuchtigkeit hatte ich 2 gleiche Thermometer, wovon eines zu befeuchten war, bestimmt, nachdem ich jedoch in Siut von Rohlfs ein Secretan'sches Haarhygrometer erhalten hatte, nahm ich dieses zu den eigentlichen Beobachtungsreihen, ermittelte aber die Bedeutung

der, an und für sich willkürlichen, Scale an allen Rasttagen durch Vergleichung mit den Angaben der 2 August'schen Thermometer; dadurch und durch Fortsetzung solcher Vergleichung in Carlsruhe nach der Rückkehr, ist das Material beschafft zur Berechnung der relativen und absoluten Feuchtigkeit und des Dunstgewichts für jeden Fall.

Die Temperatur des Wüstensandes im Vergleich mit derjenigen der Luft gibt ein Bild von den Wärmeausstrahlungsverhältnissen. In Regenfeld, 7 Tagereisen von jeder Vegetation entfernt, fand ich ungefähr Folgendes: Morgens bei Sonnenaufgang sind Luft und Sand nahezu gleich warm (5° C), die Luft geht bis gegen Mittag dem Sand um 1—2° voran, dann steigt aber das Maximum der Sandwärme (26°) weit über das der Luftwärme (22°) etwa um 3 Uhr, der Sand bleibt wärmer als die Luft, um Mitternacht noch um 1 — 2°, bis gegen Morgen beide gleich werden.

Die Tagesperioden gestatten auch an den Tagen, an welchen nur 2 oder 3 Einzelbeobachtungen vorliegen, den Verlauf der betreffenden Erscheinung während des ganzen Tages annähernd anzugeben, wahre Mittel etc. zu berechnen. Ein klares Bild der meteorologischen Verhältnisse wird erlangt werden durch Zusammenfassen der Aufzeichnungen *aller* Expeditionsmitglieder, Rohlfs hat ein durchlaufendes Tagebuch über Barometer, Lufttemperatur, Feuchtigkeit, Wind und Wolken mit täglich 4 Ablesungen geführt, Zittel hat den Ozongehalt der Luft verfolgt.

Das von der Expedition erforschte Gebiet ist ungefähr ein Parallelogramm von 70 geogr. Meilen Seite und 60 Meilen Höhe, hat also eine Fläche von etwa 4200 geogr. □Meilen oder fast halb so viel als das deutsche Reich. Im Ganzen wurden 76 Tagereisen mit durchschnittlich 8,5 Stunden gemacht (die wiederholt zurückgelegten Strecken Farafreh - Dachel und Dachel - Regenfeld sind dabei nur einfach gezählt). Den längsten Weg von allen Mitgliedern hat Schreiber dieses zurückgelegt, nämlich

69 Tage mit zusammen 588 Marschstunden, dabei 36 Tage ununterbrochener Aufenthalt in der reinen Wüste zwischen Dachel und Siuab. 43 Tagemärsche der Expedition liegen auf Strecken, die vorher noch kein Europäer betreten hatte, 19 Tagemärsche auf Strecken, die ohne Zweifel vorher weder ein Mensch noch ein höher organisirtes Thier betreten hat. Auf etwa 20 Tagemärschen war gar keine Vegetation, auf den übrigen nur Spuren einer solchen zu sehen*).

Carlsruhe, October 1874. *Jordan.*

Ueber Kataster-Flächen-Umrechnungen.

Für die Erhaltung der Uebereinstimmung des Katasters mit dem Besitzstand sind in allen Staaten, welche Katastervermessungen haben, zur gleichmässigen Behandlung der einzelnen Besitzveränderungsfälle wohl genügende Vorschriften vorhanden, auch ist für die Kataster-Ummessungsbeamten in theilweise ziemlich voluminösen Instructionen genau bestimmt, in welcher Weise bei Lostrennung einzelner Theile von Grundstücken, bei Theilungen u. s. w. die Vermessungen, Chartirungen etc. vorgenommen werden müssen. Die Kataster-Umrechnungen jedoch werden in den einzelnen Staaten verschieden behandelt und manchmal ist dafür gar keine nähere Bestimmung getroffen. Für die Messungsbeamten ist es jedoch gewiss wünschenswerth, dass diese Arbeiten gleichmässig behandelt werden, und namentlich von besonderem Vortheil ist es für die Revision dieser Arbeiten, da der

*) Da weitere Mittheilungen über die Expedition sich für diese Zeitschrift nicht eignen, machen wir die Leser, welche sich dafür interessiren, auf ein im folgenden Jahr von den Mitgliedern der Expedition herauszugebendes Werk mit erschöpfenden Karten aufmerksam. Eine vorläufige Karte wird schon in Bälde in Petermanns geographischen Mittheilungen erscheinen.

Revisor keine unnöthige Zeit mit dem Herausfinden des Ganges in denselben zu verlieren hat.

Indem ich nun wünsche, dass auch noch andere Mitglieder die bei ihnen gebräuchlichen Flächenumrechnungs-Methoden in unserem Vereinsorgan veröffentlichen, will ich nachfolgend die im hiesigen Herzogthum eingeführte Methode etwas näher beschreiben.

Bei Lostrennung einzelner Stücke und bei Theilungen von Grundstücken werden die einzelnen Theile und die Restflächen nach den auf dem Felde gemessenen Maassen berechnet und sodann die sich gegen die Katasterfläche ergebenden Ueberschüsse oder Abgänge, welche jedoch $\frac{1}{2}$% nicht übersteigen dürfen, nach Verhältniss auf die einzelnen Theile repartirt. Zu diesem Behufe trägt man die Plannummer und den Flächeninhalt des Grundstücks nach dem Kataster in die betreffenden Rubriken des Rechnungs-Manuals mit der Ueberschrift ›Katasterfläche‹ ein, summirt sodann oder setzt bei nur einem Grundstück die Bezeichnung ›Summe für sich‹ darunter. In der Rubrik ›Berechnung‹ wird die Plannummer und Katasterfläche des Grundstücks nochmals eingetragen und sodann werden links die Abgänge in der Weise aufgeführt, dass man sie als ›— zu Pl. Nro. . . . . ‹, vorerst natürlich ohne Einsetzung des Areals, einträgt; sind alle Abgänge vorgemerkt, so kommen dann in derselben Weise die Zugänge als ›+ von Pl. Nro. . . . . ‹ Sind alle Abgänge berechnet, so werden die Resultate, nach vorher vorgenommener Abgleichung auf die Katasterfläche, bei den Bezeichnungen — zu Pl. Nro. . . . . und + von Pl. Nro. . . . . eingesetzt und summirt, sodann Ab- und Zugänge von einander abgezogen und der Restbetrag von der Katasterfläche des Grundstücks, je nachdem die Abgänge oder die Zugänge grösser sind, subtrahirt oder dazu addirt. Unter die Summe der Katasterfläche kommen mit der Ueberschrift ›Umrechnungsfläche‹ zuerst die Restflächen der Grundstücke und hierauf die Flächen der einzelnen abgetrennten Theile, welche nicht als Zugänge zu anderen Grundstücken gekommen sind. Die

Summe der Umrechnungsfläche muss sodann mit der Katasterfläche genau übereinstimmen. Ist die losgetrennte Fläche kleiner als der 10. Theil des Grundstücks, so wird von der Berechnung der Restfläche Umgang genommen. Kommen mehrere Grundstücke zur Betheiligung, so kann man verschieden verfahren und die Berechnung der gegenseitigen Ab- und Zugänge beliebig bei dem einen oder anderen Grundstück vornehmen. Im hiesigen Herzogthum ist das Verfahren in der Weise geregelt, dass bei allen Grundstücken stets die Abgänge, welche dieselben erleiden, berechnet werden; während bei Grundstücken, welche Zugänge erhalten, lelztere nicht wieder berechnet, sondern die Resultate einfach in Zugang gebracht werden, da man die Berechnung derselben leicht bei den Grundstücken, bei welchen sie in Abgang kommen, finden kann.

Im nachfolgenden Rechnungsmanual ist ein diesbezüglicher Fall dargestellt.

Anstatt die Abgänge bei den Grundstücken zu berechnen, kann man auch die Zugänge berechnen und dann die Abgänge frei lassen, jedoch ist es zweckmässig, nur eine der beiden Methoden bei allen Umrechnungen in Anwendung zu bringen.

Oefter kommt es vor, dass bei Grenzausgleichungen, bei Geradelegung krummer Grenzen etc. die Zu- und Abgangsflächeu zwar berechnet, aber nicht einzeln ausgewiesen, sondern gleich in der Rechnung selbst gegenseitig abgezogen werden, so dass bei gleichen Zu- und Abgängen die Grundstücksflächen unverändert bleiben oder wenn dieselben ungleich sind, nur die Restflächen in Zu- oder Abgang gebracht werden. Diess kann nun aber bloss dann geschehen, wenn die betheiligten Grundstücke gleiche Bonitäts-Classen haben; ist diess aber nicht der Fall, so kann dieses Verfahren nicht angewendet werden, denn wenn auch die Zu- und Abgangsflächen gleich sind, so ändert sich doch die Steuer-Verhältnisszahl, welche ein Product aus der Fläche und Bonitäts-Classe ist. Gewöhnlich ist aber bei Flächentausch mit Grundstücken von ungleichen Bonitäts-Classen die Verabredung

getroffen, dass die Steuerverhältnisszahl gleich bleiben soll und in diesem Fall muss natürlich dasjenige Grundstück, welches bessere Bonität abgibt, verhältnissmässig grösser und dasjenige, welches schlechtere Bonität abgibt, verhältnissmässig kleiner werden.

Am vortheilhaftesten ist es aber immer, alle Abgänge oder Zugänge zu berechnen uud auch auszuweisen, selbst bei gleichen Bonitäts-Classen der Grundstücke.

Für die grössten Ummessungsarbeiten ist ein gleichmässiges Rechnungsverfahren von vielfachem Nutzen, namentlich wird hiedurch, wenn sich irgend ein Fehler eingeschlichen hat, das Suchen desselben bedeutend erleichtert.

Die Zeichnungen zu den Berechnungen habe ich absichtlich weggelassen, da ich glaube, dass jeder, der diese wenigen Zeilen liest, sich leicht in dem nun folgenden Rechnungsmanual zurecht finden wird und auch um der Redaction Kosten zu ersparen.

Gemeindebezirk Oettingshausen.

Berechnung.		Plan-Nummer.	Flächeninhalt H. A. M.	Bemerkungen.
№	m	Kataster-fläche.		
635 Kat. - Fläche =	13597			
— zu 636 = 53	— 53	635	13597	
— › 742 = 15	13544	636	22683	
— › 748 = 99		742	19716	
— 167		748	43842	
+ von 742 = 15		Sa.	99838	
+ › 748 = 99				
+ 114				
— 53				

— zu **636**
a = 17,8·2,6 = 46,28 | 3,7 1,5 / 5,2 | b = 16,0·0,4 = 6,40 | 0,8

a + b = 52,6'8

— zu **742**
a=9,8·0,3 =2,94 | 0,6 | b=12,4·0,7 =8,68 | 0,6 0,8 / 1,4 | c=9,3·04 =3,72 | 0,8

a + b + c = 15,34

	Umrechnungsfläche
635	13544
636	22736
742	19716
748	43842
Sa.	99838

— zu **748** 28,4·3,5 = 99,40 | 3,9 3,1 / 7,0

№ **636** Katasterfläche = 22683m
+ von 635 = + 53m
22736m

№ **742** Katasterfläche = 19716m
—zu 635 = 15
+zu 635 = 15 bleibt unverändert.

— zu
№ **635** 7,5·2,0 = 15,00 | 1,7 2,3 / 40

№ **748** Katasterfläche = 43842m
—zu 635 = 99
+zu 635 = 99 bleibt unverändert

— zu
№ **635** 15,2·6,5 = 98,89 | 13,0

Coburg im Juli 1874.

G. Kerschbaum.

Ueber die Fehlerausgleichung der Liniennetze

vom Steuerrath **J. J. Vorländer.**

Das Verfahren, die Lage der Anhaltspunkte für die Vermessungen des Grundeigenthums durch rechtwinklige Abstände zu bestimmen, hat bereits in Deutschland grosse Verbreitung erlangt und es wird voraussichtlich immer grössere Ausdehnung gewinnen. Messtische, Bussolen, Zollmannsche Scheiben, Astrolabien, Transporteure werden in die Rumpelkammer wandern und von Winkelkreisen (Theodoliten), Kreuzscheiben, Winkelspiegeln und den Hilfsmitteln zur Berechnung uud Kartirung der Achsenabstände (Coordinaten) ersetzt werden.

Unsere Kunstwerkstätten haben Erfreuliches geleistet, um den Winkelkreisen leichte Handhabung und sicheres Ablesen zuzuwenden. Es wird auch hoffentlich nicht lange mehr dauern, dass die Sachverständigen überall darauf pringen werden, diese Werkzeuge in 400 statt in 360 Grade, die Grade in 100 Minuten u. s. w. einzutheilen und dadurch den Feldmessern eine bedeutende Erleichterung zu verschaffen. Die Ableitung der Neigungswinkel gegen die Hauptachse des Linienzuges wird dann ein leichtes Spiel im Vergleiche zur Beobachtung der Nordlinien-Abweichungen vermittelst der Bussole, es ist dazu nur ein schrittweises Zusammenzählen je eines vorhergehenden Neigungswinkels zu dem nachfolgenden Brechungswinkel und zu zwei rechten Winkeln erforderlich. Nicht minder bequem wird dann die Berechnung der Abstandsunterschiede, weil man ohne Weiteres jedem zehntheiligen Neigungswinkel an der ersten Ziffer ansieht, ob er dem zweiten, dritten oder vierten Quadranten, wenn nicht dem ersten angehört und welche Zeichen den Werthen $s \cdot \sin \alpha$, $s \cdot \cos \alpha$, worin α den Neigungswinkel und s die Länge der Strecke von einem Brechpunkt zum andern bezeichnet, beizulegen sind.

Es fehlt nicht mehr an Logarithmentafeln*) für fünf und vier Stellen, an Rechentafeln für alle Zahlen von 2 bis 999**), an Tafeln, worin die Werthe $s \cdot \sin \alpha$, $s \cdot \cos \alpha$ soweit ausgerechnet sind, um nur weniger und leichter Zusammensetzungen zu bedürfen***). Alle wünschenswerthen Erleichterungsmittel zur Erlangung solcher Werthe liegen also zur Hand.

Nur über das Verfahren bei der Vertheilung der unvermeidlichen Messungsfehler scheint man sich noch nicht überall geeinigt zu haben, eine nähere Besprechung darüber mag also nicht ganz überflüssig sein. Hierbei kann es nicht auf streng wissenschaftliche Erörterungen ankommen. Die Bestimmung der Arbeiten des Feldmessers unterscheidet sich wesentlich von den Aufgaben des Astronomen, Geographen und Naturforschers. Bei den Letzteren kommt es darauf an, für alle Zeit giltige Naturgesetze nachzuweisen oder die Gestalt unseres Planeten genauer zu bestimmen. Bei solchen Arbeiten dürfen Mühe und Zeit nicht gespart werden, den gewonnenen Beobachtungswerthen die grösste Wahrscheinlichkeit zu sichern. Aber die Arbeit des Feldmessers dient nicht†) wissenschaftlichen, sondern volkswirthschaftlichen Zwecken und die Grenze ihrer Genauigkeit ist nach dem Werthe zu bemessen, der diesen Zwecken entspricht. Es ist daher nicht unwichtig, sich über diese Grenze zu verständigen.

In meiner Schrift über die Ausgleichung der Fehler polygonometrischer Messungen††) stellte ich mir die Aufgabe, ein Verfahren für völlig strenge Ausgleichung zu zeigen, unterliess aber nicht, zu bemerken, dass dazu eine

*) *F. G. Gauss*, Berlin bei Ludw. Rauh. 1871 — 1873 mit den trigonometrischen Logarithmen für 360 und 400 Theilung.

**) *Crelle*, Stereotypausgabe von Dr. C. Bremicker. Berlin bei Georg Reimer 1857.

***) *Clouth*, Mayen beim Verfasser. 1870.

†) ? Die Red.

††) Leipzig bei B. G. Teubner 1858.

so grosse Anhäufung von Hilfszahlen nöthig sei, welche in gewöhnlichen Fällen die Feldmesser von seiner Anwendung zurückschrecken könne und zeigte dann Verfahrungsarten, welche zwar etwas an Genauigkeit opfern, aber dafür dem Rechner merkliche Erleichterung gewähren.

Am empfehlenswerthesten erschien mir das unter der Ziffer III (Seite 28) angeführte Verfahren, wobei der Fehler $\pm K_w$ der Summe der gemessenen Winkel eines Vielecks oder eines Zuges von n Seiten zu gleichen Theilen, nämlich für jeden Winkel durch Zusatz von $\mp \frac{K_w}{n}$ vertheilt wird und mit den so verbesserten Winkeln, von dem gegebenen Neigungswinkel α_0 der ersten Strecke ausgehend, die Neigungswinkel α_1, α_2, α_3 u. s. w. gegen die Hauptachse (die Achse der x) berechnet werden.

Bezeichnet man nun den Abstand von der Hauptachse (die Ordinate), für den Anfangspunkt des Linienzuges mit Y_0, für den Endpunkt mit Y_n den Abstand von der Nebenachse (die Abscisse) für den Anfangspunkt mit X_0, für den Endpunkt mit X_n, so bleiben nur noch zu behandeln die zwei Bedingungsgleichungen:

$$Y_0 - Y_n + S_0 \sin \alpha_0 + S_1 \sin \alpha_1 + S_2 \sin \alpha_2 + \ldots S_{n-1} \cdot \sin \alpha_{n-1} = 0$$

$$X_0 - X_n + S_0 \cos \alpha_0 + S_1 \cos \alpha_1 + S_2 \cos \alpha_2 + \ldots S_{n-1} \cos \alpha_{n-1} = 0$$

oder wenn man für die einzelnen berechneten Werthe, insbesondere für $S \cdot \sin \alpha$, nach gewöhnlicher Bezeichnung Δy und für $S \cdot \cos \alpha$ den Werth Δx an die Stelle setzt:

$$Y_0 = Y_n + \Delta y_0 + \Delta y_1 + \Delta y_2 + \ldots \Delta y_{n-1} = 0$$
$$X_0 - X_n + \Delta x_0 + \Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots \Delta x_{n-2} = 0$$

Man kann diese Ausdrücke mit Hilfe der bekannten eckigen Klammern kürzer geben, nämlich:

$Y_0 - Y_n + [S \cdot \sin \alpha] = 0$, worin für $S \cdot \sin \alpha$ alle Glieder von $S_0 \cdot \sin \alpha_0$ bis $S_{n-1} \cdot \sin \alpha_{n-1}$ zu setzen und zusammen zu rechnen sind,

$X_0 - X_n = [S \cdot cos\ \alpha] = 0$, ebenso für $S \cdot cos\ \alpha$ alle Glieder von $S_0\ cos\ \alpha_0$ bis $S_{n-1} \cdot cos\ \alpha_{n-1}$

ebenso $Y_0 - Y_n + [\Delta\ y] = 0$ und $X_0 - X_n + [\Delta\ x] = 0$ bei gleicher Bedeutung der eckigen Klammern.

Die Benutzung dieser Bedingungsgleichungen für das Ausgleichungsgeschäft beruht auf der gegründeten Voraussetzung, dass ein Vieleck diesen Bedingungsgleichungen vollkommen genügen *kann*, wenn die Summe der den Neigungswinkeln zum Grunde liegenden Brechungswinkel dem aus ihrer Anzahl abgeleiteten Sollbetrage gleich ist und dass ein Verfehlen dieser Bedingungen nur von den in Rechnung genommenen Streckenlängen herrühren kann, mithin die Ausgleichung nur diese Längen zu treffen hat.

Bei Abfassung jener Schrift war ich noch der Ansicht, dass den einzelnen Gliedern obiger Bedingungsgleichungen verschiedene Gewichte beigelegt werden müssten, je nachdem die in ihnen enthaltenen Streckenlängen (S) länger oder kürzer seien. Seitdem habe ich mich durch sorgfältige Untersuchung amtlicher Vermessungen überzeugt:

1. dass die Maasszahl jeder gemessenen Linie einen eigenen Fehler (Endfehler) hat, der sich vorzugsweise aus beständigen Fehlern, von den Mängeln des Messwerkzeugs, von der Art seiner Handhabung und von der Oberflächenbeschaffenheit der Linienbahn herrührend, zusammensetzt,
2. dass der Antheil, welchen die mehr oder weniger sich gegenseitig aufhebenden zufälligen Fehler an dem Endfehler haben, so gering ist, um vernachlässigt werden zu können,
3. dass die Gesammtwirkung der beständigen Fehler immer den gemessenen Längen verhältnissmässig ist, mögen die einzelnen Fehlerursachen mehrend oder mindernd auf den Endfehler einwirken,
4. dass der Endfehler mithin als das Vielfache eines Einheitsfehlers angesehen werden kann, der in der

Linie so oft und unter demselben Zeichen auftritt, als Maasseinheiten in der Linie enthalten sind.

Aus dem 1. Satze folgt übrigens, dass vermöge der Verschiedenheit der einwirkenden Umstände jeder gemessenen Linie ein besonderer Einheitsfehler zugedacht werden muss, dass mithin möglicher Weise eine kürzere Linie sogar einen grösseren Endfehler haben kann als eine längere, wenn auch meist der umgekehrte Fall eintritt *).

Wären die oben gebrauchten S solche Grössen, welche den Bedingungsgleichungen vollkommen genügten, s dagegen die durch Messung gefundenen mit unvermeidlichen Fehlern behafteten Streckenlängen, ε die Einheitsfehler derselben, welche, mit s verbunden, ebenfalls den Bedingungsgleichungen genügten, deren Quadratsumme Ω zugleich so klein als möglich sei; bezeichnete man endlich mit k_y den Fehlerhaufen der ersten, mit k_x den der zweiten Bedingungsgleichung, so hätte man:

$$Y_0 - Y_n + [s \sin \alpha] + k_y = 0$$

$$\text{auch } Y_0 - Y_n + [\Delta y] + k_y = 0$$

$$Y_0 - Y_n + [s (1 + \varepsilon) \sin \alpha] = 0$$

$$\text{und } Y_0 - Y_n + [\Delta y] + [\varepsilon \cdot \Delta y] = 0,$$

beide Gleichungen von einander abgezogen:

$$[\varepsilon . s . \sin \alpha] = + k_y \text{ und } [\varepsilon \, \Delta \, y] = + k_y$$

$$\text{ebenso } [\varepsilon . s . \cos \alpha] = + k_x \quad \text{»} \quad [\varepsilon \, \Delta \, x] = + k_x$$

oder ausgeführt:

---

*) Es wird kaum möglich sein, die im Folgenden gemachte Annahme gleicher Gewichte der Seitenmessungen durch diese Sätze zu begründen. Da bereits durch die Trennung der 3 vorhandenen Bedingungsgleichungen in 2 Gruppen von der strengen Ausgleichungsmethode abgegangen worden ist, scheint es das Einfachste, jene Annahme durch die damit erzielte Rechnungsvereinfachung zu begründen, und das Verfahren auf Züge mit ungefähr gleich langen Seiten zu beschränken. Die Red.

$$\text{I. } \varepsilon_0\, \Delta y_0 + \varepsilon_1\, \Delta y_1 + \varepsilon_2\, \Delta y_2 + \ldots \varepsilon_{n-1} \cdot \Delta y_{n-1} = + k_y$$

$$\text{II. } \varepsilon_0\, \Delta x_0 + \varepsilon_1 \cdot \Delta x_1 + \varepsilon_2 \cdot \Delta x_2 + \ldots \varepsilon_{n-1} \cdot \Delta x_{n-1} = = k_x$$

Setzen wir dazu:

$\varepsilon_0 \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \varepsilon_2 + \ldots \varepsilon_{n-1}\, \varepsilon_{n-1} = \Omega$ bei gleichen Gewichten der Einheitsfehler und verfahren in gewöhnlicher Weise:

$$\frac{\delta\Omega}{\delta\varepsilon_0} = -\varepsilon_0 + \Delta y_0 \cdot I + \Delta x_0\, II = 0 \text{ oder: } \varepsilon_0 = \Delta y_0 \cdot I + \Delta x_0 \cdot II$$

$$\frac{\delta\Omega}{\delta\varepsilon_1} = -\varepsilon_1 + \Delta y_1 \cdot I + \Delta x_1\, II = 0 \qquad \varepsilon_1 = \Delta y_1 \cdot I + \Delta x_1 \cdot II$$

$$\frac{\delta\Omega}{\delta\varepsilon_2} = -\varepsilon_2 + \Delta y_2 \cdot I + \Delta x_2\, II = 0 \qquad \varepsilon_2 = \Delta y_2 \cdot I + \Delta x_2 \cdot II$$

$$\cdot \qquad \cdot$$

$$\frac{\delta\Omega}{\delta\varepsilon_{n-1}} = -\varepsilon_{n-1} + \Delta y_{n-1}\, I + \Delta x_{n-1}\, II = 0 \quad \varepsilon_{n-1} = \Delta y_{n-1}\, \Delta x_{n-1}\, II$$

Jede dieser Gleichungen zuerst mit Δy vervielfältigt dann sämmtliche zusammengerechnet, ebenso mit Δ_x so verfahren, gibt:

$$\begin{array}{llllll}
\varepsilon_0 \cdot \Delta y_0 & = \Delta y_0 \cdot & \Delta y_0 \cdot & I + \Delta y_0 \cdot & \Delta x_0 \cdot & II \\
\varepsilon_1 \cdot \Delta y_1 & = \Delta y_1 \cdot & \Delta y_1 \cdot & I + \Delta y_1 \cdot & \Delta x_1 \cdot & II \\
\varepsilon_2 \cdot \Delta y_2 & = \Delta y_2 \cdot & \Delta y_2 \cdot & I + \Delta y_2 \cdot & \Delta x_2 \cdot & II \\
\cdot & & & & & \\
\varepsilon_{n-1} \cdot \Delta y_{n-1} & = \Delta y_{n-1} \cdot & \Delta y_{n-1} & \cdot I + \Delta y_{n-1} & \cdot \Delta x_{n-1} & II \\
\hline
ky & = [\Delta y & \cdot \Delta y] \cdot & I + [\Delta y & \cdot \Delta x & II,
\end{array}$$

und

$$\begin{array}{llllll}
\varepsilon_0\ \Delta x_0 & = \Delta y_0 \cdot & \Delta x_0 \cdot & I + \Delta x_0 \cdot & \Delta x & II \\
\varepsilon_1\ \Delta x_1 & = \Delta y_1 \cdot & \Delta x_1 \cdot & I + \Delta x_1 \cdot & \Delta x_1 & II \\
\varepsilon_2\ \Delta x_2 & = \Delta y_2 \cdot & \Delta x_2 \cdot & I + \Delta x_2 & \Delta x_2 & II \\
\cdot & & & & & \\
\varepsilon_{n-1} \cdot \Delta x_{n-1} & = \Delta y_{n-1} \cdot & \Delta x_{n-1} \cdot & I + \Delta x_{n-1} \cdot & \Delta x_{n-1} & II \\
\hline
k_x & = [\Delta y & \cdot \Delta x] & \cdot I + [\Delta x & \cdot \Delta x] \cdot & II
\end{array}$$

Daraus:

$$\mathrm{I.} = \frac{k_y - \frac{[\Delta y \cdot \Delta x]}{[\Delta x \cdot \Delta x]} k_x}{[\Delta y . \Delta y] - \frac{[\Delta y \; \Delta x]^2}{[\Delta x \cdot \Delta x]}}, \quad \mathrm{II.} = \frac{k_x - \frac{[\Delta y \cdot \Delta x]}{[\Delta y \cdot \Delta y]} k_y}{[\Delta x \cdot \Delta x] - \frac{[\Delta y \cdot \Delta x]^2}{[\Delta y \cdot \Delta y]}}$$

Durch Einsetzen der Werthe für I und II in die obigen Ausdrücke findet man die Einheitsfehler ε_0, ε_1, ε_2 u. s. w. und diese mit Δy_0, Δy_1, Δy_2 u s. w. mal genommen, die Verbesserungen u_0, u_1, u_2 u. s. w. für Δy_0, Δy_1, Δy_2 u s. w., ebenso mit Δx_0, Δx_1, Δx_2 u. s. w. mal genommen, die Verbesserungen v_0, v_1, v_2 u. s. w. für Δx_0, Δx_1, Δx_2 u. s. w. Später wird ein kürzeres Verfahren zur Entwicklung der u und v gezeigt werden.

Die obigen Bedingungsgleichungen:

$$Y_0 - Y_n + \Delta y_0 + \Delta y_1 + \Delta y_2 \ldots \Delta y_{n-1} = 0$$
$$X_0 - X_n + \Delta x_0 + \Delta x_1 + \Delta x_2 \ldots \Delta x_{n-1} = 0$$

gelten für den allgemeinen Fall, dass zwischen zwei gegebenen Punkten o und n ein gebrochener Linienzug zu behandeln ist und es ist nur ein besonderer Fall, wenn der Punkt n mit dem Punkt o zusammenfällt, der Zug also in seinen Anfangspunkt zurückläuft, mithin ein geschlossenes Vieleck bildet. Alsdann ist $Y_0 - Y_n = 0$ und $X_0 - X_n = 0$ und man hat von vorn herein die obigen Gleichungen *I* und *II*.

Bei der Ausgleichungsrechnung geschieht die Ausscheidung der Werthe *I* und *II* aus den Endgleichungen am leichtesten mit Hilfe vier- oder fünfstelliger Logarithmen, alles Uebrige mit der Crelleschen Rechentafel. Bei der Bildung der Werthe $\Delta y \cdot \Delta y$, $\Delta y \cdot \Delta x$, $\Delta x \cdot \Delta x$ braucht man nicht ängstlich zu sein und man kann sie in allen Fällen auf ganze Zahlen abrunden.

Ein Zahlenbeispiel möge das Verfahren darthun. In dem auf der Seite 77 gegenwärtiger Zeitschrift benutzten Streckenzuge war:

Δy	Ruthen	Δx	Ruthen	$\Delta y \cdot \Delta y$	$\Delta y \cdot \Delta x$	$\Delta x \cdot \Delta x$
Δy_0	$= + 20{,}02$	Δx_0	$= + 168{,}32$	$+ 400$	$+ 3367$	$+ 28278$
Δy_1	$= + 42{,}67$	Δx_1	$= + 10{,}51$	$+ 1819$	$+ 448$	$+ 110$
Δy_2	$= + 61{,}37$	Δx_2	$= + 21{,}11$	$+ 3770$	$+ 1295$	$+ 445$
Δy_3	$= + 41{,}93$	Δx_3	$= + 43{,}10$	$+ 1755$	$+ 1806$	$+ 1858$
Δy_4	$= + 106{,}17$	Δx_4	$= + 23{,}76$	$+ 11270$	$+ 2523$	$+ 564$
Δy_5	$= - 75{,}82$	Δx_5	$= - 73{,}51$	$+ 5746$	$+ 5571$	$+ 5402$
$[\Delta y]$	$= + 196{,}34$	$[\Delta x]$	$= + 193{,}29$	$[\Delta y\, \Delta y] = + 24760$	$[\Delta y\, \Delta x] = + 15010$	$[\Delta x\, \Delta x] = + 36657$
Dreiecksnetz	$= + 196{,}68$	. . .	$= + 193{,}72$			
	$k_y + 0{,}34$		$k_x = + 0{,}43$			
Logar:	9·53148—10			Logar: 4.39375	Logar: 4.17638	
$log \frac{[\Delta y \cdot \Delta x]}{[\Delta y \cdot \Delta y]}$	9·78264—10	. . .	. . . .	. . .	9.78263—10	
	9·31412—10	. . .	zu $= 0{,}2061$	$log \frac{[\Delta y \cdot \Delta x]^2}{[\Delta y \cdot \Delta y]}$	$= 3{,}95901$	zu — 9099
		$k_x - \frac{[\Delta y \cdot \Delta x]}{[\Delta y \cdot \Delta x_y]} k_y$	$= + 0{,}2239$			+ 27558
			9·35005—10	. . .	. . . . < —	4.44028
		$log\ II =$	4,90977—10	. . .	4.90977—10	
$- [\Delta y \Delta x]\ II$	$= - 0{,}1219$	$II =$	$+ 0{,}00000812$	$log [\Delta y \cdot \Delta x] \cdot II =$	9 08615—10	
$k_y - [\Delta y \Delta x] II$	$= + 0{,}2181$	. . .	. . .	9.33866—10	$- log [\Delta y \cdot \Delta y]$	
				$= log\ I = 4.94491 - 10$		
				$I = + 0{,}00000881$		

Nachdem der Werth II gefunden war, konnte I leichter durch Einsetzen in die erste Gleichung gefunden werden. Es folgt nun:

	$\Delta y \cdot I$	$\Delta x \cdot II$	ε	$\varepsilon \cdot \Delta y$	$\varepsilon \cdot \Delta x$
0	+0,000176	+0,001364	=+0,001540	u_0=+0,031	v_0=+0,259
1	+0,000376	+0,000085	=+0,000461	u_1=+0,019	v_1=+0,005
2	+0,000540	+0,000171	=+0,000711	u_2=+0,044	v_2=+0,015
3	+0,000370	+0,000340	=+0,000710	u_3=+0,030	v_3=+0,031
4	+0,000934	+0,000193	=+0,001127	u_4=+0,120	v_4=+0,027
5	−0,000668	−0,000597	=−0,001265	u_5=+0,096	v_5=+0,093
				k_y=+0,340	k_x=+0,430

Möge auch noch das Beispiel eines geschlossenen Vielecks gestattet sein, wenn ich dazu das auf der Seite 71 meiner oben angezeigten Schrift gewählte benutze. Es steht dort mit Hinweglassung der Seiten und Winkel:

Punkt	Δy	Δx	$\Delta y \cdot \Delta y$	$\Delta y \cdot \Delta x$	$\Delta x \cdot \Delta x$
0	+40,835	+121,205	+1665	+4937	+14689
1	− 77,757	+ 18,814	6045	−1462	353
2	+87,809	+ 51,107	7709	+4487	2611
3	−34,831	+ 24,701	1212	− 859	610
4	−86,137	+ 34,529	7413	−2970	1190
5	− 96,808	+ 18,183	9370	1761	331
6	+ 0,327	− 34,498		− 11	1190
7	−64,680	− 19,305	4186	+1248	372
8	+13,512	−100,395	182	−1356	10080
9	+64,777	− 93,077	4199	− 6026	8664
10	+17,074	−121,504	292	−2069	14762
11	+53,251	+ 79,155	2836	+4213	6265
12	+82,644	+ 21,519	6831	+1769	463
	+360,229	+369,213	51940	+16654	61580
	−360,213	−368,779		−16514	
k_y=	+ 0,016	k_x=+0,434		+ 140	
Aus	+ 0,016	=	+51940 I	+140·II	
und		=0,434	=	+140 · I	+61580·II

folgt durch Ausscheidung $I = +0{,}00000029$
$II = +0{,}00000705$

Handelt es sich blos um die Ausgleichungswerthe für

Δy und Δx, so ist nicht nöthig, die Einheitsfehler zu entwickeln; man gelangt zu ersteren auf viel kürzerem Wege mittelst der Ausdrücke $u = \Delta y \cdot \Delta y \cdot I + \Delta y \cdot \Delta x \cdot II$

$$v = \Delta y \cdot \Delta x \cdot I + \Delta x \cdot \Delta x \cdot II$$

Dabei kann die letzte Ziffer der Werthe $\Delta y \cdot \Delta y$, $\Delta y \cdot \Delta x$, $\Delta x \cdot \Delta x$ unbedenklich auf 0 abgerundet werden, wonach man auf jedem der beiden Blätter der Crelleschen Rechentafel für I und II sämmtliche Theilwerthe für u und v hervorheben kann. Für das vorstehende Beispiel findet man:

Punkt	$-\Delta y \cdot \Delta y \cdot I - \Delta y \cdot \Delta x \cdot II = -u$	$-\Delta y \cdot \Delta x \cdot I - \Delta x \cdot \Delta x \cdot II \quad +v$	Punkt
0	−0,0005−0,0348=−0,0353	−0,0014−0,1035=−0,1049	0
1	−0,0017+0,0103 +0,0086	+0,0005−0,0025=−0,0020	1
2	−0,0022−0,0317=−0,0339	−0,0013−0,0184=−0,0197	2
3	−0,0004+0,0061=+0,0057	+0,0003−0,0043=−0,0040	3
4	−0,0022+0,0210=+0,0188	+0,0009−0,0084=−0,0075	4
5	−0,0027+0,0124=+0,0097	+0,0005−0,0023=−0,0018	5
6	− +0,0001=−0,0001	+ −0,0084=−0,0084	6
7	−0,0012−0,0088=−0,0100	−0,0004−0,0026=−0,0030	7
8	−0,0001+0,0096=+0,0095	+0,0004−0,0071=−0,0707	8
9	−0,0012+0,0425=+0,0413	+0,0018−0,0611=−0,0593	9
10	−0,0001+0,0146=+0,0145	+0,0006−0,1041 =−0,1035	10
11	0,0008−0,0297=−0,0305	−0,0012−0,0442= 0,0454	11
12	−0,0020 0,0125=−0,0145	−0,0005−0,0033=−0,0038	12
	$[u] = -0{,}0160$	$[v] = -0{,}4340$	
	$k \quad +0{,}0160$	$k_x \quad +0{,}4340$	

In dem letzten Beispiel sind, nur mit Rücksicht auf die Rechnungen in meiner obenerwähnten Schrift, die Ausgleichungswerthe mit vier Decimalstellen der Ruthen ausgedrückt, sie können aber füglich auf drei Stellen und bei dem Metermaasse auf zwei Stellen abgerundet werden. Bleibt das vorstehende Verfahren auch dann noch etwas mühsamer als das meist noch im Gebrauch befindliche, wonach die Fehler k_y und k_x durch Zusätze von $-\frac{k_y}{(\Delta y)}$ und $-\frac{k_x}{(\Delta x)}$ vertheilt werden, wo die Zeichen (Δy) und (Δx) die Zahlensummen aller Δy und Δx ohne Rücksicht auf ihre Zeichen auszudrücken*), so unterliegt es doch nicht der wesentlichen Ausstellung gegen das letztere Verfahren, dass die geschehene vorgängige Vertheilung des Winkelfehlers bei diesem wieder umgeworfen wird, was eine nothwendige Folge davon ist, dass alle Verbesserungen der Δy einerlei Zeichen führen, ebenso wie die der Δx. Bei dem oben gezeigten Verfahren bleiben dagegen die nach der Winkel-Ausgleichung festgestellten Neigungswinkel bei der Ausgleichung der Abstandsfehler unangetastet. Denn es ist:

$$tang\ \alpha = \frac{(s+\varepsilon)\sin\alpha}{(s+\varepsilon)\cos\alpha} = \frac{s\ (1+\varepsilon)\ \sin\ \alpha}{s\ (1+\varepsilon)\ \cos\ \alpha} = \frac{s\cdot \sin\ \alpha}{s\cdot \cos\ \alpha}$$

$$\text{ebenso } tang\ \alpha = \frac{\Delta y + \varepsilon\Delta y}{\Delta x + \varepsilon\Delta x} = \frac{(1+\varepsilon)\ \Delta y}{(1+\varepsilon)\cdot\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

und zwar ohne Unterschied der Zeichenwechsel, welche bei $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ vorkommen mögen. Hatten wir z. B. oben bei dem Punkte (2)

$$\begin{array}{lll} \Delta y_2 = \ \ 87{,}809 & \text{und} & \Delta x_2 = \ \ 51{,}107, \\ u_2 \ \ = -0{,}0339 & & v_2 \ \ = -0{,}0197 \\ \hline \Delta y' = \ \ 87{,}7751 & & \Delta x' = 51{,}0873 \end{array}$$

so ist: $\frac{87{,}809}{51{,}107} = +1{,}7181$ und $\frac{87{,}7751}{51{,}0873} = +1{,}7181$

oder bei Punkt (9)

$$\begin{array}{lll} \Delta y_9 = +\ 64{,}777 & \text{und} & \Delta x_9 = -\ 93{,}077 \\ u_9 = +\ 0{,}0413 & & v_9 = -\ 0{,}0593 \\ \hline \Delta y' = +64{,}8183 & & \Delta x' = -93{,}1363 \end{array}$$

*) Seite 25 meiner Schrift.

ist $\frac{+64,8183}{-93,1363} = -0,69595$ $\frac{+64,8183}{-93,1363} = -0,69595$

Endlich bleibt zu bemerken, dass das gezeigte Verfahren auf einem — wenn auch durch die Trennung der Winkelausgleichung von der Ausgleichung der Achsenabstände eingeschränkten — wissenschaftlichen Grunde ruht, wogegen das meist noch übliche Verfahren ohne solchen Grund ist und nicht den Namen einer Fehlerausgleichung, sondern nur den einer Fehlerzerstreuung verdient.

Minden, den 21. Mai 1874

Die Constanten beim Reichenbach'schen Distanzmesser.

Bekanntlich hat man für die Entfernung der Instrumentenmitte von dem Aufstellungspunkt einer Latte, an welcher zwischen den Distanzfäden die Länge l abgelesen wurde,
1) für Aufnahmen in grösserem Massstab (1:1000): $d = c + k \cdot l$
2) für Aufnahmen in kleinerem Massstab (1:5000): $d = k \cdot l$,
dabei bedeutet c die Entfernung des vorderen Brennpunkts des Objectivs von der Instrumentenmitte und k eine von der Entfernung der Distanzfäden abhängige Constante. Im Folgenden soll gezeigt werden, wie gross der Fehler werden kann bei Anwendung der Gl. (2) und für welchen Massstab diese noch zu gebrauchen ist.

Die Constante c setzt sich zusammen aus der Entfernung der Instrumentenmitte vom Objectiv plus der Brennweite des letztern. Diese ist angenähert (für vorliegende Zwecke genau genug) gleich der Entfernung des Objectivs vom Fadenkreuz beim Anvisiren fern gelegener Punkte. Die Constante k erhält man durch Ablesen der Distanz l_0 an einer Latte über einem Punkte von bekannter Entfernung d_0

genau: 3) $k = \frac{d_0 - c}{l_0}$ angenähert 4) $k = \frac{d_0}{l_0}$.

Für irgend eine Aufstellung der Latte mit der Ablesung l ist alsdann

die genaue Entfernung: $c + \frac{d_0 - c}{l_0} \cdot l$

die genäherte Entfernung: $\frac{d}{l_0} \cdot l$

Die Differenz beider, oder der Fehler des genäherten Werthes also:

$$\varDelta = c + \frac{d_0 - c}{l_0} \cdot l - \frac{d_0}{l_0} \cdot l = \frac{c}{l_0} \cdot (l_0 - l)$$

Der Fehler ist $\gtreqless$ Null, je nachdem $l \lesseqgtr l_0$, d. h. für alle Punkte, die näher am Instrument liegen, als der zur Bestimmung von k verwendete Punkt, wird die Entfernung zu klein, für die übrigen zu gross ausfallen und zwar ist der absolute Werth des Fehlers derselbe für Punkte gleicher Entfernung von dem zur Bestimmung von k verwendeten Punkt. Die günstigste Entfernung zur Bestimmung der Constanten k bei unverschiebbaren Fäden resp. zur Richtigstellung verschiebbarer Fäden wird somit gleich sein der Hälfte der mit dem Instrument überhaupt zu suchenden grössten Entfernung. Der grösste Fehler an der Distanz mit einem auf diese Weise erhaltenen Werth von k ergiet sich für $l=0$ resp. $l = 2l_0$, nämlich: $\varDelta = c$. Die Constante c weicht nur sehr wenig von $0{,}5^m$ ab, der grösste Fehler wird daher zu $0{,}5^m$ angenommen werden können und es ist das genäherte Verfahren (Gl. 2) überall da zu gebrauchen, wo eine Genauigkeit von nicht über $\frac{1}{2}^m$ verlangt wird (Massstab 1:5000).

Für ein Vermessungsgebiet von 300^m Ausdehnung und Einstellung der Fäden auf 150^m für $k=100$ und $c=0{,}5$ sind die Abweichungen der genäherten Werthe von den genauen in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Nr.	Ablesung zwischen den Distanzfäden.	Genäherte Entfernung.	Genaue Entfernung.	Differenz (4)—(3)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	m	m	m	m
1	0,000	0	0,50	+ 0,50
2	0,500	50	50,34	+ 0,34
3	0,000	100	100,17	+ 0,17
4	1,500	150	150,00	0,
5	2,000	200	199,83	— 0,17
6	2,500	250	249,66	— 0,34
7	3,000	300	299,50	— 0,50

Zum Schluss noch einige Worte über die Construction der Distanzvorrichtung. Wie Jedermann weiss, sind die Distanzfäden bei den meisten, insbesondere der neueren Instrumenten durch besondere Schrauben verstellbar, so wird auch Niemand unbekannt sein, dass der dadurch erreichte Vortheil, k auf 100 richten und bei geneigtem Visiren zum Rechnen gewisse Hilfsmittel (Rechenstab, Tabellen) benutzen zu können, bedeutend abgeschwächt wird durch den Nachtheil fortwährender Untersuchungen und Verbesserungen der Distanzfädenentfernung. In vielen Fällen wird aus Mangel an Zeit oder aus irgend welchen andern Gründen unterlassen, vor jeder Arbeit sich von der Richtigkeit des Instruments zu überzeugen. Hier ist man, wie nicht leicht bei einer andern Beschäftigung, ganz auf die Zuverlässigkeit des Arbeiters angewiesen, da eine eingehende Revision topographischer Aufnahmen nicht wohl möglich ist. Aus diesen Gründen kam ich zu der Ueberzeugung, dass feste Fäden mit Benutzung des in Jordan's Taschenbuch für prakt. Geometrie beschriebenen Diagramms zur Reduction bei geneigten Visuren sichere Resultate liefern und nicht unbequemer zu handhaben sind, als verschiebbare Fäden mit Benutzung des trigonometr. Rechenstabs. Zur Verhinderung rascher Abnützung des Diagramms empfiehlt sich die Anbringung eines Hornblättchens im Scheitelpunkt

Winterthur, den 25. September 1874. *Schlebach.*

Badische Verordnungen.

Die Ausbildung, Prüfung und dienstpolizeiliche Ueberwachung des zur Ausübung der Feldmesskunst bestellten Personals, insbesondere Aenderung der Gebührensätze betreffend.

Auf den unterthänigsten Antrag *Unseres* Staatsministerium haben *Wir* beschlossen und verodnen, was folgt:

Die Vorschriften *Unserer* Verordnung vom 27. Mai 1872 über die Ausbildung, Prüfung und dienstpolizeiliche Ueberwachung des zur Ausübung der Feldmesskunst bestellten Personals, insbesondere hinsichtlich der Festsetzung der Gebührensätze werden aufgehoben und durch nachstehende Bestimmungen ersetzt:

1. Vom 1. Januar 1875 an betragen die Gebühren der *nicht besoldeten* Geometer:
   für Zimmerabeiten täglich . 6 Mark,
   für Arbeiten auf dem Felde täglich . . . . 9 »
   der Feldmesser:
   für Zimmerarbeiten täglich . 3 »
   für Arbeiten auf dem Felde täglich . . . . 4 » 50 Pfennig.
2. Die ganze Tagesgebühr darf nur bei einem Zeitaufwand von mindestens 8 Stunden angerechnet werden.
   Bei Geschäften von kürzerer Dauer ist der dem Zeitaufwand entsprechende Theil der Tagsgebühr zu berechnen, jedoch darf, wenn ein Geschäft weniger als 2 Stunden dauert, $^1/_4$ Taggebühr in Ansatz gebracht werden.
3. Bei den Arbeiten auf dem Felde wird die Zeit des Hin- und Herwegs der Arbeitszeit zugeschlagen.
4. Muss bei einer *Zimmer*arbeit ausserhalb des Wohnortes der Entfernung wegen auswärts über Mittag gezehrt werden, so hat als Entschädigung dafür anzusprechen:
   ein Geometer . . . . 2 Mark,
   ein Feldmesser . . . . 1 »
5. Muss bei auswärtigen Arbeiten, seien es *Zimmer*- oder *Feld*arbeiten, auswärts übernachtet werden, so

darf für jede auswärts zugebrachte Nacht eine Entschädigung angerechnet werden:

durch einen Geometer . . . . . . 2 Mark,
durch einen Feldmesser . . . . . . 1 »

6. Bei auswärtigen Arbeiten, seien es Zimmer- oder Feldgeschäfte, darf für einen zwischen die Arbeitstage fallenden Sonntag oder Festtag, der auswärts zugebracht werden muss, die Gebühr für *Zimmer*arbeit einschliesslich der Entschädigung für Zehrung und Uebernachten angerechnet werden.

Für mehrere auf einanderfolgende solche Tage findet aber eine Anrechnung nicht statt.

Die Gebühren der Steinsetzer betreffend.

Die Dienstanweisung für die Steinsetzer vom 7. März 1856 (Central-Verordnungsblatt Nr. V.) sowie die diesseitige Verordnung vom 15. October 1864 (Central-Verordnungsblatt Nr. XXII.) wird im Einverständniss mit Grossherzoglichem Finanzministerium vom 1. Januar 1875 an abgeändert, wie folgt:

§. 30.

Die Dienste der Steinsetzer werden in Tagsgebühren oder nach dem Stück gelohnt.

Die Tagsgebühr für Verrichtungen innerhalb der Gemarkung beträgt:

in Gemeinden von 4000 und mehr Einwohnern 4 Mark,
» » » weniger als 4000 Einwohnern 3 Mark.

Bei einer Beschäftigung von 4 Stunden oder weniger wird die Hälfte, bei längerer Beschäftigung die volle Tagsgebühr bezahlt. Jedoch darf für das Setzen, Versetzen, Aufrichten oder Herausnehmen einer Gewann- oder Eigenthums-Grenzmarke nie über ein Achtel der Tagsgebühr für jeden der beiden dabei beschäftigten Steinsetzer angerechnet werden.

Für Dienstverrichtungen ausserhalb der Gemarkung haben die Steinsetzer als Vergütung zu beziehen:

in Gemeinden von 4000 und mehr Einwohnern 6 Mark,
» » » weniger als 4000 Einwohnern 5 Mark.

Bezüglich der Fahrkosten und Weggebühren finden die Bestimmungen über die Reisegebühren der Zeugen auch hier Anwendung.

Der Gemeinderath kann mit amtlicher Genehmigung für den Steinsatz eine Gebühr auf das Stück festsetzen, welche dann so zu bemessen ist, dass die Steinsetzer bei fleissiger Arbeit in einem vollen Tag die Tagsgebühr verdienen.

§. 31.

Für die Vermarkung der Eigenthumsgrenzen kann ausser dem in §. 30 bestimmten Lohne für jeden Eintrag in das Tagebuch für den Steinsetzer, welcher den Eintrag macht, eine Gebühr von sechs Pfennig von den betheiligten Eigenthümern erhoben werden. Sämmtliche Verrichtungen auf den Grenzen eines und desselben Grundstücks — oder bei grossen Gütern, deren Bestandtheile ihrer Lage und Eintheilung als Gewanne betrachtet werden können, auf den Grenzen einer solchen Gewann — sind in *einen* Eintrag aufzunehmen.

Königliche Verordnung,

betreffend die Prüfung und Bestellung öffentlicher Feldmesser und die Ausführung der Feldmesser-Arbeiten in Württemberg.

Vom 20. December 1873.

(Schluss von Seite 294.)

§. 10. Jedes Nivellement soll auf mehrere Fixpunkte, deren Coten, wenn sie gegeben sind, bei dieser Gelegenheit controlirt werden, gegründet sein, und ebenso abgeschlossen werden, jedenfalls aber sind in der Nähe des Endpunktes mehrere Fixpunkte aufzunehmen, welche

für künftige Gelegenheit die Möglichkeit eines derartigen Anschlusses für ein neues Nivellement darbieten.

Auch im Verlaufe des Nivellements soll die Möglichkeit der künftigen Prüfung und Benützung der Arbeit durch Aufnahme zahlreicher Fixpunkte, welche nöthigenfalls erst herzustellen und geeignet auf dem Felde zu bezeichnen sind, gesichert werden. Diese Punkte werden entweder auf einen Situationsplan, wozu die Katasterkarte benützt werden kann, mit der betreffenden Nummer eingetragen, oder durch Messung von Distanzen bestimmt, oder unter den Bemerkungen so beschrieben, dass sie später unzweideutig wieder aufgefunden werden können.

Die Bestimmung der Vorschriften, nach welchen eine nivellirte Linie in regelmässigen Abständen verpflockt werden soll, bleibt je nach dem vorliegenden Zwecke besonderer Anordnung vorbehalten. Jedenfalls soll aber die Linie durch die Verpflockung sichtbar in Kilometer eingetheilt sein; und sind die am Endpunkte des ersten, zweiten Kilometers angebrachten Pflöcke durch die Bezeichnung 1 km., 2 km. kenntlich zu machen.

§. 11. Zu dem Nivellement einer Linie wird ein Längenprofil gefertigt, in welchem die horizontalen Dimensionen, wenn nichts Anderes besonders vereinbart ist, im Verhältniss $^1/_{2500}$, die verticalen in $^1/_{250}$ verjüngt sind und die Coten der nivellirten Punkte eingeschrieben sind. Das Blatt soll ferner die Angabe der Lokalität, der angewandten Verjüngungsverhältnisse nebst einem dazu construirten Massstab, die Angabe des zu Grunde gelegten Horizonts und der Coten, von denen ausgegangen ist, mit der Unterschrift des Geometers, nebst dem Datum des Nivellements, enthalten.

Querprofile sind ohne Ueberhöhung und zwar in der für die Verticaldimensionen des Längenprofils angewendeten Verjüngung darzustellen. Die Brouillonirung für die Aufnahme der Contouren der Querprofile wird figürlich und massstablich (am zweckmässigsten auf carrirtem Papier) gemacht.

§. 12. Für *Erdmassenberechnungen* bei Arbeiten, welche nicht nach einer vorherrschenden Längenerstreckung betrieben werden, und bei welchen daher auch senkrecht zu einer Axe gelegte Querprofile weder den einfachsten noch den erschöpfendsten Ausdruck für die Umänderung der Oberflächengestalt geben, — also bei Herrichtung von Baustellen für Hochbauten, bei Abräumung von Steinbrüchen, Ausbeutung von Kieslagern etc. — sind *Flächennivellements* vorzunehmen und so einzurichten, dass die Erdmassenberechnung statt nach horizontalen Prismen (je aus dem Mittel zweier benachbarter Querprofilflächen und dem Abstand) vielmehr nach verticalen Prismen vorgenommen werden kann. Das Flächennivellement hat nämlich die Angaben zu liefern zu der Berechnung der zwei prismatischen Volumina, welche sich innerhalb eines von den Veränderungen nicht berührten Polygonumfangs von der Projection der Polygonfläche auf eine nach ihrer Höhenlage fixirte Horizontalebene bis zur sichtbaren Bodenoberfläche je vor und nach der Veränderung erstrecken.

Sowohl das eine als das andere prismatische Volumen wird zerlegt in dreiseitige Prismen, deren Scheitelflächen in der sichtbaren Bodenoberfläche so angenommen werden, dass sie mit thunlichster Ausgleichung kleiner Unebenheiten als eben betrachtet werden können. Da gewöhnlich innerhalb der Seitenflächen eines Prismas, dessen Scheitelfläche vor der Veränderung eine annähernd ebene gewesen ist, die Bodenoberfläche nach der Veränderung nicht auch wieder eine annähernd ebene Gestaltung darbieten wird, so muss im Allgemeinen das Netz der dreieckigen Prismengrundflächen, in welche die Horizontalprojection der ganzen Polygonfläche zerlegt wird, im alten Bestand ein anderes sein, als im neuen.

Die für den fraglichen Zweck nöthigen Operationen sind demnach folgende:

Vor der Veränderung:

1) Aussteckung und Verpflockung des Polygonumfangs derart, dass die Pflöcke auch gegen die weitest gehenden

Erdarbeiten, welche in Aussicht stehen, gesichert sind, und an die einzelnen Polygonseiten Dreiecke angeschlossen werden können, welche als eben betrachtet werden dürfen.

2) Auswahl und Aussteckung der Ecken der einzelnen annähernd ebenen Dreiecke, welche die Scheitelflächen der dreiseitigen Prismen des alten Bestandes bilden.

3) Situationsaufnahme und

4 Nivellement sämmtlicher ausgesteckten und fortlaufend numerirten Eckpunkte.

Wird die Horizontalebene, in welche die Grundflächen sämmtlicher dreiseitiger Prismen fallen, tiefer als die Bodenfläche des alten sowohl wie des neuen Bestandes angenommen und als der Horizont mit der Höhe Null behandelt, so sind die Coten der einzelnen Eckpunkte zugleich die Längen der betreffenden Prismenkanten, und die aufgefüllte oder die abgehobene Erdmasse ergibt sich unmittelbar als Differenz der zwei prismatischen Volumina.

Nach der Veränderung:

5) Auswahl und Aussteckung der Dreieckspunkte.

6) Situationsaufnahme.

7) Nivellement im neuen Bestand wie unter 2, 3, 4 im alten

Axe für 6 und Ausgangspunkte für 7 sind dieselben wie im alten Bestand, nachdem sie bei der vorherigen Operation gehörig versichert worden sind.

8) Prüfung der unveränderten Höhenlage und Situation der Polygonpunkte.

Ueber die Aufnahme ist ein Plan im 250theiligen Massstabe zu fertigen, welcher die Nordrichtung, einige zur Orientirung und zum Anschluss geeignete benachbarte feste Objecte, die sämmtlichen nivellirten Punkte, die Hauptaufnahmslinie und einen Massstab mit Angabe der Verjüngung enthält. Eingeschrieben werden die zur Versicherung gemessenen Distanzen von festen Objecten, die arabischen Nummern der nivellirten Punkte nebst ihren Co-

ten, die römischen Nummern der einzelnen Dreiecke, die vom Plane selbst abgestochenen Längen der Dreiecksseiten. Alles auf den alten Bestand Bezügliche wird ausgezogen und eingeschrieben in schwarzer Tusche, alles auf den neuen Bestand Bezügliche in rothem Carmin.

Bei der Berechnung der Rauminhalte der einzelnen dreiseitigen Prismen werden für die Grundflächen die vom Plane abgestochenen Dreiecksseiten und zugehörigen Höhen benützt. Die Division des Products aus Höhe und Grundlinie mit 2 und der Summe der drei Kanten mit 3 wird nicht für jedes einzelne Prisma ausgeführt, sondern nachdem das ganze Produkt mit der ganzen Summe multiplizirt ist, und die für die einzelnen Prismen erhaltenen Ergebnisse zusammengezogen worden sind, wird das Gesammtresultat mit 6 dividirt. Zur Controle ist die Summe der doppelten Dreiecksflächen sowohl im alten als auch im neuen Bestande mit der doppelten Fläche des ganzen Polygons, wie sie sich aus den bei der Aufnahme erhaltenen Massen unmittelbar ergibt, zu vergleichen.

II. Revision der Feldmesserarbeiten.

§. 13. Bei der Revision von Feldmesserarbeiten sind von dem Revisor zunächst die an Ort und Stelle gemachten Aufzeichnungen, die Berechnungen u. s. w. einzusehen und einer Prüfung zu unterwerfen.

Bei den von dem Revisor auf der Karte oder dem Plane aufzutragenden Revisionslinien sind die bei der Nachmessung gefundenen Masse genau einzuschreiben. Wo der Raum dies nicht gestattet, oder wo durch die Einschreibung Undeutlichkeiten herbeigeführt werden können, sind die Revisionslinien besonders aufzuzeichnen und darin die gegen die früheren Messungen gefundenen Differenzen einzutragen.

§. 14. Eine Messung, welche auf die erforderliche Genauigkeit Anspruch macht, wird als richtig angesehen, wenn bei der Revision die Differenzen nicht grösser gefunden werden als folgende Bestimmungen besagen:

1) bei Messungen, auf welche §. 1 dieser Verfügung Anwend ng findet

a) bei *Prüfung von Längen*, welche bei der Aufnahme selbst gemessen worden sind oder aus solchen berechnet werden können:

$^1/_{1000}$ der gemessenen Länge auf ziemlich ebenem Terrain mit Steigungen unter 2 %;
$^2/_{1000}$ bei Steigungen von 2—7 %;
$^3/_{1000}$ bei noch grösseren Steigungen.

Eine etwaige Unsicherheit des Anfangs- und des Endpunktes der Messung auf dem Felde ist nach Umständen zu berücksichtigen, insbesondere ist für den Steinsatz nach einer bei der ursprünglichen Vermessung vorhandenen Verpflockung 1 dcm. in Rechnung zu bringen.

Bei Prüfung von Längen, welche nur von der Karte abgestochen werden können, darf sich die nach obigen Bestimmungen zulässige Gesammtdifferenz noch um diejenige Länge erhöhen, welche je nach dem Massstabe des Plans auf diesem durch eine Linie von 0,4 mm. dargestellt wird, beim 2500theiligen Massstabe z. B. um 1 m.

b) *Bei Prüfung von Flächen.*

Kann die revidirte Fläche aus unmittelbar nachgemessenen Linien berechnet werden, so soll das Ergebniss der Revision mit der ersten Berechnung, je nachdem unter den oben angegebenen Umständen an den Längen Differenzen von $^1/_{1000}$ oder $^2/_{1000}$ oder $^3/_{1000}$ zugelassen sind, auf 25 oder 50 oder 75 Quadratmeter per Hektar übereinstimmen.

Diese Fehlergrenzen gelten auch dann, wenn die einzelnen Theile der revidirten Fläche aus verhältnissmässig kleinen, gemessenen Längen (Kopfbreiten) und grossen abgestochenen berechnet werden.

Wird die revidirte Fläche nur aus abgestochenen Längen berechnet, welche durch eine unabhängig von der ursprünglichen Aufnahme vorgenommene Revisionsmessung erhoben sind, worunter aber keine unverhält-

nissmässig kleinen sein dürfen, so darf sich die oben angegebene Differenz pro Hektar in Quadratmetern noch um den Betrag $\frac{80}{m \cdot \sqrt{F}}$ erhöhen, wo $\frac{m}{1000}$ der Massstab der Karte und F den ganzen revidirten Flächeninhalt in Hektaren angibt. Für $F = 4$ und den Kartenmassstab $1/_{2500} = {}^{0,4}/_{1000}$ belauft sich dieser Betrag z. B. auf 100, die ganze zulässige Differenz per Hektar also je nach den Terrainverhältnissen auf 125 oder 150 oder 175 Quadratmeter

2) *Bei Nivellements:*

Auf Längen bis zu			50	Meter einschliesslich	4	mm.
von	50	bis	100	Meter	6	»
»	100	»	200	»	8	»
»	200	»	300	»	10	»
»	300	»	400	»	12	»
»	400	»	600	»	14	»
»	600	»	800	»	16	»
»	800	»	1000	»	18	»
»	1000	»	1200	»	20	»
»	1200	»	2000	»	25	»
»	2000	»	3000	»	30	»
»	3000	»	4000	»	35	»
»	4000	»	5000	»	40	»
»	5000	»	7000	»	50	»
»	7000	»	10000	»	60	»
»	10000	»	20000	»	80	»
»	20000	»	30000	»	100	»

Kann das Nivellement zwischen beiden verglichenen Punkten mit Sicherheit nur auf einem Umweg ausgeführt werden, so kommt der Ansatz für die Länge des Umwegs, nicht für die direkte Entfernung, in Anwendung.

3) *Bei kubischen Messungen und Berechnungen* ist die Bestimmung der Grösse der zulässigen Fehlergrenzen in der Messung, weil sich dieselbe nach dem *Werthe des Materials* richtet, und ebenso die Bestimmung der Massregeln zu Sicherung der Ausführbarkeit der Revision

der Vereinbarung zwischen dem Auftraggeber und dem Feldmesser überlassen. Soweit eine solche Vereinbarung nicht getroffen ist, erstreckt sich die Revision nur darauf, ob das durch die gegenwärtige Verfügung vorgeschriebene Verfahren beobachtet worden ist und ob dabei, soweit sich dies der Natur der Sache nach noch ermitteln lässt, die gehörige Sorgfalt angewendet wurde.

§. 15. Ergibt die Revision nicht grössere als die vorbezeichneten Differenzen, so ist derjenige, welcher den Antrag darauf gestellt hat, die Kosten derselben zu tragen verpflichtet.

Finden sich dagegen grössere Differenzen, so fallen dem Feldmesser, der die ungenaue Arbeit ausgeführt hat, die Revisionskosten zur Last; überdies ist derselbe zur unentgeltlichen Vervollständigung der Arbeit verpflichtet.

§. 16. Uebersteigen die Differenzen das Doppelte der nach §. 13 Ziffer 1 und 2 zulässigen, so ist die Arbeit entweder ganz oder theilweise unbrauchbar; der Revisor hat sich in seinem Gutachten ausführlich und motivirt darüber zu äussern, inwiefern die Arbeit überhaupt noch für brauchbar zu erachten sei, und es ist demnächst von der Behörde, welche die Revision veranlasst hat (§. 22 der K. Verordnung vom 20. December 1873), hierüber Entscheidung zu treffen. Auch bleibt es deren Bestimmung überlassen, ob die Rectification der Arbeit durch den Feldmesser, welcher die Arbeit ausgeführt hat, oder für seine Rechnung durch einen anderen bewirkt werden soll.

§. 17. Wenn bei der Revision Differenzen gefunden werden, welche das Doppelte der nach §. 14 zulässigen überschreiten oder wenn sonst die Arbeiten eines öffentlich bestellten Feldmessers so unrichtig und mangelhaft befunden werden, dass in Betreff der Zuverlässigkeit oder Befähigung desselben Zweifel entstehen (§. 27 der K. Verordnung vom 20. December 1873), so sind die

Arbeiten und die darüber gepflogenen Verhandlungen dem Ministerium des Innern vorzulegen.

Stuttgart, den 15. Mai 1874.

K. Ministerium des Innern.
Sick.

Bekanntmachung des Ministeriums des Innern, betreffend Musterdarstellungen für die Aufzeichnung von Nivellements-Arbeiten.

Um bei der Ausführung und Aufzeichnung von Nivellements-Arbeiten ein möglichst übereinstimmendes und der Verfügung vom 15. Mai 1874, betreffend die Ausführung und Revision der Feldmesser-Arbeiten, entsprechendes Verfahren herbeizuführen, hat das Ministerium Musterdarstellungen für Nivellements-Arbeiten, enthaltend ein Längenprofil, ein Querprofil und ein Feldbuch-Schema anfertigen und durch Lithographie und Farbendruck vervielfältigen lassen.

Den K. Kreisregierungen und den K. Oberämtern wird je ein Exemplar dieser Musterdarstellungen zugehen, die K. Oberämter haben den Geometern ihres Bezirks auf Verlangen die Einsichtnahme derselben zu gestatten.

Exemplare dieser Musterdarstellungen können ausserdem von Geometer *A. Fecht* in Stuttgart, welcher die Entwerfung derselben besorgt und den Vertrieb übernommen hat, zum Preise von 18 Kreuzern (5 gr.) bezogen werden.

Stuttgart, den 15. Mai 1874.

K. Ministerium des Innern.
Sick.

Literaturzeitung.

Consolidationsbuch. Sammlung der gesetzlichen Vorschriften über die Güterconsolidation in Nassau, mit Erörterungen über die Fortbildung derselben nach dem Separations-Princip der Wirthschaftlichkeit von *Th. Wissmann*, Kgl. Preuss. Landrath in Marienberg in Nassau. Berlin 1874. C. Pfeiffer'sche Buchhandlung.

Unter dem vorstehenden Titel hat der Herr Verfasser eine Zusammenstellung gesetzlicher Vorschriften, Anweisungen, Reiseberichte und Beurtheilungen, soweit sich diese auf das Nassau'sche Consolidations-Verfahren beziehen, herausgegeben, welche der Beachtung nicht blos aller mit Güterarrondirungen Beschäftigten, sondern ganz vorzüglich aller Derjenigen empfohlen werden muss, die sich für die Fortschritte der Landescultur interessiren. Insbesondere wird in Süddeutschland*), wohin sich die Gemarkungsregulirungen noch nicht die richtige Bahn gebrochen haben, das Interesse dieser Schrift zuwenden, da durch dieselbe eine gründliche Aufklärung über wenigstens eine Art des Consolidations-Verfahrens geboten und dadurch Gelegenheit gegeben wird, bei den Erwägungen über im Werden begriffene Einrichtungen die Massnahmen und Erfolge schon vollendeter Ausführungen berücksichtigen zu können.

Die Güterconsolidation beabsichtigt eine Veränderung der Form und Begrenzung der Grundstücke und ist insofern unbedingt der Wirksamkeit der Geometer unterworfen. Der Zweck, welchen das Verfahren dabei im Auge hat, betrifft dagegen die Verbesserung der Landwirthschaft und die Regelung und Sicherstellung der Besitzverhältnisse und ist also der Hauptsache nach wirthschaftlicher und rechtlicher Natur.

Wir dürfen demnach den rein geometrischen Theil des Geschäftes als das Mittel zu dem beabsichtigten Zwecke und somit als eine Hauptgrundlage des Geschäftes betrachten, und die Besprechung eines die Consolidation behandelnden Buches wird aus diesem Grunde

*) Für Baden nicht zutreffend. D. Red.

allen Geometern nicht unwillkommen sein. Wäre nun in dem Verfahren der rein geometrische Theil von dem die wirthschaftlichen und rechtlichen Verhältnisse verwaltenden Theile mit Schärfe trennbar, wie z. B. bei Vermessungen für beabsichtigte Bauten es nicht Aufgabe des Geometers ist, die bezweckten Veränderungen in der Benutzung und rechtlichen Feststellung des Eigenthums zu berücksichtigen, so würde in einem Aufsatze der Zeitschrift für Vermessungswesen nur der auf das anzuwendende Messungs- und Berechnungsverfahren sich beziehende Theil der Schrift zu besprechen, die Erörterung der übrigen Materie dagegen Denjenigen zu überlassen sein. welchen die Aufgabe der Ausführung des hierhin abzielenden Geschäftstheiles obliegt.

Der Geometer, welcher Landauseinandersetzungen und Zusammenlegungen in grösserem Massstabe auszuführen befähigt sein soll, muss indessen vollständige Kenntniss von dem Zwecke seiner Ausführungen in wirthschaftlicher und rechtlicher Beziehung haben und gemäss diesen Zwecken seine Massnahmen einrichten. Es gehört also auch die Besprechung dieser Materie in die Spalten der Zeitschrift für Vermessungswesen.

Die Schrift ist in drei Abtheilungen disponirt, von welchen die *erste* die Verordnungen der vormaligen Herzogl. Nassau'schen Behörde über die Consolidation, die *zweite* die Preussischen Gesetze und Verordnungen, soweit dieselben nach der Einverleibung Nassaus in Preussen in das Consolidationswesen eingegriffen haben, und die *dritte* auf die Fortbildung des Consolidationswesens nach dem Separations-Principe abzielende gesetzliche Bestimmungen, Schriftwerke, Reiseberichte und Abhandlungen vorführt.

Es liegt also weniger eine von dem Verfasser geschaffene Beurtheilung des Nassauschen Consolidationswesens als eine Zusammentragung aller auf dasselbe Bezug habenden Schriften vor, wobei die eigenen Ansichten nur in den Einleitungen zu einzelnen Abtheilungen sowie in kurzen Anmerkungen und im Schlusse eingefügt sind.

Die Zusammenstellungen sind mit der grössten Sorgsamkeit ausgeführt, so dass wir dieselben in Bezug auf das Nassausche Verfahren für vollständig erschöpfend halten dürfen. Dabei ist nichts gebracht, was nicht zur Kenntniss des Verfahrens für wesentlich erachtet werden muss, und die Nassauschen Geometer erhalten durch dasselbe eine ihnen zweifellos sehr wünschenswerthe und bisher vermisste Uebersicht über die ihrem Verfahren zum Grunde liegenden gesetzlichen Bestimmungen. Auch für Jeden, dem das Verfahren der Güterarrondirung gänzlich unbekannt ist, ergibt sich diese Uebersicht durch die Vollständigkeit und zweckmässige Ordnung der betreffenden Bestimmungen, allerdings aber blos in Beziehung auf das Nassausche Verfahren, während das Preussische Verfahren ausführlicher nur durch den in der dritten Abtheilung enthaltenen »Bericht der im Jahre 1861 von dem landwirthschaftlichen Vereine für Rheinpreussen nach Nassau. Sachsen und Westphalen gesandten Consolidations-Commission“ besprochen wird. In diesem Berichte werden die Erfolge der einzelnen Verfahrungsweisen gegen einander gehalten und Erörterungen angestellt über die Frage, welche Verfahrungsweise, die Preussische oder die Nassausche, vorzuziehen sei, wobei die erstere entschieden im Vortheil bleibt.

Der Herr Verfasser ist dieser Frage nicht direct näher getreten, zeigt aber indirect seine Ansicht, dass er die altpreussische Methode der Gemarkungsreformation für die vollkommere hält, indem er die dritte Abtheilung seines Werkes mit der Ueberschrift »*Fortbildung* des Consolidations-Verfahrens nach dem Separationsprincip der Wirthschaftlichkeit« betitelt, und indem er im Schlusse die vollständige Arrondirung, wie sie ja das Separations-Verfahren erstrebt, als höchstes Ideal für den Landwirthschaftsbetrieb hinstellt. Wenn er dabei die Durchführbarkeit der Separation unter Umständen bezweifelt, so erkannt er doch die vollständige Arrondirung als das Bessere an, und tröstet im Hinblick auf das Nassausche Verfahren damit, dass die »Erstrebung des Minderguten

als ein Fortschritt zum Besseren‹ betrachtet werden müsse.

Auch wir müssen uns versagen, an dieser Stelle auf diese sehr interessante Frage ausführlicher einzugehen und können nur, auf die hierüber vorhandenen Schriften, insbesondere diejenige des Regierungsrathes Wilhelmy, jetzt General-Commissarius in Cassel*), welche diese Frage am ausführlichsten behandelt, verweisen. Ausserdem möge noch einer im laufenden Jahre erschienenen Schrift von Ernst Lehnert**) für diesen Zweck Erwähnung geschehen und auf die in derselben Seite 35 ausgesprochene Ansicht, wonach die nassauische Consolidation das Ideal der Bauern und den Wünschen derselben in Süddeutschland entsprechend, das preussische Verfahren dagegen das Ideal der Besitzer grösseren Grundbesitzes sein soll, verwiesen werden. Auch hinter dieser Ansicht blickt deutlich der Grundsatz hervor, dass nach der Wahl der Betheiligten zu verfahren, und das Mindergute durchzuführen sei, weil der Bauer sich der besseren Einsicht verschliesst.

Wenn dieser Grundsatz auch nicht unbedingt gebilligt werden kann, so darf man sich doch nicht verhehlen, dass es unter Umständen unthunlich sein kann, der herrschenden Meinung entgegen arbeiten und das Beste verlangen zu sollen, wo es Noth hat, das Gute durchbringen zu können. Doch möge hierbei der Ueberzeugung Raum gegeben werden, dass, wenn befähigte, altpreussische Separationsgeometer nach der Provinz Nassau berufen würden, um nach den dort giltigen Bestimmungen Consolidationen auszuführen, diese bald den Bauern an-

*) Ueber die Zusammenlegung der Grundstücke in der Preussischen Rheinprovinz verbunden mit einer Darstellung der Nassauschen Consolidationen und der Preussischen Special-Separationen von Th. Wilhelmy, Kgl. Preuss. Regierungsrath. Mit 5 Karten. Berlin 1856. Verlag von Georg Reimer.

**) Ueber die gegenwärtige Eintheilung der Grundstücke in Deutschland nnd deren zweckmässige Umgestaltung. Ein Beitrag zur Frage der Güterzusammenlegung von Ernst Lehnert. Leipzig und Stuttgart 1874. Verlag von H. Johannsen.

dere Ideen einflössen und die Landwirthschaft mehr fördernde Resultate erzielen würden. Ja, es darf als erspriesslich hingestellt werden, dass den *jüngeren* noch nicht selbstständigen Nassauschen Geometern regierungsseitig aufgegeben werden sollte, eine Zeitlang in Altpreussen das Separationsverfahren zu erlernen, um sich dabei von den vielen kleinlichen und ängstlichen Rücksichten, welche offenbar das Nassausche Verfahren beeinflussen, zu emancipiren, bevor sie zur selbstständigen Bearbeitung der Consolidationen zugelassen werden. Sicherlich würde dadurch der in dem Consolidationsbuche proponirten *Fortbildung* der Consolidationen nach dem Separationsprincipe wesentlicher Vorschub geleistet.

Indem wir also dem Herrn Verfasser auch bezüglich seiner Ansicht, dass die Consolidationen nach dem Separationsprincip fortzubilden sind, beipflichten, haben wir demselben für seine Zusammenstellung die unbedingteste Anerkennung auszusprechen. Ein Gleiches können wir aber nicht bezüglich des *Inhaltes* der zusammengestellten Bestimmungen, soweit dieselben rein geometrische Anordnungen betreffen. Hier müssen wir wiederum Grund für die schon vielfach verlautbarte Klage finden, dass alle Gesetze, Verordnungen und Beurtheilungen in Güterarrondirungsangelegenheiten lediglich den Zweck der wirthschaftlichen Verbesserung und der Eigenthumsveränderung im Auge haben und dabei das Mittel der geometrischen Ausführung vollständig vernachlässigen.

Wie im Altpreussischen die Culturedicte und Auseinandersetzungsgesetze, so sind auch die Nassauschen Instructionen von Personen, die von der Praxis des Geometers kaum eine Ahnung haben, bearbeitet und bieten demselben für seine Geschäfte nur werthloses, kaum der Besprechung würdiges Material.

Seinen ganzen technischen Anhalt für die Messungen muss der Geometer in den §§. 7 und 8 der Instruction vom 2. Februar 1830 (Seite 12 des Consol.-Buches) finden, von welchen der §. 7 die kleinlichsten und trotzdem unzureichenden Anweisungen für die Herstellung der »Mess-

und Feldruthe‹ enthält, während nach diesem Anfange die ganze weitere Intruction im §. 8 in die Worte zusammengefasst wird: ›Es bleibt dem Gutdünken des Geometers überlassen, welcher Instrumente zur Aufnahme er sich bedienen will, jedoch müssen solche von guter Beschaffenheit sein, dass damit gute und richtige Arbeit geliefert werden kann.‹ Ist wohl eine grössere Oberflächlichkeit denkbar? Wäre wenigstens eine besondere Anweisung *vorbehalten*, so hätte doch der Gesetzgeber gezeigt, dass er eine ihm unbekannte Technik nicht vollständig missachtete.

Selbstredend kann der Verfasser des hier in Rede stehenden Buches nicht für den Inhalt der von ihm zusammengestellten Anweisungen verantwortlich gemacht werden. Da derselbe nicht Feldmesser ist, so kann ihm nicht einmal zur Last gelegt werden, dass sein Werk in geometrischer Beziehung einen recht auffallenden Eehler enthält, indem die Massstäbe, welche dem Buche vor Seite 153 auf zwei Lithographieblättern einverleibt sind, mit Ausnahme des letzten, verkehrte Transversalköpfe haben, offenbar also von unkundiger Hand gezeichnet sind.

Wir können uns desshalb nicht enthalten, auch diese Gelegenheit zu benutzen, um den wahrlich begründeten und oft geäusserten Wunsch zu wiederholen, dass man endlich das Vermessungswesen bei den Gemarkungsregulirungen mehr beachten und dasselbe überall und auch in der Provinz Nassau angemessen *organisiren* möge.

Cassel im November 1874. *O. Koch.*

Lehrbuch der descriptiven Geometrie von Dr. Bernhard Gugler, Professor an der K. polytechnischen Schule zu Stuttgart. Mit 12 Kupfertafeln in Mappe und 21 in den Text eingedruckten Holzschnitten. *Dritte Auflage. Stuttgart* Verlag der J. B. Metzler'schen Buchhandlung. 1874.

Die zweite Auflage dieses rühmlichst bekannten Lehrbuchs war längst vergriffen und manche vergebliche An-

frage mochte an die Verlagshandlung ergangen sein, als sich der Verfasser entschloss, eine neue Auflage, im Wesentlichen in der Form der vorhergehenden, herauszugeben. Diese vorhergehende zweite Auflage hatte sich durch die für die Bedürfnisse des Studirenden so angemessene Begrenzung des Stoffes, durch das Hereinstreifen in das Gebiet der neueren Geometrie, ohne den vorherrschend constructiven Charakter der descriptiven Geometrie aufzugeben, durch die vollständigen Beweise aller nothwendigen Sätze, wenn auch theilweise mit Anwendung der analytischen Geometrie, durch ihre kurze zutreffende und plastische Ausdrucksweise allenthalben Freunde erworben. Es ist daher begreiflich, wie die seit einigen Jahren im Buchhandel eingetretene Lücke vielfach empfunden wurde, und wie Verfasser und Verleger nach einer neuen Auflage sich hingedrängt fühlten. Nachdem nun seit einer Reihe von Jahren durch die Entwicklung der neueren Geometrie die von *Monge* herrührende Darstellung der descriptiven Geometrie, welche durch *Guglers* Arbeit erweitert und durch mannigfache Entwicklungen vervollständigt worden, in Frage gestellt war, nachdem besonders durch *Fiedler* in seiner reichhaltigen »darstellenden Geometrie« das Lehrgebäude der neueren Geometrie in weiter Ausdehnung mit den Constructions-Aufgaben der darstellenden Geometrie verschmolzen worden, herrscht gegenwärtig eine Gährung unter den Bearbeitern der darstellenden Geometrie, aus der sich noch die Grenzen zu entwickeln haben, welche der neueren Geometrie in ihrer Verbindung mit der darstellenden am zweckmässigsten zu geben sind. Wenn nun der Verfasser in der noch herrschenden Ungewissheit sich an die frühere Auflage von bewährter Wirkung gehalten hat, so werden die Studirenden ihm dafür Dank wissen und sich gerne seiner Führung anvertrauen.

Schliesslich seien noch einige Erweiterungen erwähnt, welche die neue Auflage bietet; sie beziehen sich auf

die Construction der regelmässigen Polyeder, *) auf die Betrachtungen über die Schraubenlinie, über die Schraubenfläche, über die entwickelbaren Flächen u. a.

Carlsruhe, October 1874.

Wiener.

Deutscher Geometer-Kalender mit astronomischen Ephemeriden für das Jahr 1875. Herausgegeben von *W. Jordan*, Professor der Vermessungskunde am Polytechnikum in Carlsruhe. Stuttgart. Verlag von Konrad Wittwer. Preis 3 Mark.

Iu der vorliegenden zweiten Auflage des Kalenders war der Verfasser bemüht, einzelne Abschnitte etwas ausführlicher zu behandeln, was besonders bei dem praktisch-geometrischen Theil in ausgedehnter Weise der Fall ist. Es werden hierbei zunächst besprochen: Die Längenmessungen, die Flächenbestimmungen, ferner die Winkelmessungen mit dem Theodoliten und die Prüfung und Berichtigung desselben. Daran reiht sich die Aufnahme mit dem Theodoliten an, wobei die einzelnen Aufgaben über die Berechnung eines Polygonzugs, über Triangulirung und pothenotische Bestimmung durch Zahlenbeispiele nnd Figuren erläutert sind. Es folgt weiter die Absteckung von Kreisbögen und Uebergangscurven, das Nivelliren mit der Prüfung und Berichtigung des Nivellirinstruments, das trigonometrische und barometrische Höhenmessen. Als neue Beiträge gegen die erste Auflage sind zu erwähnen: Ein mathematisches Vademecum, das auf 7 Seiten in gedrängter Kürze eine Zusammenstellung der wichtigsten mathematischen Formeln aus der Geometrie und Stereometrie, der Goniometrie, der ebenen und sphärischen Trigonometrie, der Analysis, Differential- und Integralrechnung enthält; ferner eine Zusammenstellung der Literatur über Ver-

---

*) Einen Theil dieser meines Wissens früher unbekannten Beziehungen hat auch Herr *Joseph Schubert* im gleichzeitig mit obigem Werke erschienenen 5. Hefte von *Schlömilch's* Zeitschrift für Mathematik und Physik veröffentlicht.

messungskunde und deren Hilfswissenschaften, welche die einzelnen Werke angibt, die in der Zeit vom 1. Januar 1873 bis Mitte 1874 erschienen sind; endlich drittens ein Abschnitt aus der Methode der kleinsten Quadrate, auf $4\frac{1}{2}$ Seiten, über arithmetisches Mittel und mittleren Fehler und über die Ausgleichung vermittelter Beobachtungen mehrerer Unbekannter.

In Form und weiterem Inhalt stimmt der Kalender mit der ersten Auflage im Wesentlichen überein, nur hat der Verfasser durch Zusammendrängen des Kalendariums und Weglassung der Notizen über den Postverkehr den nöthigen Raum zu gewinnen gesucht, der durch die Ausdehnung der oben genannten Theile beansprucht wird.

Da schon die erste Auflage eine günstige Aufnahme gefunden hat, so wird dies bei der vorliegenden noch mehr der Fall sein, weil darin dem Vermessungstechniker ein Mittel geboten ist, über die bei praktischen Vermessungen vorkommenden wichtigeren Fragen, wobei die nöthigen Hilfsbücher nicht immer zur Hand sind, in kurzer Zusammenstellung die gewünschte Auskunft zu finden.

Carlsruhe, im November 1874.

M. Doll.

Kleinere Mittheilungen.

Nachtrag zu dem Aufsatze über die Genauigkeit der Distanzmessung mit dem Tachymeter.

Herr *Dr. Vogler* hat mich aufmerksam gemacht, dass bei Benutzung meiner *indirecten* Methode (S. 329) unter Umständen eine Correction erforderlich wird. Obgleich die Rechnungsergebnisse meines Aufsatzes nicht berührt werden, gehört doch eine Notiz über diese Correction ohne Zweifel zur Vollständigkeit der Arbeit.

Sind die Neigungswinkel α der Visiraxe nämlich sehr gross, so werden selbst unter der Annahme genau gleicher

Abstände der äussern Fäden vom Mittelfaden doch die Lattenabschnitte $m-o$ und $u-m$ ungleich. Nennt man den Gesichtswinkel des Diztanzfädenintervalles vom optischen Mittelpunkt des Objectivs aus 2β, so ist (wie eine Figur zeigt)

$$m-o:u-m = sec(\alpha-\beta):sec(\alpha+\beta)\,.$$

Hieraus zieht man leicht mit Rücksicht darauf, dass beim Tachymeter $tan\,\beta$ nahezu $^1/_{400}$ ist, die Relation

$$m-o:u-m = 1-\frac{tan\,\alpha}{400}:1+\frac{tan\,\alpha}{400}\,.$$

Demgemäss bedarf das Mittel der Ablesungen der äusseren Fäden die Correction $-\ (u-o)\,\frac{tan\,\alpha}{800}$, ehe es mit m vergleichbar wird und für die früher mit $1000\cdot l$ bezeichnete Grösse wird die Correction $+\frac{5}{4}\,tan\,\alpha$. Da bei den von mir behandelten Beobachtungen α niemals 13^0 überstieg, vielmehr im Mittel nur 6^0 war, so betrug die Correction in der That höchstens 0,3 und durchschnittlich etwa 0,1 konnte mithin gegen die Beobachtungsfehler vernachlässigt werden.

Bei $\alpha = 30^0$ freilich würde die Correction schon einen merklichen Einfluss erlangt haben und ebenso wurde bei Distanzmessern mit kleinerer Constante der Einfluss der Correction vergleichsweise merkbar anwachsen.

Helmert.

Die ausgeführten Zusammenlegungen im Bezirke der Königlichen General-Commission zu Cassel, der jetzt bekanntlich auch die Auseinandersetzungsgeschäfte in den Fürstenthümern Waldeck und Pyrmont, sowie Schaumburg-Lippe übertragen sind, haben sich nach amtlichen Berichten im gegenwärtigen Jahre auf 34 Gemarkungen erstreckt. Wirklich umgelegt sind 14447 Hectare. Während die früheren Grundstücke aus 62130 Parcellen bestanden, weist die neue Eintheilung nur einen Bestand von 8166 Plänen nach, so dass sich die Zahl der Grund-

stücke um 87 Procent vermindert hat. Betheiligt waren 4198 Interressenten, mit denen die Pläne im Wege der Vereinbarung oder Entscheidung festzustellen waren. Seit 1868, dem ersten Jahre, in welchem in Hessen Verkopplungen ausgeführt werden konnten, bis jetzt, also in zusammen 7 Jahren sind 168 Gemarkungen, bezw. Gemarkungstheile mit einer Fläche von 69238 Hektaren zusammengelegt worden. An Stelle von 290589 alten Parcellen sind 36944 neue Grundstücke getreten. Betheiligt waren dabei 18813 Interressenten. Es kommen somit durchschnittlich auf 1 Jahr 9891 Hektare, so dass im gegenwärtigen der Durchschnittssatz um 4556 Hektare überschritten worden ist. Die Zahl der Grundstücke hat sich im Ganzen um 88 Procent verringert.

Gedruckte Theilungen für Nivellirlatten.

Einsender ist in der Lage, allen Ingenieuren, Feldmessern und Technikern, die zeitweilig mit nivellitischen Arbeiten sich zu befassen haben, die neuen stereotypirten Metertheilungen des Ingenieurs *E. Müller* in Berlin empfehlen zu können. Dieselben sind in $0{,}5^{m}$ auf festes, weisses Papier meterweise abwechselnd schwarz und roth gedruckt und mit rothen resp. schwarzen Zahlen nach Dezimetern bis 5^{m} Länge durchlaufend numerirt. Die Anordnung der Theilung und Numerirung ist ebenso schön als praktisch ausgeführt, denn es bestehen im saubersten Farbendruck 3 Theilungen nebeneinander, die zusammen 95^{mm} breit sind; nämlich: eine Zentimeter-, eine 5-Zentimeter und eine Dezimetertheilung. Letztere scheint besonders zweckmässig für rasch auszuführende generelle Vorarbeiten und erleichtert übrigens bedeutend das Ablesen in jedem Falle. Die 5-Zentimetertheilung, in deren weissen Feldern die Numerirung steht, ist ausserdem sehr geeignet zur Herstellung gewöhnlicher Messlatten.

Die Theilung wird einfach mit Leim auf eine glatt gehobelte Holzplatte geklebt. Der Leim trocknet bekanntlich rasch, bedingt in Folge dessen eine rasche Ma-

nipulation und verhindert dadurch die Einwirkung auf Ausdehnung*) der Theilung. Will man indessen die Theilung vor Schmutz und der Einwirkung von Nässe schützen und ein Abwaschen mittels Schwamm noch ermöglichen, so überstreicht man dieselbe mit Damalack, der die vor allen anderen Lacken auszeichnende Eigenschaft hat, dem Papiere seine weisse Farbe zu lassen. Der ausgedehntesten Benutzung der Latten im Wasser steht also auch nichts entgegen.

Die vielseitigen Vortheil dieser neuen Metertheilungen hinsichtlich der Zeit und Geldersparniss, als auch der fast gänzlichen Unabhängigkeit bei der Anfertigung, dürften dieselben sehr bald bei allen Behörden und Technikern beliebt machen. Wir können indess nicht umhin, darauf aufmerksam zu machen, den Nullpunkt der Theilung etwa 2 Zentimeter vom Lattenanfang beginnen zu lassen, damit durch die unvermeidlichen Berührungen der Latte mit Erde, Steine etc. die Theilung nicht abgestossen werden kann. Die Ermittlung der absoluten Höhen wird dadurch nicht alterirt, wenn diese Entfernung bei allen im Gebrauche befindlichen Latten des ausführenden Technikers gleich ist. Der erwähnte Damalack wird, da er nicht überall zu haben sein dürfte, von Herrn Müller auf besondere Bestellung den Theilungen beigefügt. Schliesslich wollen wir noch bemerken, dass gedruckte Metertheilungen keineswegs ganz neu sind, denn sie sind bereits vom Verleger selbst und anderen Ingenieuren vielfach in Oesterreich-Ungarn angewandt worden, sollen sich indess als sehr haltbar und praktisch erwiesen haben.

Die beschriebenen Theilungen sind vom Ingenieur Müller in Berlin (Neue Schönhauser Strasse Nr. 5) zum Preis von 1 Mark pro Meter zu beziehen.

Berlin im August 1874.

Eugen Niethe, Polytechniker

*) Welche Erfahrungen wurden in Betreff der Veränderung des Papiers nach dem Druck gemacht? Die Red.

Vereinsangelegenheiten.

Die Vereinsmitglieder werden ersucht, von Folgendem Notiz zu nehmen:

1. Um Unregelmässigkeiten in dem Empfang der Zeitschrift zu vermeiden, ist es durchaus nothwendig, dass die Mitglieder, welche ihren Wohnort wechseln, dies rechtzeitig dem Vereinscassirer, Herrn Steuerreth *Kerschbaum* in Coburg, anzeigen, welcher dann der Verlagshandlung Mittheilung machen wird. Es wird dringend gebeten, diese Anzeige nicht zu versäumen, da durch die Unterlassung dem Verleger Umstände bereitet werden, welche den Verlust einzelner Hefte für das betreffende Mitglied zur Folge haben können.
2. Allen Vereinsmitgliedern wird ans Herz gelegt, Ihren Bekannten unter den Fachgenossen, welche noch nicht Mitglieder sind, den Eintritt in den Verein anzurathen und dahin zu wirken, dass die Meldungen möglichst vor Jahresschluss gemacht werden, damit die Auflage der Zeitschrift darnach eingerichtet werden kann.
3. Die Beiträge der Mitglieder für das kommende Jahr werden, soweit sie dieselben nicht bis zum 1. März an den vorgenannten Cassirer franco eingeschickt haben, von diesem den Satzungen gemäss durch Postvorschuss erhoben. Diese Erhebungsweise ist, wie hiermit bemerkt wird, überhaupt für die Cassenverwaltung die einfachste.
4. Es sind über die Person des Bibliothek- und Archivverwalters Zweifel entstanden, weil in der Bekanntmachung vom 12. Juli d. J. (S. 300) dieses Amt nicht besonders erwähnt ist.

   Demgegenüber wird auf §. 9 der Satzungen und auf die Mittheilung über die Bibliothek und das Archiv auf Seite 157 dieses Bandes der Zeitschrift verwiesen, in welcher der dritte Absatz lautet:

   »Die Verwaltung der Bibliothek und des Archives liegt nach §. 9 der Satzungen dem ersten Schriftführer — zur Zeit Herrn Obergeometer *Krehan* in Weimar — ob, welcher auf jedesmaligen Antrag die Versendung der geforderten Werke bewirken wird.«

Cassel, am 25. October 1874.

Die Vorstandschaft des Deutschen Geometervereins.

Koch.

In Schwerin hat sich am 20. Juli d. J. an Stelle des bisher bestandenen ›Vereines der durch die Grossherzogl. Kammer-Behörde angestellten Kammer-Ingenieure‹ ein *Mecklenburgischer Geometerverein* als Zweigverein des Deutschen Geometervereines constituirt und

den Kammer-Commissair *Peltz* zum Director, den Kammer-Ingenieur *Erdmann* zum Schriftführer und den Kammer-Ingenieur *Tackert* zum Cassirer

erwählt.

Ueber die Ansetzung der Hauptversammlungen und über etwaigen Personenwechsel in dem Vorstande wird der Vorstandschaft des Deutschen Geometervereins Mittheilung gemacht werden.

Laut General-Versammlungs-Beschluss ist Berlin als nächster Versammlungsort in Aussicht genommen. Die deutsche Metropole wird daher zum ersten Male die deutschen Geometer in grösserer Anzahl in sich vereinen. Damit dies nun in einer ihr würdigen Weise geschehen könne, erscheint es angebracht, dass sich ein Ortscomité zusammensetze aus solchen Vereinsmitgliedern, die, ohne auch in Berlin ansässig zu sein, doch hinlänglich mit den Berliner Localverhältnissen vertraut sind, um den fremden Collegen bei Besichtigung der Schönheiten und Sehenswürdigkeiten der Hauptstadt *in zweckentsprechender Weise* behülflich sein zu können.

Der Berliner Ortsverein deutscher Geometer wendet sich daher vertrauensvoll an die *norddeutschen* Vereinsgenossen mit der Bitte, Behufs näherer Besprechung Delegirte mit möglichst ausgedehnten Vollmachten versehen nach Berlin senden zu wollen.

Als Tag der *Delegirten-Versammlung* erlauben wir uns, unsern engeren Stiftungstag,

den 17. Januar 1875,

hiermit vorzuschlagen, und bitten wir die Herren Collegen, welche die Absicht haben, hierzu zu erscheinen, sich bei dem Unterzeichneten gefälligst anmelden zu wollen, der nicht verfehlen wird, den Zusammenkunftsort sowie Näheres ihnen mitzutheilen.

J. A. des Ortsvereins ›Berlin‹ deutscher Geometer

Buttmann,

Berlin, W., Potsdamerstrasse 82b.